





Universidad de Málaga

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial

Dpto. de Ingeniería Mecánica y Mecánica de Fluidos

Área de Mecánica de Fluidos

Tesis Doctoral

SOBRE LA INFLUENCIA DEL COFLUJO Y DE LA DIFERENCIA DE DENSIDAD EN LA ESTRUCTURA 3D DE CHORROS CON GIROS Y SU RELEVANCIA EN LOS PROCESOS DE COMBUSTIÓN.

Realizada por

Jose Manuel Gallardo Ruiz

Dirigida por

Dr. Ramón Fernández Fera

Catedrático de Mecánica de Fluidos

y

Dr. Carlos del Pino Peñas

Profesor Titular de Mecánica de Fluidos

Málaga, Enero de 2013

El Dr. Ramón Fernández Feria, Catedrático de Universidad en el Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecánica de Fluidos de la Universidad de Málaga y el Dr. Carlos del Pino Peñas, Profesor Titular en el Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecánica de Fluidos de la Universidad de Málaga

CERTIFICAN

Que D. José Manuel Gallardo Ruiz, Ingeniero Industrial, ha realizado bajo su dirección la tesis doctoral titulada **SOBRE LA INFLUENCIA DEL COFLUJO Y DE LA DIFERENCIA DE DENSIDAD EN LA ESTRUCTURA 3D DE CHORROS CON GIROS Y SU RELEVANCIA EN LOS PROCESOS DE COMBUSTIÓN**, que se recoge en la presente memoria, cumpliendo todos los requisitos legales para optar al grado Europeo de DOCTOR, por lo que autoriza su lectura y defensa pública.

Y para que así conste y tenga los efectos oportunos, firmo el presente certificado en

Málaga, a 19 de diciembre de 2012

Dr. Ramón Fernández Feria.

Dr. Carlos del Pino Peñas.

Agradecimientos

Son muchas las personas a las que tengo que agradecer de manera especial el apoyo incondicional y cariño que he recibido durante estos años. En primer lugar mi madre, Silvia, y a mi hermano, Antonio, por su cariño, aliento y estar siempre ahí, además de apoyarme durante el desarrollo de la tesis.

A los profesores Dr. Ramón Fernández Feria y Dr. Carlos del Pino Peñas, directores de esta tesis, su confianza y apoyo a lo largo de estos años, su dedicación para la elaboración de este trabajo y los grandes esfuerzos para completar y complementar mi formación como investigador y docente.

Al profesor Dr. Luis Parras Anguita por la importante ayuda e interesantes charlas durante estos años.

No se me puede olvidar D. Sergio Pinazo Ortega (el gran capitán), y su disposición a realizar cualquier cambio en el montaje experimental.

Al profesor Dr. Jose Francisco Velázquez y las largas horas en la “mazmorra”.

A los profesores Dr. Ignacio González Loscertales y Dr. Joaquín Ortega Casanova, por su aliento y atención.

A todos los compañeros que están y han pasado por el departamento (Ignacio, Borja, Juanjo, Álvaro, Juanjo, Paloma, Eduardo, Rafael, Inmaculada, Gustavo, Adolfo, Miguel Angel, Jose Manuel, María,... y perdonad si en estos momentos dejo a alguno en el tintero).

A los integrantes de los grupos de investigación del Istituto Motori y del Max-Planck for Dynamic and Self-Organization, especialmente a las Dras. Simona Silvia Merola y Cinzia Tornatore y al Dr. Björn Hof, por los inolvidables días pasados en mis breves estancias en Italia y Alemania.

A los técnicos de taller Juan Antonio Bascuñana y Jesús del Caz por su ayuda en la fabricación de las piezas que constituyen el experimento.

Al desaparecido Ministerio de Educación y Ciencia y la Universidad de Málaga por su financiación durante estos años.

A todos los familiares y amigos que me han formado como persona y como ingeniero. A todos ellos, gracias.

Y por último agradecer a una persona muy especial las infinitas demostraciones de cariño y apoyo, y por soportar las dificultades de estar en ocasiones en la distancia. Carmen, gracias, de todo corazón.

Este trabajo de investigación ha sido financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia del Gobierno de España mediante el programa de Formación de Personal Investigador (FPI) con referencia de beca BES-2008-003205, vinculada al proyecto de investigación FIS2007-60161.

2012 - Jose Manuel Gallardo Ruiz.

All rights reserved.

Resumen

El presente trabajo constituye una contribución al estudio fluidodinámico de un chorro de gas con giro que descarga a través de una expansión brusca en un ambiente en fase gaseosa que puede tener distinta densidad y la posibilidad de un movimiento coaxial con el chorro, así como la de reaccionar químicamente en él (combustión). Este estudio se realiza desde un punto de vista teórico, numérico y experimental.

En una primera aproximación, se modela la evolución axial mediante la simulación numérica de las ecuaciones parabólicas de un flujo no reactivo, partiendo inicialmente de una solución de semejanza válida a la salida del chorro con giro que descarga en una expansión brusca y con una velocidad axial uniforme, así como la introducción de un flujo coaxial (coflujo).

Por otro lado, se analiza numéricamente el flujo viscoso resolviendo tanto las ecuaciones axilsimétricas como tridimensionales. Para ello se ha utilizado el programa informático *Fluent*© del paquete *Ansys*©, el cual resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes mediante volúmenes finitos.

Finalmente, desde el punto de vista experimental, mediante el montaje de un quemador que se ha realizado en el laboratorio y donde se ha ensayado con una descarga de aire en aire (sin reacción química) y de un combustible (metano o propano) en aire (con reacción química). Este montaje experimental permite la posibilidad de una variación independiente del caudal y del giro en el conducto, así como la velocidad del coflujo axial. Se tratará así de profundizar en la posible relación experimental entre el fenómeno de la rotura de vórtices, con la variación de estos tres parámetros, principalmente para flujos no reactivos. Los resultados obtenidos de la experimentación se han comparado satisfactoriamente con las simulaciones numéricas.

Índice general

Índice general	11
Índice de figuras	15
1. Introducción	21
1.1. Preliminares. Rotura de vórtices.	21
1.1.1. Trabajos previos relacionados con la parte teórica y numérica de la tesis.	22
1.1.2. Trabajos previos relacionados con la parte experimental de la tesis.	24
1.2. Descripción de los contenidos de la tesis.	26
2. Estudio teórico.	29
2.1. Introducción.	29
2.2. Formulación del problema.	30
2.2.1. Ecuaciones adimensionales en la aproximación casi cilíndrica.	32
2.3. Estructura del chorro.	35
2.3.1. Ecuaciones de la descarga de un gas ligero con velocidad axial uniforme y girando como un sólido rígido.	35
2.3.2. Solución de semejanza cerca de $z = 0$.	38
2.3.3. Método numérico y validación mediante resultados teóricos.	44
2.3.4. Resultados para un chorro homogéneo e incompresible ($\epsilon = 1$, $Ma = 0$).	50
2.3.5. Resultados para un chorro incompresible H_2 -Aire ($\epsilon = 0,07$, $Ma = 0$).	53
2.4. Efecto de la compresibilidad ($Ma \neq 0$).	56
2.5. Conclusiones.	57
3. Diseño y montaje del experimento.	61
3.1. Introducción.	61

3.2.	Descripción del montaje experimental.	62
3.2.1.	Cámara de Premezcla.	64
3.2.2.	Cámara de coflujo.	66
3.3.	Calibración de los Dispositivos Experimentales.	67
3.3.1.	Rotámetro de cono y caudalímetros máxicos.	68
3.3.2.	Motor con reductora.	71
3.3.3.	Generadores de Partículas.	73
3.4.	Magnitudes adimensionales.	77
3.5.	Conclusiones.	77
4.	Simulación numérica.	79
4.1.	Introducción.	79
4.2.	Variables adimensionales.	80
4.3.	Modelado y mallado de la geometría.	80
4.3.1.	Modelo y mallado axilsimétrico.	81
4.3.2.	Mallado tridimensional.	84
4.4.	Conclusiones.	87
5.	Resultados experimentales y numéricos.	89
5.1.	Introducción.	89
5.2.	Visualizaciones.	89
5.3.	Medidas cuantitativas.	91
5.3.1.	Medida de los perfiles radiales de velocidad mediante <i>LDA</i>	92
5.3.2.	Medida del campo de velocidad bidimensional mediante <i>PIV</i>	94
5.3.3.	Medidas del campo de velocidad tridimensional mediante <i>PIV Estéreo</i>	100
5.4.	Descripción de los resultados experimentales.	102
5.5.	Comparación numérica/experimental.	109
5.6.	Conclusiones.	118
6.	Flujos Reactivos.	121
6.1.	Introducción.	121
6.2.	Visualizaciones.	121
6.2.1.	Visualizaciones con metano.	122
6.2.2.	Visualizaciones con propano.	122
6.3.	Conclusiones.	124

7. Conclusiones y trabajos futuros.	127
7.1. Contribuciones de la tesis.	127
7.2. Trabajos futuros directamente relacionados con la tesis.	128
A. Extended Abstract	131
A.1. Introduction	131
A.2. Theoretical study using the quasicylindrical approximation.	134
A.3. Experimental set up	135
A.4. Numerical simulation and comparison with experimental results	137
A.5. Combustion	138
B. Conclusions of the doctoral thesis.	145
Bibliografía	149

Índice de figuras

2.1. Esquema de la geometría adimensionalizada y de las condiciones de contorno en $z = 0$	32
2.2. Velocidad axial $W = F'/\varrho$ y fracción másica Y en función de η para $Sc = 1.39$, $\epsilon = 0.07$ (correspondiente a $H_2 - Aire$) y $W_O = 0$. La integración numérica se lleva a cabo entre $-20 \leq \eta \leq 50$	39
2.3. Velocidad tangencial V y corrección de la presión P_1 como función de η para $S = 2$, siendo el resto de los parámetros son los mismos utilizados en la figura 2.2.	40
2.4. Corrección de la temperatura Θ_1 en función de η para $Ma = 0.5$, $Pr = 0.7$, $\gamma = 1.4$, y los mismos parámetros usados en la figura 2.3.	42
2.5. Perfiles radiales de las componentes de la velocidad en $z = 0.001$, y los mismos parámetros que en las figuras 2.2-2.4.	42
2.6. Perfiles radiales de las fracción másica y la densidad en $z = 0.001$, y los mismos parámetros que en las figuras 2.2-2.4.	43
2.7. Perfiles radiales de la presión (a) y la temperatura (b) en $z = 0.001$ para los mismos parámetros que en las figuras 2.2-2.4, pero con $Ma = 0.25, 0.5, 0.75, 1$ (de arriba a abajo).	43
2.8. Comparación entre la solución exacta en el eje para Y (2.80) y la solución numérica obtenida para distintos valores de Δz , N , y r_{max} , como indica la leyenda (con $c_1 = 2$ en todos los casos). $Sc = 1.39$ y $\epsilon = 0.07$	46
2.9. Comparación del perfil radial numérico de Y en $z = 0.1$ con la solución exacta (2.79) para los mismos casos que en la figura 2.8.	46
2.10. Comparación entre la solución asintótica de Schlichting (2.83) para varios valores de z_0 y detalle de la solución numérica en $z = 5$ obtenida para varios valores de Δz , N , r_{max} y c_1 tal y como indica en la leyenda. $S = 0$, $W_O = 0$, $\epsilon = 1$ y $Ma = 0$	47
2.11. Igual que la figura 2.10, pero para la evolución de la velocidad axial en el eje. 47	

2.12. Comparación entre la solución asintótica de Schlichting-Görtler-Loitsianskii (2.83)-(2.84) para $S = 0.5$ y varios valores de z_0 (tal y como indica la leyenda) y la solución numérica en $z = 3$ obtenida con $\Delta z = 5 \times 10^{-4}$, $N = 600$, $r_{max} = 150$, y $c_1 = 2$. Velocidad axial W (a) y velocidad acimutal V (b). $W_O = 0$ y $\epsilon = 1$ ($Ma = 0$).	48
2.13. Como en la figura 2.12, pero la velocidad axial en el eje $W(0, z)$ (a), y para la presión en el eje $\bar{P}(0, z)$ (b).	49
2.14. Perfiles de velocidad axial para $\epsilon = 1$, $Ma = 0$, $W_O = 0.05$, y $S = 0$ (a), $S = 0.9$ (b), $S = S_c = 1.2220$ (c), y $S = 1.2221$ (d). En (a), (b), y (c), las distintas líneas corresponden a valores de z aumentando en 0.001 entre $z = 0$ y 0.05, después aumenta en 0.005 hasta 0.1, en 0.01 hasta 0,3, y en 0,1 hasta $z = 3$. En (d) el incremento de z es 0.001 entre 0 y 0.032, y de 0.0001 hasta 0.0323.	50
2.15. Evolución de la velocidad axial en el eje (a), y de la presión \bar{P} en el eje (b), para $\epsilon = 1$, $Ma = 0$, $W_O = 0.05$, y los valores de S indicados.	51
2.16. Como en la figura 2.14, pero para la velocidad acimutal, y para $S = 0.1$ en (a) en vez de para $S = 0$	52
2.17. Igual que en la figura 2.16, pero para la presión \bar{P}	53
2.18. Igual que en la figura 2.15, pero para $W_O = 0.5$	54
2.19. Igual que en la figura 2.15, pero para $W_O = 1$	54
2.20. Igual que en la figura 2.15, pero para $W_O = 1.35$	55
2.21. Perfiles de la velocidad axial para $\epsilon = 1$, $Ma = 0$, $W_O = 0.5$ (a), $W_O = 1$ (b) y $W_O = 1.35$ (c), para $S = S_c(W_O)$, como indica las leyendas. Las distintas líneas corresponden a los mismos valores de z mostrados en la figura 2.14.	56
2.22. S_c vs. W_O para $\epsilon = 1$ y $Ma = 0$ realizado con dos N distintos, como indica la leyenda.	57
2.23. Evolución axial de la velocidad axial en el eje (a), y la presión \bar{P} en el eje (b), para $\epsilon = 0.07$, $Ma = 0$, $W_O = 0.05$, y los valores de S indicados. Las líneas punteadas corresponden a los resultados $\epsilon = 1$ (figura 2.15).	57
2.24. Comparación de los perfiles radiales de la velocidad axial en $S = S_c$ para $W_O = 0.05$ cuando $\epsilon = 1$ (a), y $\epsilon = 0.07$ (b). $Ma = 0$ en ambos casos. Las distintas líneas corresponden al mismo valor de z mostrado en la figura 2.14.	58
2.25. Igual que en la figura 2.24 pero para la presión \bar{P}	58
2.26. Evolución de la fracción másica Y en el eje (a), y de la densidad ρ en el eje (b), del H_2 , para $\epsilon = 0.07$, $Ma = 0$, $W_O = 0.05$, y los valores de S indicados.	59

2.27. Perfiles radiales de Y con $S = 0$ (a) y $S = S_c = 1.2754$ (b) para $\epsilon = 0.07$, $W_O = 0.05$, y $Ma = 0$. Las distintas líneas corresponden a los mismos valores de z mostrados en la figura 2.14. 60

2.28. Evolución de S_c vs W_O para $\epsilon = 1$ (líneas discontinuas) y $\epsilon = 0.07$ (líneas continuas) con $Ma = 0$, $Ma = 0.1$ y $Ma = 0.5$ 60

3.1. Esquema del montaje experimental 64

3.2. Vista tridimensional del quemador junto con una sección axial. 65

3.3. Detalle de la zona de entrada a la cámara de premezcla. 66

3.4. Detalle de la cámara de coflujo. 67

3.5. Calibración del caudalímetro de cono. 69

3.6. Esquema del funcionamiento del caudalímetro másico de marca *Iberfluid* [Terradellas y Royuela (2005)]. 70

3.7. Principio de funcionamiento del caudalímetro másico de marca *Iberfluid* [Terradellas y Royuela (2005)]. 71

3.8. Zona de trabajo según la curva de Van de Graf [Terradellas y Royuela (2005)]. 72

3.9. Comparación $\omega_{consigna}$ vs $\omega_{real_boquilla}$ en rpm. 73

3.10. Detalle del burbujeador. 75

3.11. Distribución de tamaños de las partículas introducidas en la corriente de aire por el *burbujeador* cuando se utiliza aceite de oiva y aire. 76

4.1. Geometría definitiva de la simulación numérica axilsimétrica, donde sobresale la boquilla de la entrada del chorro 11 mm respecto a la entrada del coflujo. 80

4.2. Detalle del mallado bidimensional en la zona del espesor de la pared del tubo. 81

4.3. Recta de regresión de la longitud adimensional de la región de recirculación respecto al número de Reynolds, Re 82

4.4. Mallado del modelo tridimensional. 84

4.5. Comparación de la evolución axial en el eje de giro de la velocidad axial W/W_c de los resultados experimental, numérico axilsimétrico y numérico tridimensional, para el caso $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.54$ y $S = 0$ 85

4.6. Comparación del perfil radial de W/W_c en $z/d = 0.0625$ para el caso $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.54$ y $S = 0$ 86

4.7. Comparación de la evolución radial en $z = 0$ de la velocidad acimutal V , para el caso $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.54$ y $S = 0.83$ 87

5.1.	Visualizaciones del flujo en un plano que contiene al eje de giro para $Re = 50.9 \pm 0.5$, $W_O = 0.47$, en los casos $S = 0$ (a), $S = 1.02$ (b), $S = 2.20$ (c) y $S = 3.12$ (d).	91
5.2.	Perfiles radiales de la velocidad axial W/W_c (a) y acimutal V/W_c (b) para $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.48$, y varios parámetros de giro, en $z^* = 0.58$	93
5.3.	Isocontornos del campo de velocidad adimensional para $Re = 50.9 \pm 0.5$, $W_O = 0.56$ y $S = 0$ de la velocidad axial W/W_c con vectores de velocidad radial (a) y de la velocidad radial U/W_c , con vectores de velocidad axial (c). Las figuras (b) y (d) son las mismas que (a) y (c), respectivamente, pero mostrando el detalle cerca de la salida del chorro.	96
5.4.	Isocontornos como en la figura 5.3 pero para el caso $S = 0.81$	97
5.5.	Isocontornos como en la figura 5.3 pero para el caso $S = 1.22$	98
5.6.	Isocontornos como en la figura 5.3 pero para el caso $S = 1.90$	99
5.7.	Isocontornos como en la figura 5.3 pero para el caso $S = 2.28$	100
5.8.	Isocontornos como en la figura 5.3 pero para el caso $S = 2.49$	101
5.9.	Esquema de la disposición de las cámaras y el láser en la técnica <i>PIV Estéreo</i>	102
5.10.	Isocontornos del campo de velocidad adimensional obtenido con la técnica <i>PIV Stereo</i> , para $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.56$ y $S = 0.81$. Velocidad axial W/W_c con vectores de velocidad radial U/W_c (a). Detalle cerca del eje (b). Velocidad acimutal V/W_c (c) y radial U/W_c (d).	103
5.11.	Perfiles radiales de W/W_c a la salida ($z^* = 0$) (a), W/W_c en $z^* = 0.37$ (b), U/W_c a la salida (c) y U/W_c en $z^* = 0.37$ (d), para el caso $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.45$ y S variando desde 0 hasta 2.44. Todos han sido obtenidos con la técnica <i>PIV</i> bidimensional.	104
5.12.	Evolución de la velocidad axial W/W_c en el eje de giro, para el caso $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.45$ y S variando de $S = 0$, 1.58, 2.12 y 2.44.	105
5.13.	Evolución radial de la velocidad acimutal V/W_c en $z^* = 0 \pm 0.1$, para el caso $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.45$ y S variando de $S = 0$, 1.13, 1.58, 1.81 y 2.12.	106
5.14.	Evolución del parámetro de giro S_c respecto al coflujo W_O para $Re = 50.9 \pm 0.5$ variando el parámetro de giro S (a) y variando el coflujo W_O (b).	107
5.15.	Comparación de la evolución del parámetro de giro S respecto al coflujo W_O , al variar los parámetros de giro y coflujo independientemente, para $Re = 50.9 \pm 0.5$	108
5.16.	Evolución del parámetro de giro S como en la figura 5.14 para $Re = 62 \pm 0.5$	109

5.17. Comparación de la evolución del parámetro de giro S respecto al coflujo W_O , al variar los parámetros de giro y coflujo independientemente, para $Re = 62 \pm 0.5$ 110

5.18. Comparación de la evolución del parámetro de giro S respecto al coflujo W_O para $Re = 50.9 \pm 0.5$ y $Re = 62 \pm 0.5$ 111

5.19. Comparación de los isocontornos de la velocidad axial adimensional W/W_c para $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.56$ y $S = 0$. Resultados numéricos a la izquierda y experimentales a la derecha. 112

5.20. Comparación de los isocontornos de la velocidad axial adimensional W/W_c para $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.56$ y $S = 0.81$. Resultados numéricos a la izquierda y experimentales a la derecha. 113

5.21. Comparación de los isocontornos de la velocidad axial adimensional W/W_c para $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.56$ y $S = 2.17$. Resultados numéricos a la izquierda y experimentales a la derecha. 114

5.22. Comparación de los isocontornos de la velocidad axial adimensional W/W_c para $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.56$ y $S = 2.49$. Resultados numéricos a la izquierda y experimentales a la derecha. 115

5.23. Comparación de los resultados numéricos y experimentales para la evolución de la velocidad axial adimensional en el eje de giro para un $Re = 50.9 \pm 0.5$, $W_O = 0.47$ y $S = 2.22$ (a) y comparación de la evolución de S_c respecto a W_O para los casos de $Re = 50.9 \pm 0.5$ y $Re = 62 \pm 0.5$ (b). . . . 116

5.24. Variación axial de la velocidad acimutal adimensional V/W_c respecto al parámetro de giro S para $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.45$, y $r/d = 0.75$, $z^* = 0.14$ (a), $z^* = 0.56$ (b) y $z^* = 0.85$ (c). 118

5.25. Comparación numérica y experimental de las componentes radial (a), acimutal (b), y axial (c) adimensionales de la vorticidad respecto al parámetro de giro S para $Re = 62 \pm 0.5$ y $W_O = 0.56$, en $r/d = 0.38$ 119

5.26. Comparación numérica/experimental de la evolución del parámetro de giro crítico S_c respecto al coflujo W_O para $Re = 62 \pm 0.5$ y $Re = 50.9 \pm 0.5$. . . 119

6.1. Llamas de difusión de metano para $Re \approx 150$, $W_O \approx 0.3$ y $S = 0$ (a), $S \approx 0.34$ (b), $S \approx 0.56$ (c) y $S \approx 1.06$ (d). 123

6.2. Llama subventilada de difusión turbulenta de metano para $Re = 60 \pm 0.5$, $W_O = 0.5$ sin giro. 124

6.3. Llamas sobreventiladas de difusión laminares de propano para $Re \approx 150$, $W_O \approx 0.3$ $S \approx 0.1$ (a) y $S \approx 1.85$ (b). 125

6.4.	Llamas de difusión laminares de una mezcla de propano con nitrógeno (10% – 90%), para $Re = 70 \pm 0.5$, $W_O \approx 0.5$ y $S = 0$ (a), $S = 1.08$ (b), $S = 1.64$ (c) y $S = 2.5$ (d).	126
6.5.	Variación de la anchura (a) y de la altura (b) de la llama de difusión laminar de la mezcla propano/nitrógeno para $Re = 70 \pm 0.5$, $W_O = 0.5$ y varios valores de S	126
A.1.	Sketch of the dimensionless geometry and boundary conditions at $z = 0$	134
A.2.	Evolution of S_c vs W_O for $\epsilon = 1$ (dashes lines) and $\epsilon = 0.07$ (solid lines) for $Ma = 0$, $Ma = 0.1$ and $Ma = 0.5$	135
A.3.	Sketch of the experimental set up.	136
A.4.	Numerical/experimental comparison of axial velocity W contours for $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.56$, $S = 0$ (a), $S = 0.81$ (b) and $S = 2.49$ (c). This last value corresponds to a swirl parameter greater than the critical one.	138
A.5.	Numerical/experimental comparison of the evolution of the axial velocity W at the axis for $Re = 50.9 \pm 0.5$, $W_O = 0.47$ and $S = 2.22$ (a), and the evolution of S_c vs W_O for $Re = 50.9 \pm 0.5$ and $Re = 62 \pm 0.5$ (b).	139
A.6.	Combustion of methane without swirl (a), propane with swirl (b), mixture of propane/nitrogen without swirl (c) and mixture of propane/nitrogen with swirl (d).	140
A.7.	Variation with S of the dimensionless width (a) and height (b) for a propane/nitrogen mixture flame ($Re \approx 70 \pm 0.5$ and $W_O \approx 0.5$).	141

Capítulo 1

Introducción

1.1. Preliminares. Rotura de vórtices.

El presente trabajo constituye una contribución al estudio fluidodinámico de un chorro de gas con giro que descarga a través de una expansión brusca en otro gas que puede tener distinta densidad y la posibilidad de un movimiento coaxial con el chorro, así como la de reaccionar químicamente en él (combustión). Este estudio se realiza desde un punto de vista teórico, numérico y experimental. En una primera aproximación, se modela la evolución axial mediante la simulación numérica de las ecuaciones parabólicas de un flujo no reactivo, partiendo inicialmente de una solución de semejanza válida a la salida del chorro con giro que descarga con distinta composición química y con una velocidad axial uniforme (coflujo). Por otro lado, se analiza el flujo viscoso numéricamente, resolviendo tanto las ecuaciones axilimétricas como tridimensionales y, finalmente, desde el punto de vista experimental, mediante el montaje de un quemador que se ha realizado en el laboratorio y donde se ha ensayado con una descarga de aire en aire y de un combustible (metano o propano) en aire. Este montaje experimental permite la posibilidad de una variación independiente del caudal y del giro en el conducto, así como la velocidad del coflujo axial. Se tratará así de profundizar en la posible relación experimental entre el fenómeno de la rotura de vórtices (que denotaremos de ahora en adelante como **RV**), con la variación de estos tres parámetros, principalmente para flujos no reactivos.

La **RV** es un fenómeno que aparece en flujos con giros intensos y se caracteriza por la presencia de un punto de remanso en el flujo axial, seguido de una región (a veces llamada burbuja) de recirculación. Las explicaciones para la aparición de este fenómeno van desde una transición brusca entre estados no viscosos del flujo [Benjamin (1962); ver además Buntine y Saffman (1995)], inestabilidades hidrodinámicas presentes en el flujo [Ludwig (1951)], o la ruptura de la aproximación de capa límite en el eje del chorro [Hall (1972);

ver además Fernandez-Feria et al. (1995)]. Lo que sí está bien establecido, al menos para el flujo con giro en un conducto, es que la aparición del fenómeno de **RV** está asociado a una bifurcación de las ecuaciones, tanto no viscosas como viscosas, y la consiguiente aparición de multiplicidad de soluciones [Beran y Culik (1992) y Wang y Rusak (1997)]. De forma genérica, se distinguen una tipología de roturas que son mayoritariamente axilimétricas, otras en las que el filamento del eje toma una forma de espiral simple o doble y, por último, aquéllas en las que presenta una gran variedad de formas dependiendo de la geometría donde se produzca [Sarpkaya (1971, 1974)].

Actualmente, el fenómeno de **RV** sigue siendo un problema de gran interés tanto teórico como tecnológico en la dinámica de fluidos [Sanmiguel-Rojas et al. (2008), Koh (2010), Meliga (2011) y Oberteithner (2011), entre otros], a pesar de haber sido objeto de numerosas recopilaciones en la últimas décadas [como por ejemplo, Hall 1972, Leibovich (1978), Escudier (1988), Delery (1997), Wang y Rusak (1997) y Lucca-Negro y O'Doherty (2001)]. Con relación a los chorros con giro y a los flujos con giro en conductos, la formación de la región de recirculación tras la **RV** tiene un interés práctico desde el punto de vista ingenieril, más concretamente en el campo de la Ingeniería Química, pues en procesos tales como los reactores químicos y las cámaras de combustión se procura favorecer la mezcla del combustible y el comburente.

Dada la envergadura del trabajo de tesis propuesto en relación a la **RV**, que trata los aspectos viscosos e ideales de flujo reactivos y no reactivos y con distinta densidad, se ha estimado oportuno limitar el trabajo desarrollado dentro de la parte teórica y de la experimental. Así, se tratará el aspecto teórico solo desde un punto de vista de la aproximación casi-cilíndrica, válida para valores grandes del número de Reynolds, variando la relación de densidades entre el fluido que entra por el conducto y el coflujo axial, y sin reacción química. Se dará entonces a conocer el criterio para la aparición de la **RV** con las ecuaciones parabólicas. Por otro lado, el montaje experimental se centrará en la influencia de la viscosidad sobre la aparición de **RV** para una relación de densidades unidad, al emplear aire con las mismas condiciones térmicas tanto en el conducto con giro como en el coflujo axial. Finalmente, el montaje experimental también será utilizado como quemador para visualizar flujos reactivos.

1.1.1. Trabajos previos relacionados con la parte teórica y numérica de la tesis.

Aunque existe numerosa información de la rotura en chorros con giro intenso para flujos incompresibles, tanto de forma teórica y numérica [por ejemplo, Ruith et al. (2003),

Revuelta (2004), Revuelta et al. (2004a, 2004b)] como experimental [Sarpkaya (1971, 1974), Panda y Maclaughlin (1994), Billant et al. (1998), Gallaire et al. (2004), Liang y Maxworthy (2005), Toh et al. (2010)], poco se conoce de la **RV** en chorros con giro de especies químicas ligeras descargando en un ambiente constituido por especies químicas más pesadas. Este tipo de chorro ligero es importante, por ejemplo, en procesos de combustión, donde en muchas ocasiones el combustible está compuesto por especies ligeras en fase gaseosa, como el hidrógeno, inyectado en un ambiente gaseoso oxidante (de oxígeno o aire) cuyas moléculas son mucho más pesadas. La **RV** es además un proceso importante en sistemas y procesos de combustión, ya que permite la estabilización de la llama, promueve una mejor mezcla entre el combustible y el comburente y, finalmente, puede reducir también la emisión de contaminantes [Lefebvre (1999), Jin y Gore (2002)]. Sin embargo, en muchos quemadores, en contra de la configuración planteada en este trabajo, el comburente gira mientras que el combustible no lo hace [Huang y Yang (2009)]. Asimismo, el flujo es generalmente turbulento, mientras que el alcance de este estudio se centra solo en el caso laminar.

Así, para tener un mayor conocimiento de las condiciones que tiene el flujo cuando comienza la **RV** en este tipo de sistemas de combustión en los que se usa el giro para promover una mejor mezcla y donde se usan chorros de hidrógeno, helio u otro gas ligero, es interesante caracterizar la aparición de la **RV** y analizar las analogías o discrepancias en relación a un chorro con giro incompresible de una sola especie química. Este es el objetivo principal de la parte teórica planteada en esta tesis doctoral, que se desarrollará mediante la resolución de las ecuaciones parabólicas [Hall (1966)] que gobiernan un flujo no viscoso con giro, axilsimétrico y compresible. Aunque se sabe que las ecuaciones de esta aproximación no son válidas cuando el flujo está cercano a la región de **RV**, es una aproximación muy útil para predecir el valor del giro crítico a partir del cual se produce la **RV**. Este valor se corresponde a un fallo de las ecuaciones parabólicas, que no permiten el flujo de recirculación que aparece con la **RV** [Hall (1972), Beran y Culik (1992), Herrada et al. (2003), Revuelta et al. (2004a), Gyllenram et al. (2007)].

En el estudio teórico realizado en este trabajo, se incluye también los efectos que tienen la compresibilidad sobre la estructura del gas ligero descargando en una atmósfera con un gas más pesado a través del número de Mach del chorro. En este sentido, solo se analizarán casos subsónicos. Si bien existen estudios que analizan el efecto de la compresibilidad sobre distintos tipos de flujos con giro [ver, por ejemplo, Keller (1994), Mahesh (1997), Rusak y Lee (2002), Perez-Saborid et al. (2002), Herrada et al. (2003)], hay menos trabajos que realizan este estudio en el caso de chorros con giro de gases ligeros, lo que hace especialmente novedoso y relevante el trabajo teórico desarrollado en esta tesis. En ella

también se incluye el efecto del coflujo axial sobre la estructura del chorro con giro que es, tal y como se ha mencionado, muy importante en los procesos de combustión. En esta primera fase de la tesis no se incluyen reacciones químicas, ya que esta temática sólo se abordará en la fase experimental. Cabe mencionar, finalmente, los trabajos de Sánchez et al. (2006) y de Sánchez-Sanz et al. (2007) y (2010) sobre la estructura de chorros ligeros que descargan en un medio más denso, pero sin giro.

1.1.2. Trabajos previos relacionados con la parte experimental de la tesis.

La otra componente importante de esta tesis ha sido la realización de un montaje experimental capaz de producir un flujo con giro intenso en el interior de un conducto que descarga mediante una boquilla en una expansión brusca y que es relativamente fácil de simular numéricamente.

En relación a los flujos con giro en conductos de sección constante, son pocos los experimentos previos en los que se produce la **RV** en su interior. Caben destacar los realizados por Sarpkaya (1971, 1974), en los que se logra visualizar el **VB** con toda la variedad tipológica en la que se presenta, clasificándose en tres grandes grupos denominados burbuja, espiral y doble hélice. Es en estos experimentos donde se ha realizado una más que notable descripción cualitativa del comportamiento del flujo y las condiciones en las que aparecen los cambios asociados a la **RV**. En otro experimento centrado en el interior de conductos, [Mattner et al. (2002)], realiza un estudio más exhaustivo sobre la formación de la **RV** al comparar perfiles medidos con los resultados de la simulación numérica, además de visualizar roturas para distintos parámetros de giro. La aparición de la **RV** se produce para un determinado giro crítico y se asocia a una transformación de un flujo tipo estela que se decelera hasta que aparece un punto de remanso. Este será el caso estudiado en este trabajo, con la salvedad de que la rotura aparecerá en la zona de expansión y no en el interior de un conducto de sección constante. Por último, Darmofal (1995) también compara con éxito los perfiles radiales y la evolución axial de la velocidad axial con los valores experimentales, encontrando que se rompe claramente la axilsimetría del flujo.

Por otro lado, son escasos los experimentos previos de flujos laminares en una geometría tipo expansión brusca en el que el perfil de entrada es parabólico. Esta es la principal novedad del estudio presentado aquí, además de la disposición de una independencia entre el giro y el caudal. De forma genérica, los experimentos existentes con giro intenso se centran en el régimen turbulento y poseen una relación entre estos dos parámetros fijada por el dispositivo de álabes móviles que prerrotan el flujo y, por consiguiente,

se induce un mayor giro cuando se incrementa el caudal [véase Ortega-Casanova et al. (2011), y las referencias que se incluyen en este trabajo]. En este sentido, el experimento aquí presentado se centrará en el régimen laminar, y también añade la componente del coflujo axial al giro intenso. Para un caso de chorro con giro, en régimen turbulento y sin coflujo axial, Toh y sus colaboradores (2010) realizaron un estudio muy exhaustivo mediante la técnica *PIV* (velocimetría por imágenes de partículas). En este excelente trabajo experimental se establecen criterios específicos para la definición de un parámetro de giro en régimen turbulento, ya que las condiciones iniciales del flujo con giro pueden alterar los resultados obtenidos. Así, los perfiles de velocidad a la salida de un chorro turbulento con giro tienen que ser obtenidos de forma rigurosa de modo que éstos sean tenidos en cuenta a la hora de interpretar los resultados y, en particular, cuando se usan estas distribuciones de velocidad para caracterizar las condiciones para las cuales aparece el fenómeno de **RV**.

Los experimentos que más se aproximan a los analizados en esta tesis doctoral fueron realizados en el LadHyx por varios investigadores. Así, Billant y otros investigadores (1998) realizaron un estudio en una expansión brusca, pero con un perfil de entrada uniforme y sin coflujo axial. En este trabajo, se estableció que la rotura aparecía para un parámetro de giro S igual o superior a 2.6, independiente del número de Reynolds Re (para los valores moderados analizados entre 300 y 1200)¹. En un trabajo posterior, Loiseleux y Chomaz (2003) estudiaron experimentalmente la rotura de la simetría de un chorro con giro en el mismo experimento, para valores inferiores del parámetro de giro de rotura. Se establecieron tres regímenes dinámicos distintos. El primero, para giros bajos, en el que los mecanismos de inestabilidad hidrodinámica son iguales al caso del chorro sin giro; otro, para giros moderados, en el que aparecen vórtices producidos por inestabilidades secundarias y, por último, para giros cercanos a la rotura, en el que interaccionan tanto las estructuras axiales tipo vórtices, como las ondas de fuerte componente acimutal.

En el presente estudio se ha estimado oportuno generar experimentalmente un flujo viscoso con rotación en el interior de un conducto de sección uniforme cuyas paredes giran. En los casos analizados en este trabajo se ha cumplido que el flujo con giro proveniente del conducto es siempre estable [Fernandez-Feria y del Pino (2002), del Pino et al. (2003), Shrestha et al. (2013)]. Este chorro con velocidad acimutal impuesta como sólido rígido descarga aguas abajo en una expansión brusca, que constituye la zona de visualización y medida. Para ello, se ha dispuesto de un montaje experimental para forzar un chorro con giro que, mediante una boquilla de sección circular, descarga en otro cilindro fijo de radio superior. Con este montaje se realizarán tres estudios bien diferenciados. El primero

¹Ver las definiciones de S y Re en los capítulos 2 y 3.

de ellos es la simulación numérica axilsimétrica y tridimensional laminar y estacionaria del flujo. Ésta reproduce fielmente la geometría del experimento y se ha realizado con la ayuda de un código numérico comercial de volúmenes finitos. En segundo lugar, se ha obtenido información del experimento de forma cualitativa, mediante la visualización con una emulsión de aceite y aire (técnica Mie-Scattering) y, de forma cuantitativa, mediante anemometría láser Doppler (*LDA*) y velocimetría por imágenes de partículas (*PIV*). En último lugar, se han visualizado con éxito llamas de difusión laminar con giro.

1.2. Descripción de los contenidos de la tesis.

En el capítulo 2 se realiza un estudio teórico sobre la estructura de un chorro producido por un perfil de velocidad axial uniforme al que se le superpone una rotación como sólido rígido que descarga en una expansión brusca. Este estudio se realiza mediante ecuaciones parabólicas, válidos para altos números de Reynolds. Con este análisis se pretende profundizar en la influencia del giro y del coflujo axial en la aparición de la **RV**. Estos efectos se pueden analizar gracias a la introducción de una solución inicial de semejanza cerca de la boquilla del chorro. La solución casi cilíndrica de las ecuaciones parabólicas dejan de ser válidas justo cuando se produce una recirculación del flujo o, lo que es lo mismo, aparece la **RV**.

El montaje experimental se describe en el capítulo 3. En él se detallan las distintas partes que constituyen el aparato generador de flujos con giro y todos los aspectos relacionados con la geometría y funcionalidad de las piezas que lo engloban. Para completar ese capítulo, se describen los equipos y las técnicas experimentales con las que se adquiere información cualitativa y cuantitativa del flujo, así como los dispositivos y técnicas necesarios para adquirir las imágenes y procesarlas.

En el capítulo 4 se introduce brevemente la simulación de un flujo viscoso con la misma geometría del montaje experimental. En él se describen las condiciones de contorno para realizar los cálculos numéricos y la convergencia de malla. Al final de este capítulo se comparan los resultados numéricos y experimentales de tan solo unos casos representativos mediante los perfiles radiales y de evolución axial del campo de velocidad. De esta forma, se dan por válidos los mallados en las distintas coordenadas cilíndricas, al capturar con éxito los fuertes gradientes que aparecen en la zona de cortadura de la boquilla con el coflujo.

La comparación de los resultados cuantitativos y cualitativos de los experimentos con los de las simulaciones numéricas axilsimétricas y tridimensionales se resume en el capítulo 5. En él se discuten los perfiles de velocidad cuantitativos obtenidos para distintos valores

del parámetro de giro y se establecen algunas conclusiones relacionadas con el efecto de la viscosidad.

En el penúltimo capítulo de esta tesis se describen los resultados obtenidos experimentalmente con el quemador. En él se describe brevemente cómo se han realizado con éxito ensayos con flujos reactivos. Además, se visualiza la llama de difusión laminar generada por un gas ligero, como el metano, y otro pesado, como el propano, en una atmósfera oxidante de aire para distintos valores del parámetro de giro.

Para finalizar, en el séptimo capítulo, se presentan las conclusiones más destacadas de este trabajo y se comentan futuras líneas de investigación directamente relacionadas con el mismo.

Capítulo 2

Estudio Teórico sobre las condiciones de rotura de un chorro ligero con giro mediante la aproximación casi cilíndrica.

2.1. Introducción.

Los flujos con giro intenso tienen una gran relevancia en la ingeniería, ya que aparecen en múltiples campos industriales, como los procesos de mezcla en las cámaras de combustión, ingeniería aeronáutica, separadores ciclónicos, turbomáquinas... así como en la Naturaleza, como por ejemplo los tornados.

Este tipo de flujos, en ciertas condiciones, puede experimentar transiciones abruptas. En nuestro caso, un flujo de giro intenso, con componentes axial y radial de la velocidad, puede experimentar una desaparición o una rotura abrupta del vórtice intenso (*vortex breakdown* o **VB**) al superar un valor determinado del parámetro de giro (relación entre la velocidad angular y la axial). Esta rotura se caracteriza por un punto de remanso en la velocidad axial en el eje del vórtice, seguido por una región limitada donde recircula el flujo.

Existe un gran número de trabajos que estudian teórica, numérica o experimentalmente el fenómeno de la **RV**. También existen muchos trabajos que analizan la estabilidad de los diferentes tipo de vórtices, tanto libres como confinados mediante diferentes métodos. Sin embargo, la relación de los fenómenos de rotura para los casos de combustión, variando la densidad relativa entre el combustible y el comburente, y modificando la velocidad axial relativa entre los fluidos (denominado como velocidad de coflujo) están aún

por determinar. El presente capítulo tiene como objetivo el poner a punto un código desarrollado en Matlab para el estudio mediante la aproximación casi cilíndrica del flujo de un chorro delgado con giro subsónico que descarga en una expansión brusca con y sin coflujo, y varias relaciones de densidad entre la que posee el chorro delgado y la atmósfera en reposo donde se produce la descarga.

Las distintas partes de las que consta este capítulo son las siguientes: en primer lugar, se realizará la descripción y formulación del problema, en segundo lugar se determinará la estructura del flujo base y se determinarán las condiciones de la **RV** en función de los diferentes parámetros adimensionales que gobiernan el problema. Para más detalle se recomienda la lectura de Gallardo-Ruiz et al. (2010).

2.2. Formulación del problema.

El caso de estudio es el de la descarga de un flujo con giro a través de un conducto de radio R_I en un gas ambiente. Para simplificar el problema, se van a considerar tan solo dos especies químicas, una de ellas es la que se introduce con el chorro con giro (el combustible), con una fracción másica y , y la otra es el ambiente donde se descarga dicho chorro (el oxidante), con fracción másica $1 - y$. Para la formulación de las ecuaciones se desprecia cualquier tipo de reacción química.

Las ecuaciones que gobiernan el problema son la de continuidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2.1)$$

donde ρ y \mathbf{v} son los campos densidad y velocidad de la mezcla de los gases. La ecuación de conservación de la masa de la especie combustible:

$$\rho \frac{\partial y}{\partial t} + \rho \mathbf{v} \cdot \nabla y = \nabla \cdot (\rho D \nabla y) = 0, \quad (2.2)$$

donde D es el coeficiente de difusión binario entre ambas especies. Además de despreciar cualquier tipo de reacción química, se ha despreciado la difusión térmica. La ecuación de estado de la mezcla de los gases, dependiente de la densidad ρ , de la presión p , de la temperatura T y de la fracción másica y es:

$$\rho = \frac{p}{RT} \frac{1}{\frac{y}{M_F} + \frac{1-y}{M_O}} = \frac{M_F p}{R T y + \epsilon(1-y)}, \quad \epsilon \equiv \frac{M_F}{M_O}, \quad (2.3)$$

donde R es la constante universal de los gases cuyo valor es $R \simeq 8.314 \text{ Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$, y M_F y M_O son los pesos moleculares de la especie combustible y la especie oxidante respectivamente. La ecuación de conservación de cantidad de movimiento es:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho c_p \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla p - \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot (\mu \nabla \mathbf{v}), \quad (2.4)$$

y la ecuación de conservación de la energía:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p \mathbf{v} \cdot \nabla T = \frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla p + \nabla \cdot (K \nabla T) + \rho D (c_{pF} - c_{pO}) \nabla T \cdot \nabla y. \quad (2.5)$$

En la ecuación de conservación de cantidad de movimiento se han incluido las fuerzas gravitacionales en la dirección z , con aceleración \mathbf{g} , y se han despreciado los efectos de compresibilidad de las fuerzas viscosas (se ha asumido $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ en el tensor de esfuerzos viscosos), aunque los efectos de compresibilidad se tienen en cuenta en el resto. La viscosidad de la mezcla μ se obtiene mediante la fórmula semiempírica (2.6):

$$\mu = \mu_F \frac{y + \epsilon^{1/2}(1-y) \frac{\mu_O}{\mu_F}}{y + \epsilon^{1/2}(1-y)} \quad (2.6)$$

donde μ_F y μ_O son los coeficientes viscosos de las especies combustible y oxidante, respectivamente. En la ecuación de la energía se han despreciado la disipación térmica viscosa, el efecto Dufour en el flujo de calor (como consecuencia de haber despreciado la difusión térmica), y se ha asumido que los coeficientes de calor específico a presión constante de cada especie, c_{pF} y c_{pO} , son constantes. Para simplificar las ecuaciones, se asume que el calor específico a presión constante de la mezcla, $c_p = y c_{pF} + (1-y) c_{pO}$ también es constante. Finalmente, la conductividad térmica de la mezcla K se obtiene de (2.7):

$$K = K_F \frac{y + \epsilon^{2/3}(1-y) \frac{K_O}{K_F}}{y + \epsilon^{2/3}(1-y)} \quad (2.7)$$

donde K_F y K_O son las conductividades térmicas del combustible y el oxidante puros, respectivamente. Todos los coeficientes de transporte, D , μ_F , μ_O , K_F y K_O son funciones conocidas de la temperatura T .

A continuación se formulan las ecuaciones que rigen el problema en modo adimensional, usando coordenadas cilíndricas (r, θ, z) . El chorro de combustible descarga en el ambiente en $z = 0$ con $y = 1$ (combustible puro) a través de un orificio de radio R_I , utilizado como radio característico de la coordenada radial r . La coordenada axial z se adimensionaliza con una longitud característica z_c . Por lo tanto, el vector dimensional de posición \mathbf{x}

$$\mathbf{x} = R_I \begin{pmatrix} r \\ \theta \\ \delta^{-1} z \end{pmatrix}, \quad \delta \equiv \frac{R_I}{z_c}. \quad (2.8)$$

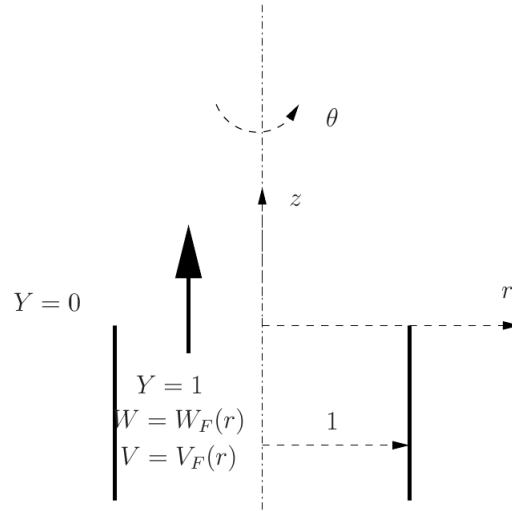


Figura 2.1: Esquema de la geometría adimensionalizada y de las condiciones de contorno en $z = 0$.

Las variables adimensionales se definen mediante las variables características correspondientes a la entrada de combustible. Hay que tener en cuenta que consideramos el límite de un alto número de Reynolds del chorro, definido como:

$$Re = \frac{W_c R_I \rho_{Fc}}{\mu_{Fc}}, \quad (2.9)$$

donde W_c es la velocidad axial en $z = 0$, ρ_{Fc} es la densidad y μ_{Fc} la viscosidad características del chorro combustible a la entrada, a la temperatura de referencia T_c . Para el caso de un flujo casi-paralelo, en el límite con $Re \gg 1$, que corresponde a una aproximación parabólica, donde la longitud axial característica z_c es mucho mayor que el radio característico R_I , podemos asumir por simplicidad,

$$z_c = Re R_I \quad (o \quad \delta^{-1} = Re), \quad (2.10)$$

eliminando, por tanto, el factor de escala δ del problema. Del mismo modo, tampoco aparece explícitamente el número de Reynolds en la formulación del problema.

2.2.1. Ecuaciones adimensionales en la aproximación casi cilíndrica.

Las ecuaciones adimensionales, escritas en el mismo orden que las ecuaciones (2.1)-(2.5), pero desglosando las tres componentes de la ecuación (2.4), son:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \varrho U) + \frac{\partial}{\partial z} (\varrho W), \quad (2.11)$$

$$\varrho U \frac{\partial Y}{\partial r} + \varrho W \frac{\partial Y}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r \varrho}{Sc} \frac{\partial Y}{\partial r} \right), \quad (2.12)$$

$$\varrho = \frac{P}{\Theta Y + \epsilon(1 - Y)}, \quad (2.13)$$

$$\varrho \frac{V^2}{r} = E \frac{\partial P}{\partial r}, \quad (2.14)$$

$$\varrho \left(U \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{UV}{r} + W \frac{\partial V}{\partial z} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^3 \mu \frac{\partial (V/r)}{\partial r} \right), \quad (2.15)$$

$$\varrho \left(U \frac{\partial W}{\partial r} + W \frac{\partial W}{\partial z} \right) = -E \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{1}{Fr} \varrho + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial W}{\partial r} \right), \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \varrho \left(U \frac{\partial \Theta}{\partial r} + W \frac{\partial \Theta}{\partial z} \right) &= \alpha_F \frac{\gamma - 1}{\gamma} \left(U \frac{\partial U}{\partial r} + W \frac{\partial P}{\partial z} \right) \\ &+ \frac{\alpha_F}{Pr} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r K \frac{\partial \Theta}{\partial r} \right) + \frac{\alpha_F - \alpha_O}{Sc} \varrho \frac{\partial \Theta}{\partial r} \frac{\partial Y}{\partial r}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

A continuación se definen los parámetros adimensionales de las ecuaciones (2.11)-(2.17), basados en la especie combustible y en el chorro a la entrada. El número de Schmidt,

$$Sc = \frac{\mu_{Fc}}{\rho_{Fc} D}, \quad (2.18)$$

el número de Euler (E), dependiente con el número de Mach del chorro (Ma) y de la relación del calor específico a presión y a volumen constante del combustible (γ), a través de

$$E = \frac{p_c}{\rho_{Fc} W_c^2} = \frac{1}{\gamma Ma^2}, \quad Ma^2 = \frac{W_c^2}{\gamma p_c / \rho_{Fc}}, \quad \gamma = \frac{c_{pF}}{c_{vF}}; \quad (2.19)$$

el número de Froude,

$$Fr = \frac{W_c^2}{z_c g} = \frac{W_c^2}{R_{Ig}} \frac{1}{Re}; \quad (2.20)$$

el número de Prandtl,

$$Pr = \frac{c_{pF} \mu_{Fc}}{K_{Fc}}, \quad (2.21)$$

donde K_{Fc} es la conductividad térmica característica del gas combustible, y las relaciones de calor específico

$$\alpha_F = \frac{c_{pF}}{c_p}, \quad \alpha_O = \frac{c_{pO}}{c_p}. \quad (2.22)$$

Para simplificar la notación, en las ecuaciones (2.15)-(2.17) se han tomado las mismas letras para denotar la viscosidad y la conductividad térmica adimensionales de la mezcla, relacionada con los valores característicos correspondientes de la especie combustible,

$$\mu \leftarrow \frac{\mu}{\mu_{Fc}}, \quad K \leftarrow \frac{K}{K_{Fc}} \quad (2.23)$$

Lo que nos interesa es resolver las ecuaciones (2.11)-(2.17) con las siguientes condiciones de contorno a la entrada, en $z=0$ (como se puede ver en la figura 1):

$$U = 0, \quad W = W_F(r), \quad V = SV_F(r), \quad Y = 1, \quad \Theta = 1, \quad \text{en } z = 0 \text{ para } 0 \leq r \leq 1, \quad (2.24)$$

$$U = 0, \quad W = W_O(r), \quad V = 0, \quad Y = 0, \quad \Theta = 1, \quad \text{en } z = 0 \text{ para } r \geq 1, \quad (2.25)$$

donde W_F , V_F y W_O son funciones de r dadas, de orden unidad, y S es el parámetro de giro. Este número adimensional viene dado por la relación entre la velocidad acimutal V_c y la velocidad radial W_c características,

$$S = \frac{V_c}{W_c}. \quad (2.26)$$

La presión no se especifica en (2.24)-(2.25) porque se puede obtener de $V_F(r)$, a través de la ecuación de momento radial (2.14) junto a un valor de referencia dado ($P \rightarrow P_O$ para $r \rightarrow \infty$). Por otro lado, la densidad ρ en $z = 0$ se obtiene de la ecuación de estado (2.13). El flujo que se va a analizar con mayor detalle en el próximo apartado corresponde a un flujo de entrada uniforme de combustible, $W_F = 1$, junto a un giro de sólido rígido, $V_F = r$ (es decir, $V_c = \Omega R_I$, donde Ω es la velocidad angular del chorro a la entrada), y sin coflujo de comburente, $W_O = 0$.

A continuación vemos las condiciones de contorno para las ecuaciones (2.11)-(2.17) para el eje en $r = 0$ (condiciones de simetría en el eje),

$$\frac{\partial Y}{\partial r} = \frac{\partial W}{\partial r} = \frac{\partial \Theta}{\partial r} = U = V = 0 \quad \text{en } r = 0 \text{ para } z > 0, \quad (2.27)$$

y las condiciones de contorno de Y , V , W y P cuando $r \rightarrow \infty$,

$$Y \rightarrow 0, \quad V \rightarrow 0, \quad W \rightarrow W_O, \quad P \rightarrow P_O, \quad \Theta \rightarrow 1, \quad \text{para } r \rightarrow \infty, \quad (2.28)$$

teniendo en cuenta que en (2.28) se ha considerado $W_O(r \rightarrow \infty) = W_O$, para una constante dada W_O .

2.3. Estructura del chorro.

2.3.1. Ecuaciones de la descarga de un gas ligero con velocidad axial uniforme y girando como un sólido rígido.

Se considerará el caso más simple en el que el número de Schmidt Sc , la viscosidad μ y la conductividad térmica K son constantes, junto con $\alpha_F = \alpha_O = 1$ (es decir, $c_{pf} = c_{pO} = c_p$), y en el que los efectos de la flotabilidad (el número de Froude) son despreciables. Tal y como se puede ver en las ecuaciones (2.6)-(2.7), la viscosidad y la conductividad térmica de la mezcla se pueden considerar constantes en el límite $\epsilon \ll 1$, como ocurre en el caso de un flujo constituido por un chorro de gas mucho más ligero que el gas del ambiente. Como se ha adimensionalizado μ y K con los valores característicos de la especie del chorro (2.23), se tiene que $\mu = K = 1$ en (2.15)-(2.17). Por lo tanto, las ecuaciones (2.11)-(2.17) se pueden escribir como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \varrho U) + \frac{\partial}{\partial z} (\varrho W) = 0, \quad (2.29)$$

$$\varrho U \frac{\partial Y}{\partial r} + \varrho W \frac{\partial Y}{\partial z} = \frac{Sc^{-1}}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \varrho \frac{\partial Y}{\partial r} \right), \quad (2.30)$$

$$\varrho = \frac{P}{\Theta Y + \epsilon(1 - Y)}, \quad (2.31)$$

$$\varrho \frac{V^2}{r} = E \frac{\partial P}{\partial r}, \quad (2.32)$$

$$\varrho \left(U \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{UV}{r} + W \frac{\partial V}{\partial z} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^3 \frac{\partial (V/r)}{\partial r} \right), \quad (2.33)$$

$$\varrho \left(U \frac{\partial W}{\partial r} + W \frac{\partial W}{\partial z} \right) = -E \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial W}{\partial r} \right), \quad (2.34)$$

$$\varrho \left(U \frac{\partial \Theta}{\partial r} + W \frac{\partial \Theta}{\partial z} \right) = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \left(U \frac{\partial P}{\partial r} + W \frac{\partial P}{\partial z} \right) + \frac{Pr^{-1}}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Theta}{\partial r} \right). \quad (2.35)$$

Tal y como se ha descrito anteriormente, suponemos que el chorro sale de $z = 0$ con velocidad axial uniforme y con un giro como sólido rígido. Por lo tanto, las condiciones de contorno de (2.24)-(2.25) en $z = 0$ son

$$U = 0, \quad \Theta = 1, \quad (2.36)$$

$$W = \begin{cases} 1 & \text{para } 0 \leq r \leq 1 \\ W_O & \text{para } r > 1 \end{cases} \quad (2.37)$$

$$V = \begin{cases} S r & \text{para } 0 \leq r \leq 1 \\ 0 & \text{para } r > 1 \end{cases}, \quad (2.38)$$

$$Y = \begin{cases} 1 & \text{para } 0 \leq r \leq 1 \\ 0 & \text{para } r > 1 \end{cases}, \quad (2.39)$$

donde el valor del coflujo W_O es una constante conocida. Si consideramos que $P_O = 1$, entonces para (2.31)-(2.32) y (2.36)-(2.39) los perfiles de la densidad y la presión en $z = 0$ vienen dados por:

$$P = \begin{cases} e^{\frac{S^2}{2E}(r^2-1)} & \text{para } 0 \leq r \leq 1 \\ 1 & \text{para } r > 1 \end{cases}, \quad (2.40)$$

$$\varrho = \begin{cases} e^{\frac{S^2}{2E}(r^2-1)} & \text{para } 0 \leq r \leq 1 \\ \epsilon^{-1} & \text{para } r > 1 \end{cases}. \quad (2.41)$$

Con $P_O = 1$ se está asumiendo que la presión dimensional en $r \rightarrow \infty$ es la presión de referencia, $p_c = \rho_{Fc}RT/M_F$, fijando un ρ_{Fc} para una temperatura T_c dada. Tiene coherencia porque $\rho_F/M_F \sim \rho_O/M_O$, por lo tanto $p_O \sim p_F$ para la misma temperatura T_c . El resto de las condiciones de contorno son las mismas que en (2.27)-(2.28).

Este problema simplificado está gobernado por los parámetros adimensionales S (2.26), ϵ (2.3), Sc (2.18), E (2.19), γ (2.19), Pr (2.21) y W_O (2.28). Para el estudio de la estructura del chorro, se variará el parámetro de giro S , el coflujo W_O y el número de Euler E , manteniendo el resto de parámetros constantes para una mezcla de gases dada, en concreto, para nuestro caso de estudio, la mezcla $H_2 - Aire$.

Resulta más conveniente utilizar el número de Mach, Ma , para estudiar los efectos de la compresibilidad, en lugar del número de Euler E , una vez conocida la relación entre ambos números adimensionales (2.19), especialmente cuando consideramos el límite incompresible $Ma \rightarrow 0$, correspondiente a un $E \rightarrow \infty$. La formulación en términos de Ma se simplifica definiendo

$$\bar{P} \equiv E(P - 1) = \frac{P - 1}{\gamma Ma^2}, \quad (2.42)$$

de este modo, Ma (o E) desaparece de las ecuaciones de momento (2.32)-(2.34), cambiando P por \bar{P} , pero aparece en la ecuación de estado (2.31) y en la ecuación de conservación de la energía (2.35). Por lo tanto, las ecuaciones y las condiciones de contorno (2.29)-(2.41) nuevas son:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \varrho U) + \frac{\partial}{\partial z} (\varrho W) = 0, \quad (2.43)$$

$$\varrho U \frac{\partial Y}{\partial r} + \varrho W \frac{\partial Y}{\partial z} = \frac{Sc^{-1}}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \varrho \frac{\partial Y}{\partial r} \right), \quad (2.44)$$

$$\varrho = \frac{\gamma Ma^2 \bar{P} + 1}{\Theta} \frac{1}{Y + \epsilon(1 - Y)}, \quad (2.45)$$

$$\varrho \frac{V^2}{r} = \frac{\partial \bar{P}}{\partial r}, \quad (2.46)$$

$$\varrho \left(U \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{UV}{r} + W \frac{\partial V}{\partial z} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^3 \frac{\partial (V/r)}{\partial r} \right), \quad (2.47)$$

$$\varrho \left(U \frac{\partial W}{\partial r} + W \frac{\partial W}{\partial z} \right) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial W}{\partial r} \right), \quad (2.48)$$

$$\varrho \left(U \frac{\partial \Theta}{\partial r} + W \frac{\partial \Theta}{\partial z} \right) = (\gamma - 1) Ma^2 \left(U \frac{\partial \bar{P}}{\partial r} + W \frac{\partial \bar{P}}{\partial z} \right) + \frac{Pr^{-1}}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Theta}{\partial r} \right), \quad (2.49)$$

$z = 0$:

$$U = 0, \quad \Theta = 1, \quad (2.50)$$

$$W = \begin{cases} 1 & \text{para } 0 \leq r \leq 1 \\ W_O & \text{para } r > 1 \end{cases}, \quad (2.51)$$

$$V = \begin{cases} Sr & \text{para } 0 \leq r \leq 1 \\ 0 & \text{para } r > 1 \end{cases}, \quad (2.52)$$

$$Y = \begin{cases} 1 & \text{para } 0 \leq r \leq 1 \\ 0 & \text{para } r > 1 \end{cases}, \quad (2.53)$$

$$\bar{P} = \begin{cases} \frac{1}{\gamma Ma^2} \left(e^{S^2 \gamma Ma^2 (r^2 - 1)/2} - 1 \right) & \text{para } 0 \leq r \leq 1 \\ 0 & \text{para } r > 1 \end{cases}, \quad (2.54)$$

$$\varrho = \begin{cases} e^{S^2\gamma Ma^2(r^2-1)/2} & \text{para } 0 \leq r \leq 1 \\ \epsilon^{-1} & \text{para } r > 1 \end{cases}. \quad (2.55)$$

En el límite incompresible ($Ma^2 = 0$), las condiciones de contorno para \bar{P} y ϱ son

$$\bar{P} = \begin{cases} \frac{S^2(r^2-1)}{2} & \text{para } 0 \leq r \leq 1 \\ 0 & \text{para } r > 1 \end{cases}, \quad (2.56)$$

$$\varrho = \begin{cases} 1 & \text{para } 0 \leq r \leq 1 \\ \epsilon^{-1} & \text{para } r > 1 \end{cases}. \quad (2.57)$$

El resto de las condiciones de contorno son las mismas que en (2.27)-(2.28), excepto para $\bar{P} \rightarrow 0$ y $r \rightarrow \infty$.

2.3.2. Solución de semejanza cerca de $z = 0$.

En ausencia de giro ($V = 0$), las únicas ecuaciones relevantes son (2.43), (2.44) y (2.48) pues $\bar{P} = 0$ y $\Theta = 1$ ya que al no haber rotación no se generan las diferencias de presión de (2.46) y, por tanto, gradientes de temperatura en el chorro. Este problema sin giro lo estudió Sánchez-Sanz et al. (2007), viendo que para un perfil de velocidad axial uniforme en el chorro de entrada, el problema admite una solución de semejanza cerca de la salida del chorro (es decir, para $z \ll 1$ y $|r - 1| \ll 1$), en términos de la variable de semejanza

$$\eta = \frac{r - 1}{\sqrt{z}}, \quad (2.58)$$

la cual describe una fina capa donde se mezcla entre el chorro y el gas ambiente en los alrededores del orificio de salida $r = 1$ cerca de $z = 0$. De hecho, es la misma variable de semejanza que describe la capa de mezcla plana para una única especie química [Lessen (1949)]. Cuando $V \neq 0$ y dado el giro como un sólido rígido en la entrada del chorro, el problema aún admite una solución de semejanza para $z \ll 1$ en los términos de la variable (2.58), como ocurre con el caso incompresible, de una sola especie analizado por Revuelta et al. (2004a). Como veremos, la introducción del giro no afecta a la solución de semejanza sin giro en su orden menor, introduciendo una corrección en el orden siguiente [$O(\sqrt{z})$].

En efecto, las condiciones de contorno (2.50) y (2.54), junto a las ecuaciones (2.45) y (2.46), sugiere la introducción de las siguientes ecuaciones de \bar{P} , V y Θ dependientes de la variable de semejanza en el orden menor para $z \ll 1$:

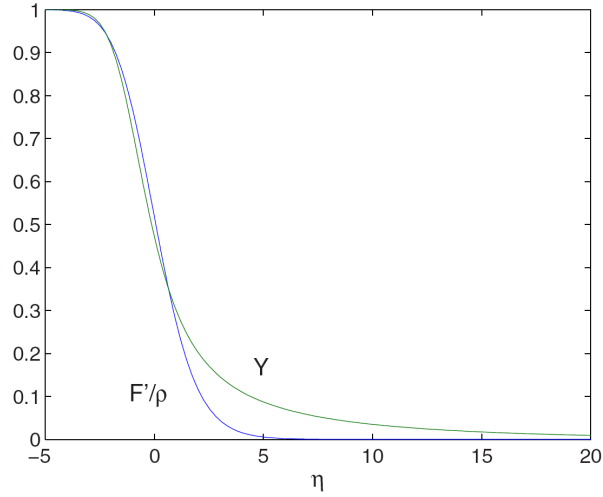


Figura 2.2: Velocidad axial $W = F'/\rho$ y fracción másica Y en función de η para $S_c = 1.39$, $\epsilon = 0.07$ (correspondiente a $H_2 - Aire$) y $W_O = 0$. La integración numérica se lleva a cabo entre $-20 \leq \eta \leq 50$.

$$\bar{P} = \sqrt{z} P_1(\eta), \quad (2.59)$$

$$V = V(\eta), \quad (2.60)$$

$$\Theta = 1 + \sqrt{z} \Theta_1(\eta). \quad (2.61)$$

El resto de las variables se mantienen sin cambios, en el menor orden, para el flujo sin giro. En términos de la función de corriente Ψ , lo que hace que se simplifique el análisis por el cumplimiento automático de la ecuación de continuidad (2.43), la solución de semejanza en el menor orden en \sqrt{z} , cerca de $r = 1$, se puede expresar como Sánchez-Sanz et al. (2007):

$$\Psi = \sqrt{z} F(\eta) \quad , \quad \varrho W = \frac{\partial \Psi}{\partial r} = F' \quad , \quad \varrho U = -\frac{\partial \Psi}{\partial z} = \frac{1}{2\sqrt{z}} (\eta F' - F) \quad , \quad (2.62)$$

$$Y = Y(\eta) \quad , \quad \varrho = \varrho(\eta). \quad (2.63)$$

Sustituyendo estas expresiones en (2.44)-(2.49), en el menor orden en \sqrt{z} , se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$(\varrho Y')' + Sc \frac{F}{2} Y' = 0, \quad (2.64)$$

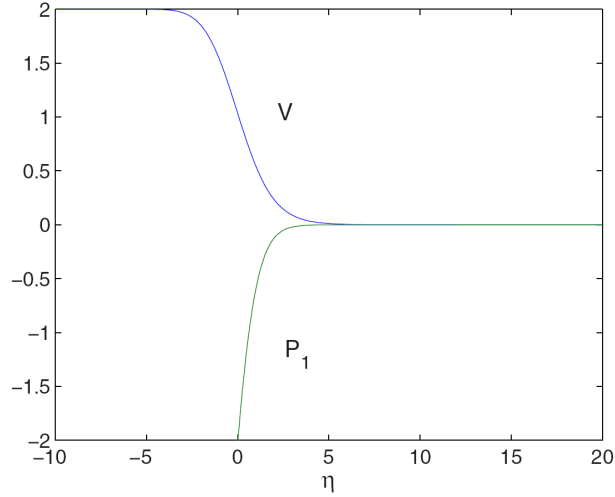


Figura 2.3: Velocidad tangencial V y corrección de la presión P_1 como función de η para $S = 2$, siendo el resto de los parámetros son los mismos utilizados en la figura 2.2.

$$V'' + \frac{F}{2}V' = 0, \quad (2.65)$$

$$\left(\frac{F'}{\varrho}\right)'' + \frac{F}{2}\left(\frac{F'}{\varrho}\right)' = 0, \quad (2.66)$$

$$\frac{1}{Pr}\Theta_1'' + \frac{(\gamma-1)}{2\varrho}Ma^2(F'P_1 - FP_1') + \frac{1}{2}(F\Theta_1' - F'\Theta_1) = 0, \quad (2.67)$$

$$P_1' = \varrho V^2, \quad (2.68)$$

junto a

$$\varrho = \frac{1}{Y + \epsilon(1-Y)}. \quad (2.69)$$

Estas ecuaciones se resuelven con las condiciones de contorno

$$\eta \rightarrow \infty : Y \rightarrow 0, \quad V \rightarrow 0, \quad F'/\varrho \rightarrow W_O, \quad \Theta_1 \rightarrow 0, \quad P_1 \rightarrow 0; \quad (2.70)$$

$$\eta \rightarrow -\infty : Y \rightarrow 1, \quad V \rightarrow S, \quad F'/\varrho \rightarrow 1, \quad F \rightarrow \eta, \quad \Theta_1' \rightarrow 0. \quad (2.71)$$

Hay que tener en cuenta que en el orden menor solo se puede ajustar la intensidad de giro en $r \rightarrow 1^-$ ($r = 1$ desde el eje), es decir, $V = S$. Para ajustar exactamente al giro como sólido rígido $V = Sr$, o a cualquier otra distribución de la velocidad tangencial del chorro, es necesario el orden siguiente de la expansión en potencias de \sqrt{z} de la solución

de semejanza. Se puede decir lo mismo de la presión, ya que no se especifica ninguna condición de contorno para P_1 en $\eta \rightarrow -\infty$. Pero, como podemos ver, la solución de semejanza en el orden menor da una buena aproximación para z pequeños si se utiliza como parte de una solución compuesta que tiene en cuenta las condiciones de contorno a la entrada, y satisface nuestro principal objetivo de dar una alternativa continua a las condiciones iniciales (2.50) para iniciar la integración numérica de las ecuaciones (2.44)-(2.49). La corrección de segundo orden de la solución de semejanza se puede obtener de un modo similar al que se describe en Revuelta (2004a) para el flujo incompresible, de una única especie, pero para el caso compresible, para dos especies, las ecuaciones diferenciales ordinarias resultantes son mucho más complejas.

Para resolver numéricamente las ecuaciones (2.64)-(2.71), usamos la subrutina de MATLAB BVP4C, que implementa un método de colocación para resolver un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias con condiciones de contorno en dos puntos, arrancando desde una semilla inicial. Ahora las condiciones de contorno (2.70)-(2.71) se imponen en η_{max} y η_{min} , respectivamente, cuyo valores absolutos se escogen lo suficientemente grandes para que la solución sea independiente de ellos. Como semilla inicial usamos funciones del tipo tangente hiperbólica para Y , F'/ϱ y V , y funciones constantes para P_1 y Θ_1 . Las ecuaciones (2.64)-(2.66), junto a la ecuación (2.69), para F e Y (es decir, las soluciones para W , U , Y y ϱ), están desacopladas del resto, y sus soluciones dependen sólo de los parámetros W_O , Sc , y ϵ . Como se ha mencionado, esta solución sin giro la encontró Sánchez-Sanz et al. (2007). La figura 2.2 representa $W = F'/\varrho$ y Y en función de η para una mezcla $H_2 - Aire$ ($Sc = 1.39$, $\epsilon = 0.07$) en ausencia de coflujo ($W_O = 0$).

La velocidad tangencial V (2.65) tan solo depende del parámetro de giro S a través de la condición de contorno en $\eta \rightarrow -\infty$, e introduciendo la corrección de la presión P_1 (2.68). De hecho, es fácil comprobar con las ecuaciones y las condiciones de contorno que $V = SF'/\varrho$. La figura 2.3 muestra estas funciones para $S = 2$, y los mismos parámetros usados en la figura 2.2. Finalmente, la corrección de la temperatura Θ_1 depende además de del número de Mach Ma , el número de Prandtl Pr , y γ (2.67), tal y como se muestra en la figura 2.4 para $Ma = 0.5$, $Pr = 0.7$, $\gamma = 1.4$, y los mismos parámetros usados en la figura 2.3 para el resto de los parámetros. Hay que tener en cuenta que, en el menor orden de la solución de semejanza en \sqrt{z} , los efectos de la compresibilidad sólo son *visibles* en la distribución de la temperatura, porque la densidad y \bar{P} son independientes de Ma . La rotación afecta a la distribución de la presión a través del parámetro de giro S , el cual afecta a la distribución de la temperatura sólo si $Ma \neq 0$.

Una vez que se ha encontrado la solución de semejanza en el menor orden, los perfiles radiales de la fracción másica, densidad, velocidad, presión y temperatura a un $z \ll 1$

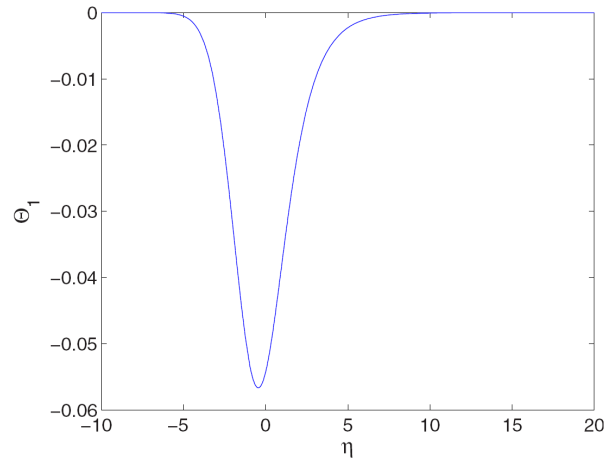


Figura 2.4: Corrección de la temperatura Θ_1 en función de η para $Ma = 0.5$, $Pr = 0.7$, $\gamma = 1.4$, y los mismos parámetros usados en la figura 2.3.

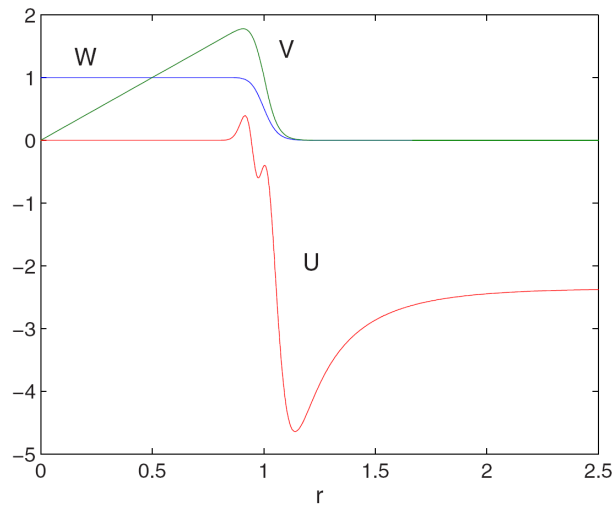


Figura 2.5: Perfiles radiales de las componentes de la velocidad en $z = 0.001$, y los mismos parámetros que en las figuras 2.2-2.4.

vienen dados por las siguientes soluciones compuestas:

$$Y(r) = Y(\eta), \quad \varrho(r) = 1/[Y + \epsilon(1 - Y)], \quad (2.72)$$

$$W(r) = \frac{F'(\eta)}{\varrho}, \quad U(r) = \frac{1}{2\varrho\sqrt{z}} (\eta F'(\eta) - F(\eta)), \quad (2.73)$$

$$V(r) = \begin{cases} S(r-1) + V(\eta) & \text{para } 0 \leq r \leq 1 \\ V(\eta) & \text{para } r > 1 \end{cases} \quad (2.74)$$

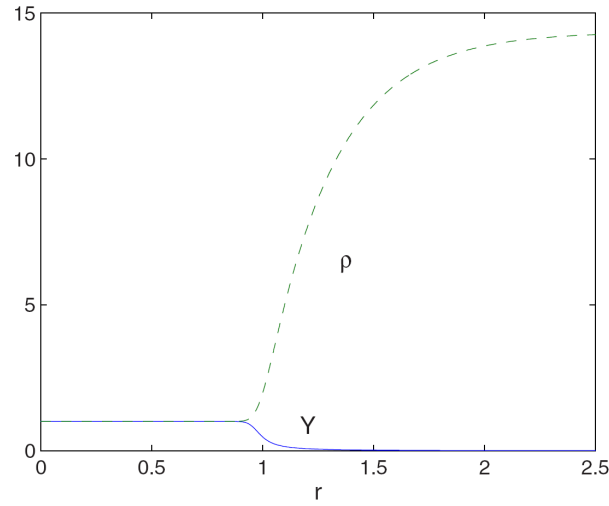


Figura 2.6: Perfiles radiales de la fracción másica y la densidad en $z = 0.001$, y los mismos parámetros que en las figuras 2.2-2.4.

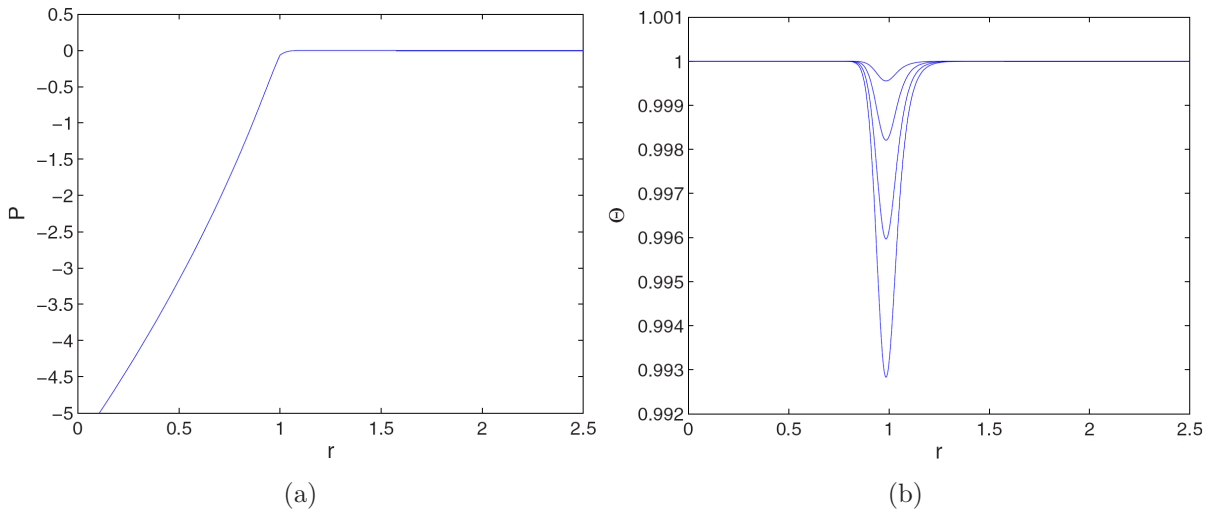


Figura 2.7: Perfiles radiales de la presión (a) y la temperatura (b) en $z = 0.001$ para los mismos parámetros que en las figuras 2.2-2.4, pero con $Ma = 0.25, 0.5, 0.75, 1$ (de arriba a abajo).

$$\bar{P}(r) = \begin{cases} \frac{1}{\gamma Ma^2} \left[e^{\frac{S^2 \gamma Ma^2}{2}(r^2-1)} - 1 \right] + \sqrt{z} P_1(\eta) & \text{para } 0 \leq r \leq 1 \\ \sqrt{z} P_1(\eta) & \text{para } r > 1 \end{cases}, \quad (2.75)$$

$$\Theta(r) = 1 + \sqrt{z} \Theta_1(\eta), \quad (2.76)$$

con $r = 1 + \sqrt{z} \eta$. Para $Ma = 0$ (flujo incompresible), la ecuación (2.76) se sustituye por

$$\bar{P}(r) = \begin{cases} \frac{S^2}{2}(r^2 - 1) + \sqrt{z}P_1(\eta) & \text{para } 0 \leq r \leq 1 \\ \sqrt{z}P_1(\eta) & \text{para } r > 1 \end{cases}. \quad (2.77)$$

Las figuras 2.5-2.7 muestran los perfiles para $z = 0.001$ para los mismos parámetros de las figuras 2.2-2.4, excepto para Θ , donde se varían los valores de Ma . Tal y como se observa en las figuras, la velocidad radial U muestra una estructura con un doble máximo en la zona de la capa de mezcla, el cual inicialmente crece desde cero dentro del chorro, después decrece de manera abrupta, pero con un máximo durante la bajada, y tras llegar al mínimo, crece hasta alcanzar asintóticamente el valor para $r \rightarrow \infty$ correspondiente al flujo de entrada en el z correspondiente, $(-\rho U)_{r \rightarrow \infty} = F_\infty / (2\sqrt{z})$ (con $F_\infty \simeq 2.1461$ en el caso dibujado). Por otro lado, la figura 2.7 (a) muestra que el perfil radial de la fracción másica Y (y, por lo tanto, de la densidad ρ) decrece (aumenta) más lentamente hacia cero (hacia ϵ^{-1}) para $r \rightarrow \infty$ que los componentes de la velocidad axial y acimutal. Este comportamiento se debe al bajo valor de ϵ , ya que el chorro de gas ligero se expande rápidamente en cuanto sale en $z = 0$ (figura 2.2). Finalmente, en la figura 2.7 (b) se puede ver que el efecto térmico (o refrigerante) asociado a la expansión del chorro ligero aumenta con el número de Mach. Pero incluso para Ma del orden de la unidad, esta refrigeración inicial del chorro es prácticamente despreciable.

2.3.3. Método numérico y validación mediante resultados teóricos.

Para resolver numéricamente las ecuaciones (2.43)-(2.49) usamos diferencias finitas de segundo orden en la dirección axial y un método pseuespectral, método de colocación de Chebyshev en la dirección radial. Las condiciones de contorno (2.28) en el infinito se aplican a un radio truncado r_{max} , escogido lo suficientemente lejos como para asegurar que los resultados no dependen de dicha distancia truncada. Para discretizar el intervalo $0 \leq r \leq r_{max}$ en el dominio de los polinomios de Chebyshev $-1 \leq s \leq 1$, usamos la transformación

$$r = c_1 \frac{1+s}{c_2-s}, \quad \text{con } c_2 = 1 + \frac{2c_1}{r_{max}}. \quad (2.78)$$

La variable s Chebyshev se discretiza en los puntos Gauss-Lobatto [Canuto et al. 1988] $s_i = \cos(\pi i/N)$, $i = 0, \dots, N$, haciendo que aproximadamente la mitad de los nodos resultantes r_i se concentran en el intervalo $0 \leq r \leq c_1$ [Ash y Khorrami (1995)]. Esta transformación permite estudiar grandes longitudes de r con relativamente pocas funcio-

nes de Chebyshev. En los resultados que se muestran, hemos usado valores de c_1 entre 1 y 5, un r_{max} entre 50 y 250, y N entre 100 y 500.

Una vez discretizadas radialmente las ecuaciones parabólicas (2.43)-(2.49), se revuelven mediante una técnica de diferencias finitas de segundo orden hacia atrás, en el sentido positivo de la dirección z , donde los términos difusivos se discretizan usando el método de Crank-Nicholson. En cada paso $z_j = j\Delta z$, donde Δz es el tamaño de cada paso de la dirección axial. En las ecuaciones de transporte es donde se obtiene ϕ_i^j , $i = 0, \dots, N$ (el superíndice j representa la posición axial, el índice inferior i indica el nodo radial, y $\phi = Y, V, W$ o Θ). Las ecuaciones no lineales se resuelven de manera iterativa mediante el siguiente esquema: ecuación (2.47), obteniendo la V , después la ecuación (2.46) para corregir la \bar{P} , a continuación se resuelven las ecuaciones de transporte (2.48), (2.44) y (2.49). En todas las ecuaciones anteriores se usan los valores ϕ_i^{j-1} y ϕ_i^{j-2} con diferencias finitas de segundo orden hacia atrás, y una aproximación inicial de los términos no lineales ϕ_i^j por sus valores en el paso anterior z_{i-1} . A continuación se obtiene la ρ mediante la resolución de la ecuación de estado (2.45), usando los valores obtenidos en z_j de las ecuaciones resueltas anteriormente. Finalmente se resuelve la ecuación de continuidad (2.43) para obtener la U . El proceso se repite, reemplazando las aproximaciones iniciales por los valores calculados del flujo en z_j en los términos no lineales, hasta que se alcanza una tolerancia dada. Normalmente, entre 3 y 20 iteraciones son suficientes para alcanzar la convergencia con una tolerancia del orden de $(\Delta z)^2$. Este proceso iterativo se inicia en $z = z_2$, ya que para el paso anterior $z = z_1$ se utiliza la solución de semejanza obtenida en el apartado anterior, con las condiciones de contorno (2.50)-(2.55) en $z = z_0 = 0$. Para que la solución de semejanza sea independiente del proceso iterativo, el incremento espacial, Δz , elegido es $\Delta z = z_2 - z_1$. En realidad, para mejorar la precisión de la solución de partida en $z = z_1$, la solución de semejanza se corrige mediante varias iteraciones del esquema anterior pero con un método de diferencias finitas de primer orden en la dirección axial.

Para validar la precisión de método numérico, y encontrar los parámetros numéricos óptimos Δz , N , c_1 , y r_{max} , hemos realizado varios estudios de convergencia para casos simples, donde existen o soluciones exactas, o soluciones asintóticas. El primer caso corresponde con un chorro que descarga sin giro, ($S = 0$, haciendo que $V = 0$) con un coflujo $W_O = 1$. En ausencia de giro, no existe ninguna variación radial de la presión, por lo tanto el flujo se mantiene isobárico e isoterma, $\bar{P} = 0$ y $\Theta = 1$ en todos los puntos, y (2.45) se reduce a $\rho = 1/[Y + \epsilon(1 - Y)]$. Además, el tener un coflujo $W_O = 1$ hace que tengamos $W = 1$ en todos los puntos, simplificando en gran medida el problema matemático. De hecho, la solución analítica de (2.43)-(2.44) para ρ e Y la encontró Sánchez et al. (2006),

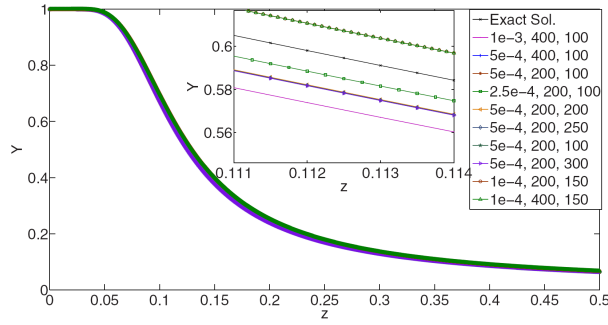


Figura 2.8: Comparación entre la solución exacta en el eje para Y (2.80) y la solución numérica obtenida para distintos valores de Δz , N , y r_{max} , como indica la leyenda (con $c_1 = 2$ en todos los casos). $Sc = 1.39$ y $\epsilon = 0.07$.

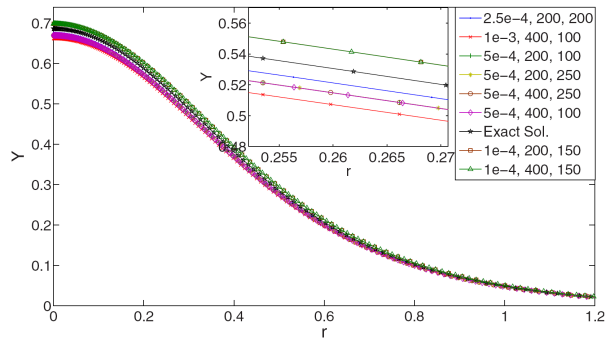


Figura 2.9: Comparación del perfil radial numérico de Y en $z = 0.1$ con la solución exacta (2.79) para los mismos casos que en la figura 2.8.

y se puede escribir como:

$$\frac{1 - \epsilon \rho}{1 - \epsilon} = \frac{Y}{Y(1 - \epsilon) + \epsilon} = \frac{Sc}{2z} e^{-\frac{Sc r^2}{4z}} \int_0^1 s e^{-\frac{Sc s^2}{4z}} I_0 \left(\frac{Sc r s}{sz} \right) ds, \quad (2.79)$$

donde I_0 es la función de Bessel modificada de orden cero [Abramowitz y Stegun (1965)].

A lo largo del eje ($r = 0$), esta solución se simplifica

$$\frac{1 - \epsilon \rho}{1 - \epsilon} = \frac{Y}{Y(1 - \epsilon) + \epsilon} = 1 - e^{-\frac{Sc}{4z}} \quad \text{para } r = 0. \quad (2.80)$$

En las figuras 2.8-2.9 se comparan las soluciones numéricas para la mezcla $H_2 - Aire$ ($Sc = 1.39$ y $\epsilon = 0.07$). Se observa que la concordancia entre los resultados es muy buena a cada distancia z cuando $\Delta z < 10^{-3}$, $N > 100$, y $r_{max} > 100$. En realidad, en las variaciones de las figuras se puede ver que el parámetro más relevante para la precisión es Δz , ya que para un $N > 100$ y un $r_{max} > 100$ la convergencia de la solución numérica hacia la solución exacta, tan solo se puede mejorar disminuyendo el tamaño del paso axial

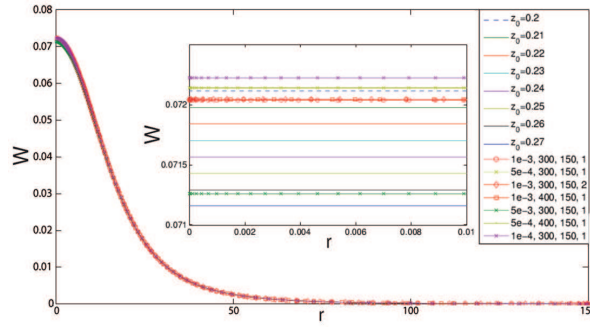


Figura 2.10: Comparación entre la solución asintótica de Schlichting (2.83) para varios valores de z_0 y detalle de la solución numérica en $z = 5$ obtenida para varios valores de Δz , N , r_{max} y c_1 tal y como indica en la leyenda. $S = 0$, $W_O = 0$, $\epsilon = 1$ y $Ma = 0$.

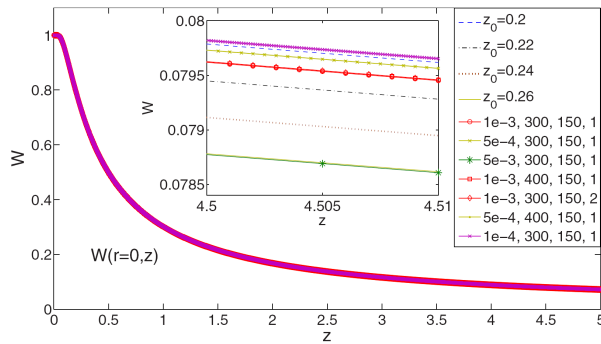


Figura 2.11: Igual que la figura 2.10, pero para la evolución de la velocidad axial en el eje.

Δz , si N es suficientemente grande. Esto se debe a que en la dirección radial el método numérico tiene una precisión espectral.

Es necesario realizar otros estudios de convergencia, ya que un coflujo $W_O = 1$ suaviza los perfiles radiales cerca de la salida del chorro en $z = 0$, y la precisión numérica para este tipo de chorro es mucho menos severa que la que necesita la descarga de un chorro sin coflujo ($W_O = 0$). De todos modos, la comparación que se ha realizado es interesante porque involucra a dos especies, y porque se ha comparado el resultado numérico con una solución *exacta* (2.79) de las ecuaciones. Para completar este estudio de convergencia, se muestra la comparación realizada entre la solución numérica obtenida con una solución analítica *asintótica* para la descarga de un chorro con giro en un fluido en reposo (es decir, sin coflujo $W_O = 0$), pero este resultado analítico corresponde a una sola especie ($\epsilon = 1$, e $Y = 1$ en todos los puntos). En particular, consideramos la solución asintótica de Schlichting-Görtler-Loitsianskii en z lejano para un chorro ($\varrho = 1$) con giro incompresible [Schlichting (1933), Görtler (1954); mirar también Schlichting (1987), Revuelta (2004a)].

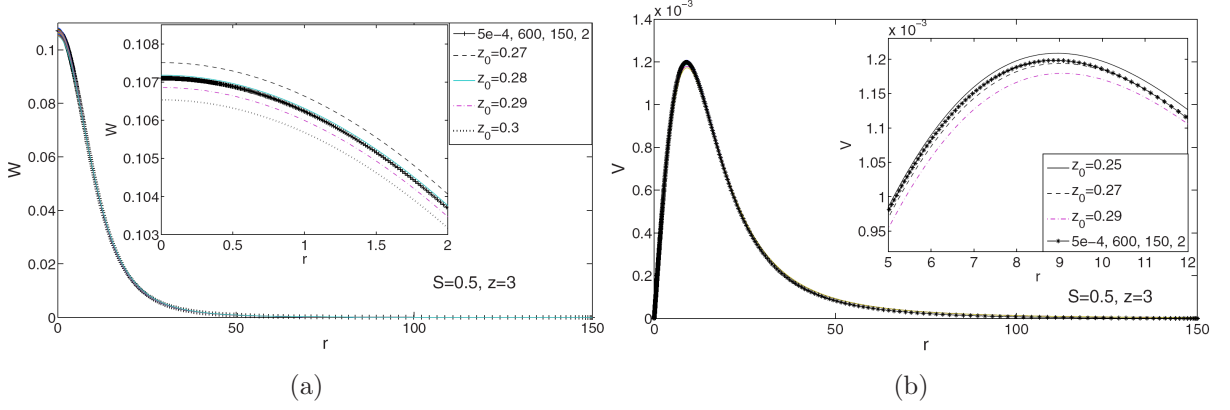


Figura 2.12: Comparación entre la solución asintótica de Schlichting-Görtler-Loitsianskii (2.83)-(2.84) para $S = 0.5$ y varios valores de z_0 (tal y como indica la leyenda) y la solución numérica en $z = 3$ obtenida con $\Delta z = 5 \times 10^{-4}$, $N = 600$, $r_{max} = 150$, y $c_1 = 2$. Velocidad axial W (a) y velocidad acimutal V (b). $W_O = 0$ y $\epsilon = 1$ ($Ma = 0$).

Esta solución asintótica es válida para $z \gg 1$, pero es suficientemente buena para $z = O(1)$. Esta solución se escribe en términos de la variable de semejanza

$$\xi = \frac{\sqrt{M} r}{z + z_0}, \quad (2.81)$$

donde

$$M = 2 \int_0^\infty [W^2 + \bar{P}] r dr \quad (2.82)$$

es la llamada “fuerza del flujo” (“flow force” o transferencia de momento adimensional [Long (1961)]), y z_0 es el llamado origen virtual [Revuelta (2002)], como

$$W = \frac{512M}{3(z + z_0)} \frac{1}{\left(\frac{64}{3} + \xi^2\right)^2}, \quad (2.83)$$

$$V = \frac{8SMr}{(z + z_0)^3} \frac{1}{\left(\frac{64}{3} + \xi^2\right)^2}, \quad \bar{P} = -\frac{32S^2M}{3(z + z_0)^4} \frac{1}{\left(\frac{64}{3} + \xi^2\right)^3} \quad (2.84)$$

La fuerza del flujo M y el origen virtual z_0 son funciones del parámetro de giro S . Para un flujo uniforme a la entrada con un giro de la forma de un sólido rígido (2.82), $M = 1 - S^2/4$. De todos modos, $z_0(S)$ se obtiene numéricamente resolviendo la región donde se desarrolla el flujo donde la solución asintótica no es válida. Por esta razón, compararemos nuestra solución numérica para $\epsilon = 1$ y $W_O = 0$ con la solución de semejanza (2.83)-(2.84) ajustando el parámetro z_0 en el campo lejano. Esto se puede ver en las figuras 2.10-2.11 para $S = 0$, y en las figuras 2.12-2.13 para $S = 0.5$. Para el flujo incompresible ($Ma^2 = 0$),

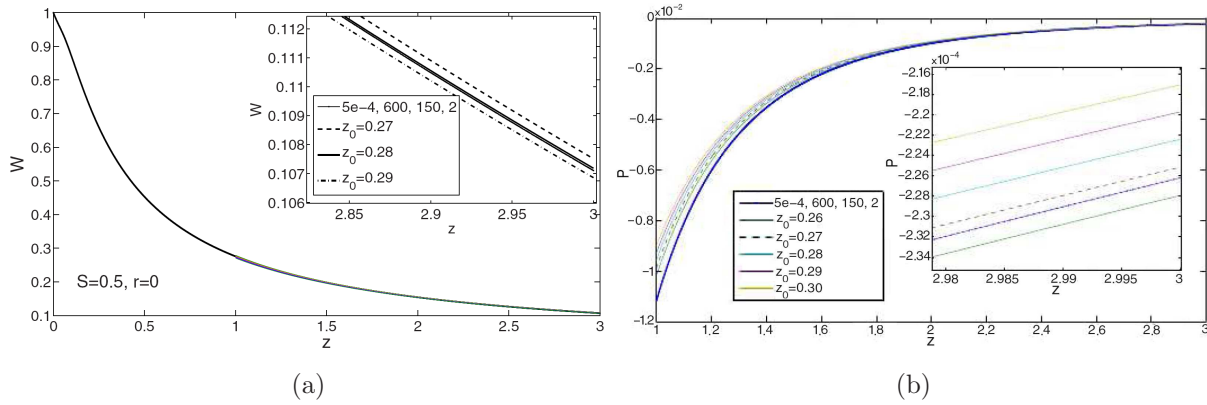


Figura 2.13: Como en la figura 2.12, pero la velocidad axial en el eje $W(0, z)$ (a), y para la presión en el eje $\bar{P}(0, z)$ (b).

$\Theta = 1$ de (2.49) y las condiciones de contorno en $z = 0$, obteniéndose $\varrho = 1$ de la ecuación de estado (2.45). En las condiciones de contorno (2.53) en $z = 0$ imponemos $Y = 1$ para todo r , haciendo que Y sea la unidad para todos los puntos.

Se observa en las figuras 2.10-2.11 que la convergencia con la solución asintótica de Schlichting (2.83) para $S = 0$ es bastante buena para $z = 5$, para el valor $z_0(S = 0) \simeq 0,20$ (representado en las figuras con puntos), que está en concordancia con el resultado obtenido por Revuelta et al. (2004a). El parámetro más importante para la convergencia de la solución numérica es de nuevo el paso axial Δz , siempre que N y r_{max} sean suficientemente grandes y que c_1 no sea demasiado pequeño. Estas figuras muestran que, para chorros sin giro ($S = 0$), una elección aceptable de los parámetros es $\Delta z = 5 \times 10^{-4}$, $N = 300$, $r_{max} = 150$, y c_1 entre 1 y 2.

Las figuras 2.12-2.13 muestran que la solución asintótica Schlichting-Görtler-Loitsianskii (2.83)-(2.84) es también bastante buena para $S = 0.5$ cuando $z = 3$. Como también ocurre en el caso sin giro ($S = 0$), el parámetro numérico más importante es Δz , pero ahora, cuando aparece el giro en el chorro, el número de nodos radiales N y el valor de c_1 dependen de la intensidad del giro, aumentando ambos con el S (tal y como se verá en los apartados siguientes). Para $S = 0.5$, una elección bastante buena de los parámetros numéricos es $\Delta z = 5 \times 10^{-4}$, $N = 600$, $r_{max} = 150$, y $c_1 = 2$ (son los mostrados en las figuras). De estas figuras, el valor obtenido para z_0 ($S = 0.5$) varía entre 0.27 (marcado con puntos en las figuras 2.12-2.13) y 0.28, de acuerdo con Revuelta (2004a) (hay que tener en cuenta que nuestro giro S es el doble del S definido por estos autores, por lo tanto corresponde en su caso a $S = 0.25$).

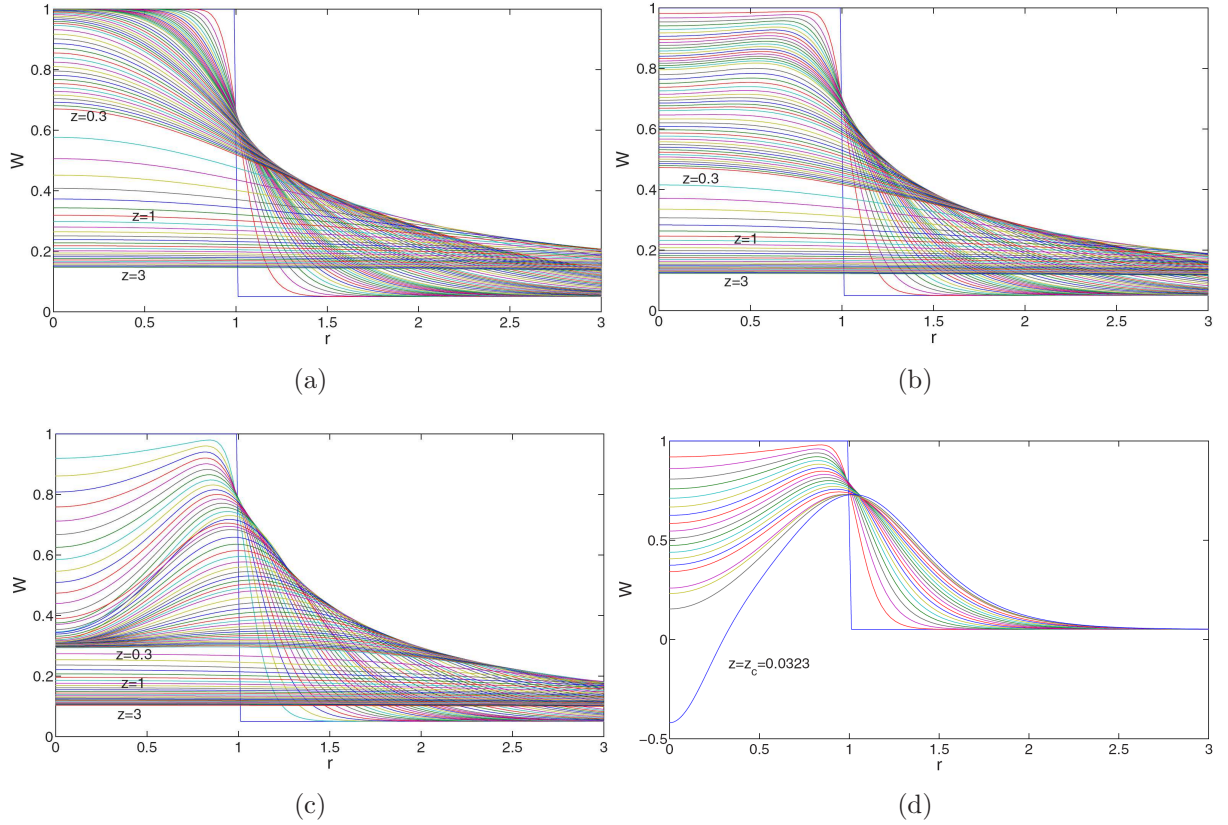


Figura 2.14: Perfiles de velocidad axial para $\epsilon = 1$, $Ma = 0$, $W_O = 0.05$, y $S = 0$ (a), $S = 0.9$ (b), $S = S_c = 1.2220$ (c), y $S = 1.2221$ (d). En (a), (b), y (c), las distintas líneas corresponden a valores de z aumentando en 0.001 entre $z = 0$ y 0.05, después aumenta en 0.005 hasta 0.1, en 0.01 hasta 0.3, y en 0.1 hasta $z = 3$. En (d) el incremento de z es 0.001 entre 0 y 0.032, y de 0.0001 hasta 0.0323.

2.3.4. Resultados para un chorro homogéneo e incompresible ($\epsilon = 1$, $Ma = 0$).

En primer lugar consideramos la estructura de un chorro homogéneo (una sola especie, $\epsilon = 1$) en el límite incompresible ($Ma^2 = 0$); es decir, el caso considerado anteriormente en la comparación con la solución asintótica, pero ahora estudiamos la variación de la estructura del chorro conforme variamos el parámetro de giro S y el coflujo W_O . En particular, nos interesa conocer principalmente la variación del giro crítico que nos da la rotura de vórtices conforme aumenta el coflujo W_O . A no ser que se especifique, los parámetros numéricos de los resultados siguientes son: $\Delta z = 10^{-4}$, $N = 300$, $r_{max} = 150$, y $c_1 = 2$, con z variando entre 0 y 3.

Las figuras 2.14-2.17 muestran los resultados para $W_O = 0.05$. En particular, la figura

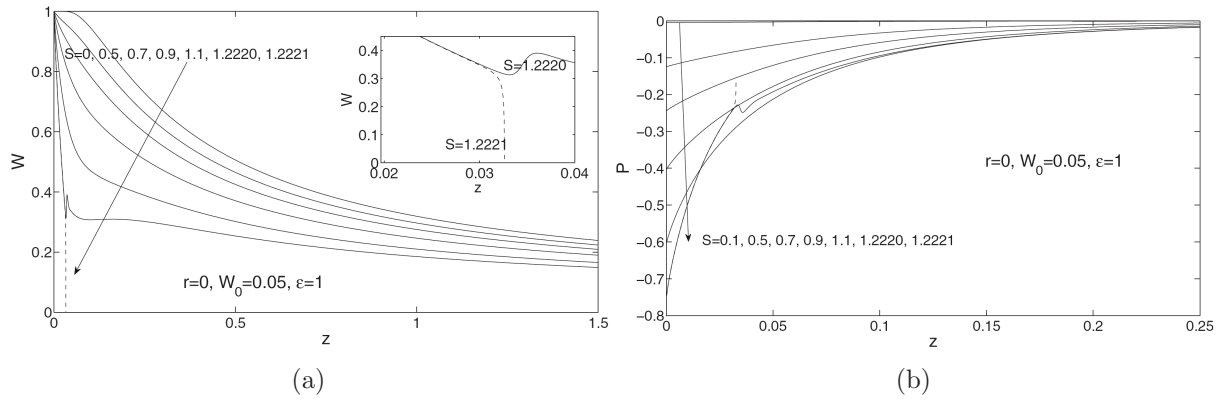


Figura 2.15: Evolución de la velocidad axial en el eje (a), y de la presión \bar{P} en el eje (b), para $\epsilon = 1$, $Ma = 0$, $W_O = 0.05$, y los valores de S indicados.

2.14 muestra los perfiles de la velocidad axial $S = 0$, $S = 0.9$, $S = S_c(\epsilon = 1, Ma = 0, W_O = 0.05) = 1.2220$, y $S = 1.2221$. S_c es el valor del giro crítico para la rotura de los vórtices, y vamos a considerar como S_c como el mayor valor de S (para un ϵ , Ma y W_O) para el que las ecuaciones parabólicas que gobiernan el flujo funcionan bien hasta la salida. Para el siguiente valor de $S = 1.2221$ (teniendo en cuenta que consideramos la precisión de hasta cuatro cifras decimales), la velocidad axial llega a ser negativa en el eje en $z = z_c \simeq 0.0326$, y, tras este punto, las ecuaciones parabólicas dejan de ser válidas [se puede ver en la figura 2.16 (d) que la velocidad acimutal cerca del eje llega a ser muy pequeña conforme z se aproxima a z_c]. Esto se aprecia mejor en la figura 2.15, donde la evolución de la velocidad axial a lo largo del eje, $W(0, z)$, y la presión en el eje, $\bar{P}(0, z)$ están dibujados para varios valores de S (para $S = 0$, $\bar{P} = 0$ en todos los puntos, así que no se ha dibujado). Para $S = 1.2221$ (dibujado a trazos), la velocidad axial cae bruscamente a cero en $z = z_c$, y la presión asciende. Para $S = S_c$, la velocidad axial en el eje decrece, y posteriormente crece de manera brusca, cerca de $z = z_c$ [figura 2.15 (a)], pero decae suavemente aguas abajo. La presión en el eje tiene un comportamiento similar.

Para completar la gráfica para $W_O = 0.05$, las figuras 2.16-2.17 muestran los perfiles radiales de la velocidad acimutal y la presión para los mismos parámetros que en figura 2.14 (excepto para el caso $S = 0$ que se sustituye por $S = 0.1$ porque para $S = 0$ no hay giro, y por lo tanto, no decae la presión en el eje). Se observa que el giro decae muy rápidamente, ya que el máximo de la velocidad acimutal llega a ser menos de la mitad del inicial en $z = 0.1$. Esta bajada brusca del giro es mucho más acusada para S cercanos a S_c , especialmente justo después de la rotura de vórtices [figura 2.16 (d)]. Un comportamiento análogo de caída en el eje se observa en la presión \bar{P} (ver la figura 2.17) conforme aumentamos z , y es más acusado para $S \simeq S_c$ [ver también la figura 2.15 (b)].

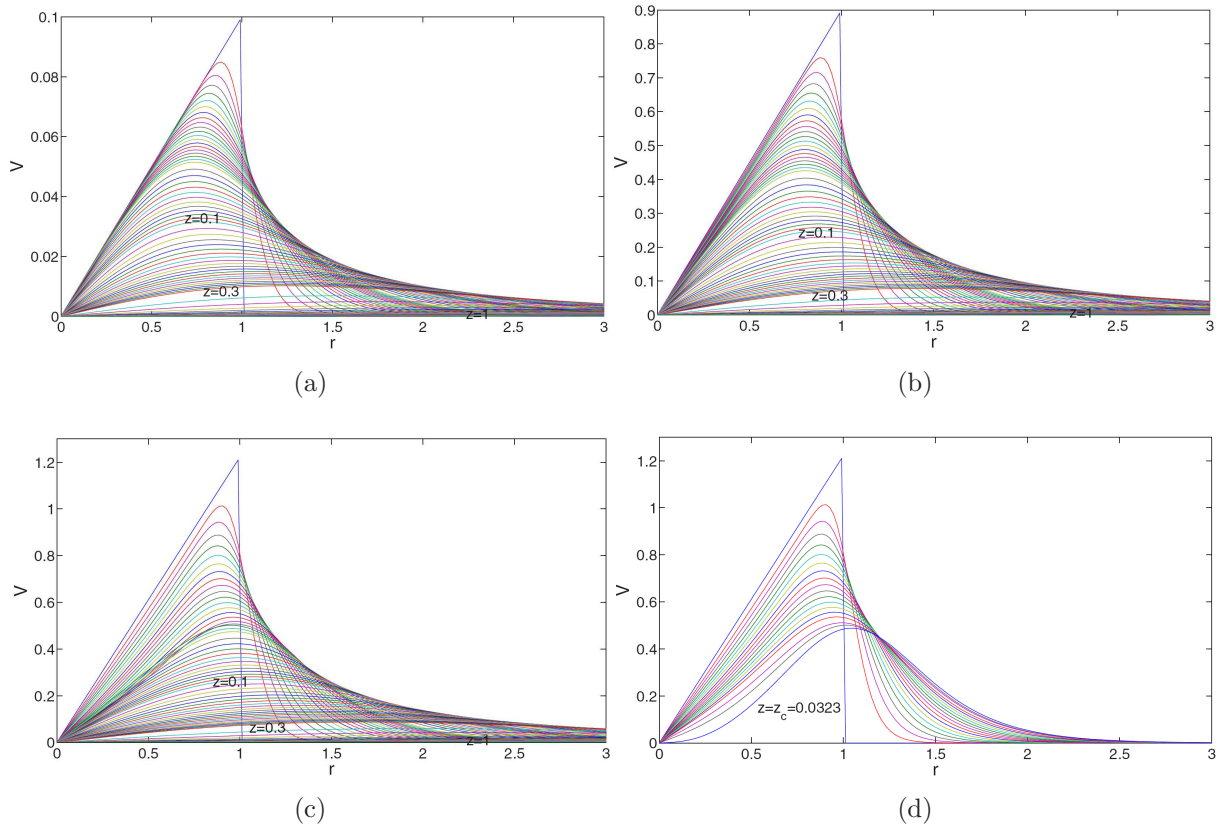


Figura 2.16: Como en la figura 2.14, pero para la velocidad acimutal, y para $S = 0.1$ en (a) en vez de para $S = 0$.

Un comportamiento similar se puede ver al aumentar el valor de W_O . Las figuras 2.18-2.24 muestran la evolución de la velocidad axial y la presión en el eje para $W_O = 0.5, 1$ y 1.35 (los parámetros numéricos usados son los mismos que en el caso $W_O = 0.05$ mostrado anteriormente). En estos casos, la velocidad axial en el eje llega a ser menor que W_O en alguna región conforme S se acerca a S_c , y S_c disminuye conforme aumenta el coflujo W_O . Todo esto se aprecia mejor en la figura 2.21, la cual muestra los perfiles de la velocidad axial para $S = S_c(W_O)$, con $W_O = 0.5, 1$ y 1.35 [comparado con la figura 2.14 (c)], y en la figura 2.22 que muestra la función $S_c(W_O)$.

En todos los casos, la presión en el eje cae bruscamente conforme el giro se acerca al valor crítico S_c , provocando una rápida caída de la velocidad axial en el eje cerca de la salida del flujo $z = 0$ cuando S se aproxima a S_c , por lo tanto, para $S > S_c$, la velocidad axial en el eje llega a ser negativa para un valor $z = z_c \ll 1$ (rotura de vórtices), y la aproximación parabólica deja de ser válida. Conforme se aumenta el coflujo W_O , la única diferencia cualitativa es que la caída de la presión en el eje está un poco más concentrada en el eje para un valor S dado [se puede ver comparando las figuras (b) de las figuras

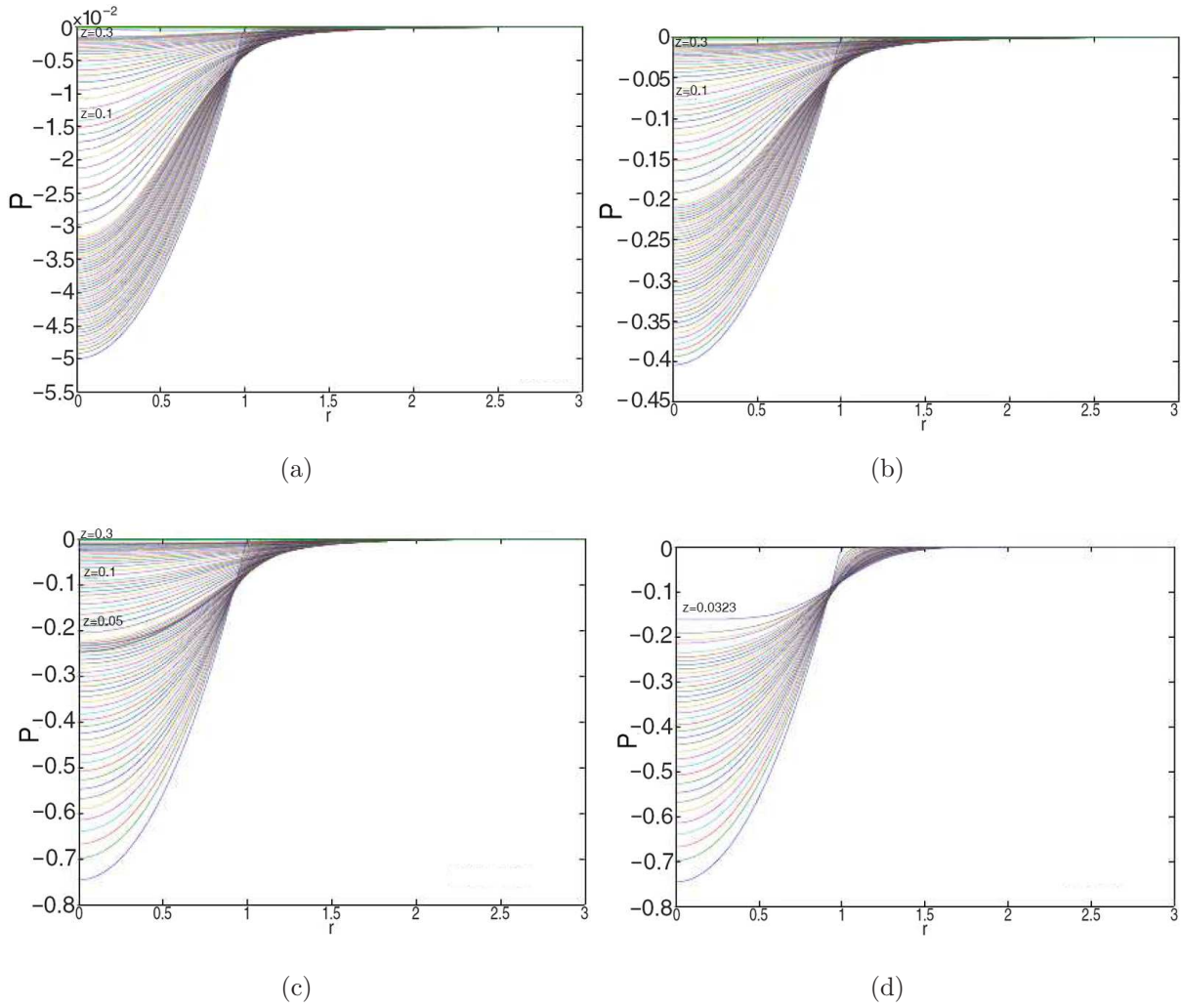


Figura 2.17: Igual que en la figura 2.16, pero para la presión \bar{P} .

2.15 y 2.18-2.20], debido al aumento del momento axial fuera del chorro. La rotura de vórtices se alcanza con un valor del giro menor, haciendo que S_c decrezca ligeramente con el aumento de W_O , como se muestra en la figura 2.22. En esta figura se muestra la precisión de los resultados al variar el número de nodos radiales, comprobando que variando entre $N = 300$ y $N = 350$, los resultados son muy similares.

2.3.5. Resultados para un chorro incompresible $H_2 - Aire$ ($\epsilon = 0,07$, $Ma = 0$).

En primer lugar, se muestran los resultados para la estructura con coflujo $W_O = 0.05$, es decir, prácticamente sin coflujo, comparado con los resultados anteriores de $\epsilon = 1$. La figura 2.23 muestra la comparación de la evolución axial de las velocidades axiales en el

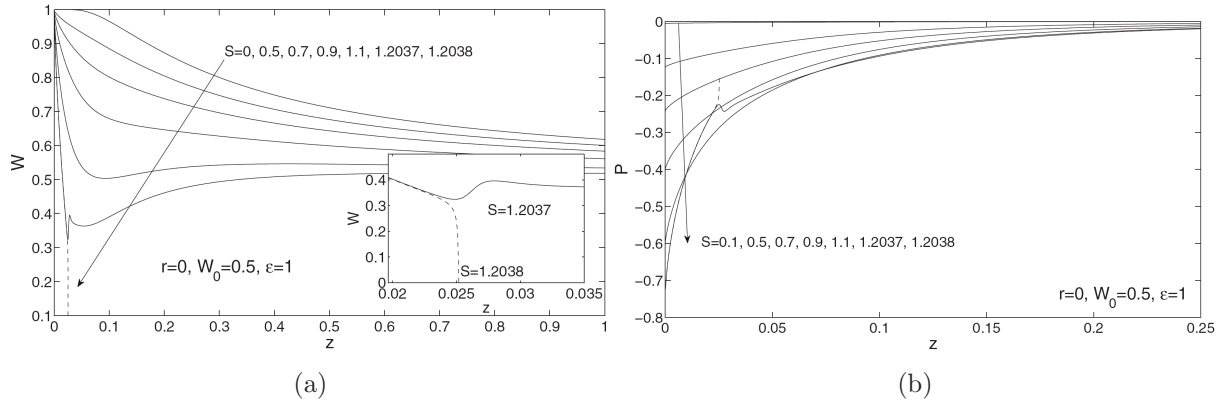


Figura 2.18: Igual que en la figura 2.15, pero para $W_0 = 0.5$.

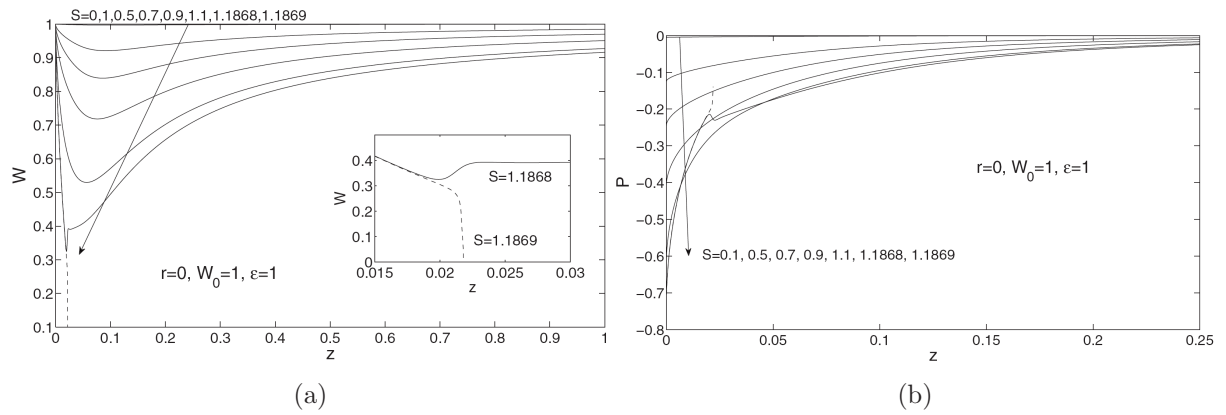


Figura 2.19: Igual que en la figura 2.15, pero para $W_0 = 1$.

eje, $W_O(0, z)$, y la presión en el eje, $\bar{P}(0, z)$, aumentando el parámetro de giro S desde 0 hasta el valor de la rotura de vórtices.

La mayor diferencia entre los dos casos es que la depresión generada por el giro está menos concentrada en el eje (el gradiente axial de la presión es menor) en el caso del chorro ligero ($\epsilon = 0.07$) que en el caso de un chorro homogéneo ($\epsilon = 1$) [ver la figura 2.23 (b)]. Como consecuencia, el giro crítico para la rotura de vórtice para $\epsilon = 1$ es menor que en el caso $\epsilon = 0.07$, teniendo como valores del giro crítico $S_c = 1.2220$ para $\epsilon = 1$, y $S_c = 1.2754$ para $\epsilon = 0.07$. Se puede decir que el abrupto gradiente axial de la presión que origina la rotura de vórtice conforme aumenta el giro S se retarda en el caso del chorro ligero debido al hecho que el giro es menos efectivo para crear una depresión en el eje cuando la densidad del chorro es menor y, por lo tanto, hace falta aumentar la intensidad del giro para alcanzar el gradiente de presión necesario en el caso del gas ligero.

Este comportamiento explica las diferencias observadas en los perfiles axiales de la

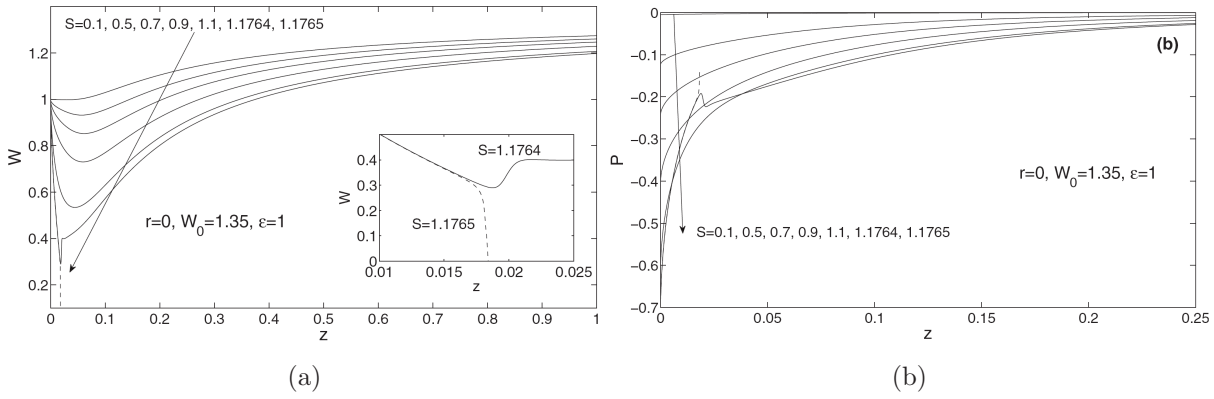


Figura 2.20: Igual que en la figura 2.15, pero para $W_O = 1.35$.

velocidad axial en el eje mostradas en la figura 2.23(a). Sin giro ($S = 0$), el chorro ligero se concentra más cerca del eje que el chorro homogéneo, ya que el momento del chorro ligero es menor que el del ambiente, haciendo que la desaceleración sea mayor que la del chorro homogéneo por el gas más pesado que lo rodea. Sin embargo, conforme aumenta el giro, el alto gradiente de la presión originado en el caso del chorro homogéneo cambia su comportamiento, restringiendo el movimiento axial del chorro y originando un gradiente de la velocidad axial mayor que en el caso de un chorro de gas ligero. Para comprender mejor este comportamiento de la velocidad axial, en la figura 2.24 se comparan los perfiles radiales de las velocidades axiales para $\epsilon = 1$ y $\epsilon = 0.07$ en sus respectivos S_c para un coflujo $W_O = 0.05$. El chorro del gas ligero se mantiene más concentrado cerca del eje [figura 2.24(b)], pero la velocidad axial en el eje decae de una manera más brusca conforme z aumenta en el caso del chorro del gas más pesado [figura 2.24(a)]. Los correspondientes perfiles radiales de la presión en $S = S_c$ (figura 2.25) muestran el mismo comportamiento, con un mayor gradiente axial en el caso homogéneo. No obstante, hay que tener en cuenta que la depresión en el eje es mayor en el caso del chorro del gas ligero porque S_c es mayor en ese caso, ya que, como se ha visto en las ecuaciones, la presión depende principalmente del giro.

Para terminar con el caso con un coflujo muy pequeño, $W_O = 0.05$, la figura 2.26 muestra la variación axial de la fracción másica Y y de la densidad ρ en el eje conforme el giro aumenta desde cero hasta S_c . Se puede ver que el efecto del giro sobre la concentración o la densidad de la mezcla no es muy significativo, ya que conforme nos acercamos al giro crítico no tenemos las drásticas modificaciones que ocurren en la velocidad axial. Este hecho se aprecia mejor en la figura 2.27, donde prácticamente no cambian los perfiles radiales de la fracción másica Y cuando el giro aumenta desde cero hasta S_c , y parece

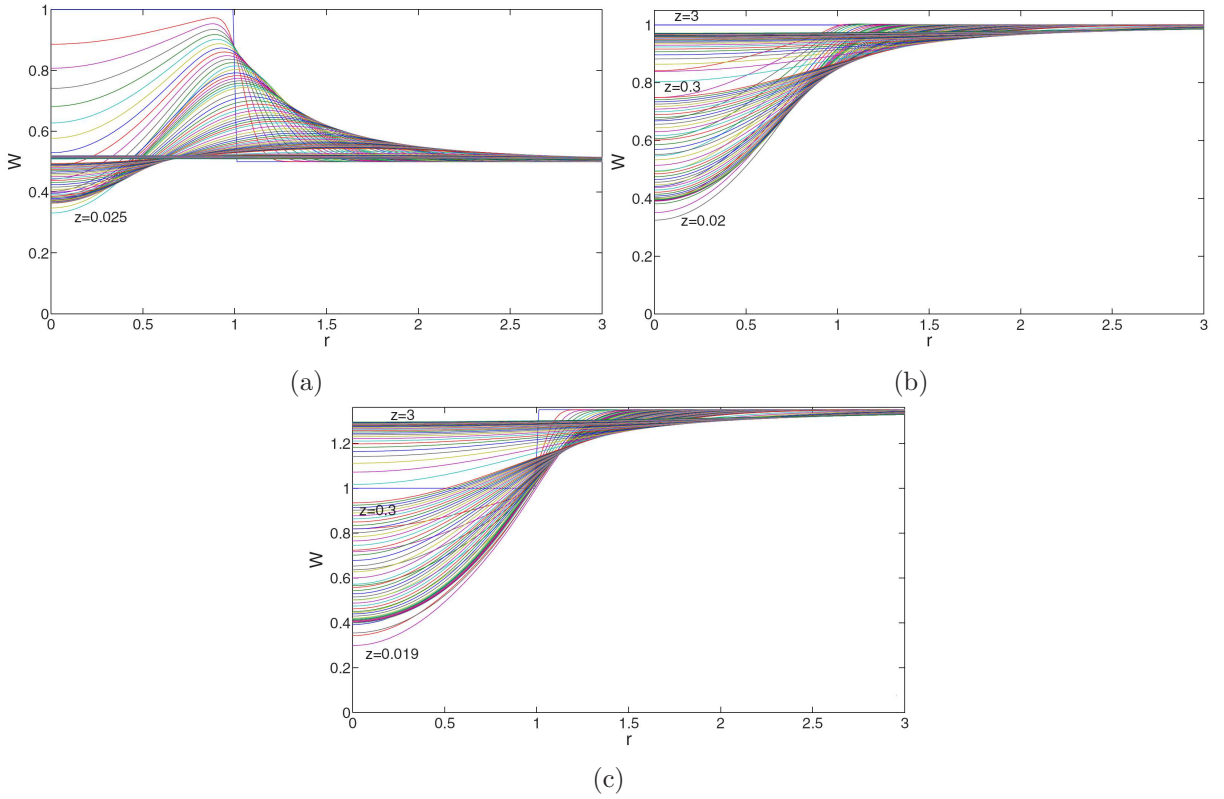


Figura 2.21: Perfiles de la velocidad axial para $\epsilon = 1$, $Ma = 0$, $W_O = 0.5$ (a), $W_O = 1$ (b) y $W_O = 1.35$ (c), para $S = S_c(W_O)$, como indica las leyendas. Las distintas líneas corresponden a los mismos valores de z mostrados en la figura 2.14.

indicar que la difusión másica no afecta demasiado al fenómeno de la rotura de vórtices. Lo que parece importante para la determinación del giro crítico es la densidad relativa del chorro en relación al gas ambiente.

2.4. Efecto de la compresibilidad ($Ma \neq 0$).

Una vez visto el efecto de la diferencia de densidad y la variación del coflujo W_O entre los chorros, vamos a ver el efecto de la compresibilidad a través del número de Mach, Ma , sobre el giro crítico S_c . Se han resumido los resultados en la figura 2.28, donde se puede ver como varía el S_c con el coflujo para el caso homogéneo ($\epsilon = 1$) e incompresible ($Ma = 0$). En dicha figura podemos observar como disminuye el valor de S_c con el aumento de Ma . Esto es debido a que al aumentar Ma aumentamos el W_c , como se puede ver en (2.19), produciendo un efecto similar al aumento de W_O .

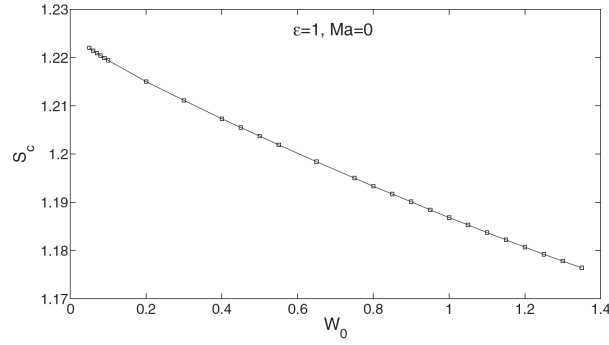


Figura 2.22: Sc vs. W_0 para $\epsilon = 1$ y $Ma = 0$ realizado con dos N distintos, como indica la leyenda.

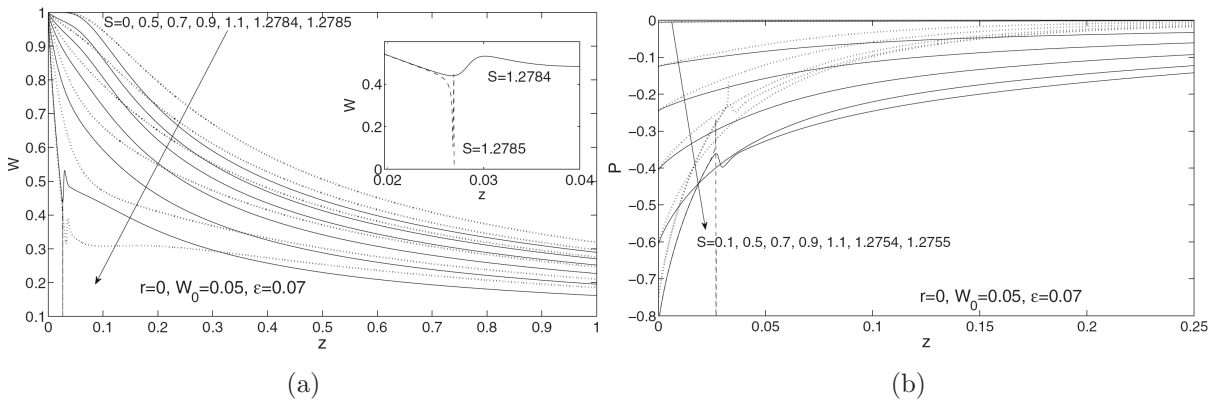


Figura 2.23: Evolución axial de la velocidad axial en el eje (a), y la presión \bar{P} en el eje (b), para $\epsilon = 0.07$, $Ma = 0$, $W_0 = 0.05$, y los valores de S indicados. Las líneas punteadas corresponden a los resultados $\epsilon = 1$ (figura 2.15).

2.5. Conclusiones.

En este capítulo se ha realizado el estudio axilsimétrico de la estructura y del inicio de la **RV** de la descarga de un chorro de gas más ligero que el ambiente donde descarga, con giro y coflujo, y se han tenido en cuenta también los efectos de la compresibilidad del flujo. Los resultados obtenidos se han comparado con los correspondientes a la descarga de un gas en el ambiente con una relación de densidades unidad. Se ha caracterizado el efecto que tiene sobre la **RV** la disparidad entre las densidades del chorro y el ambiente, los efectos de compresibilidad y la relación entre las velocidades del chorro y del ambiente (coflujo).

Para ello se ha utilizado una aproximación casi cilíndrica de las ecuaciones del momento, válida para números de Reynolds altos. Para inicializar el código numérico, im-

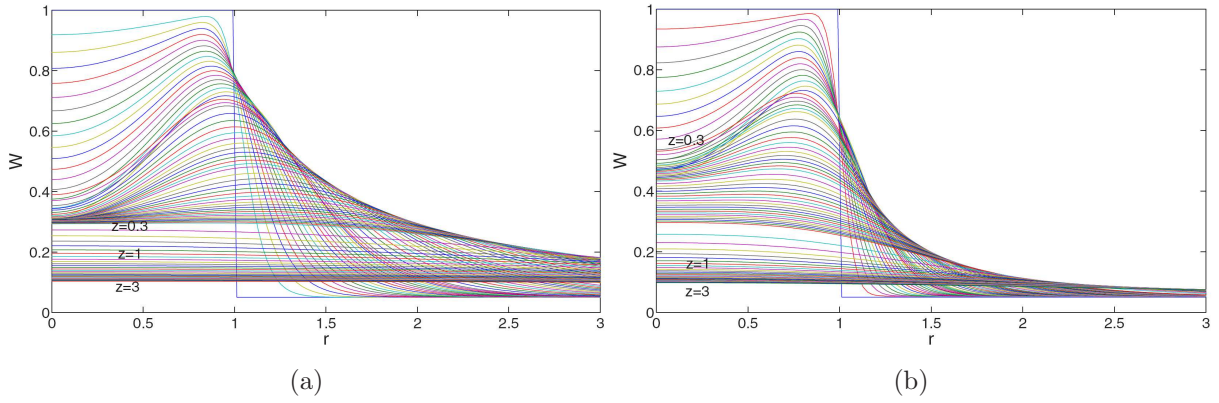


Figura 2.24: Comparación de los perfiles radiales de la velocidad axial en $S = S_c$ para $W_O = 0.05$ cuando $\epsilon = 1$ (a), y $\epsilon = 0.07$ (b). $Ma = 0$ en ambos casos. Las distintas líneas corresponden al mismo valor de z mostrado en la figura 2.14.

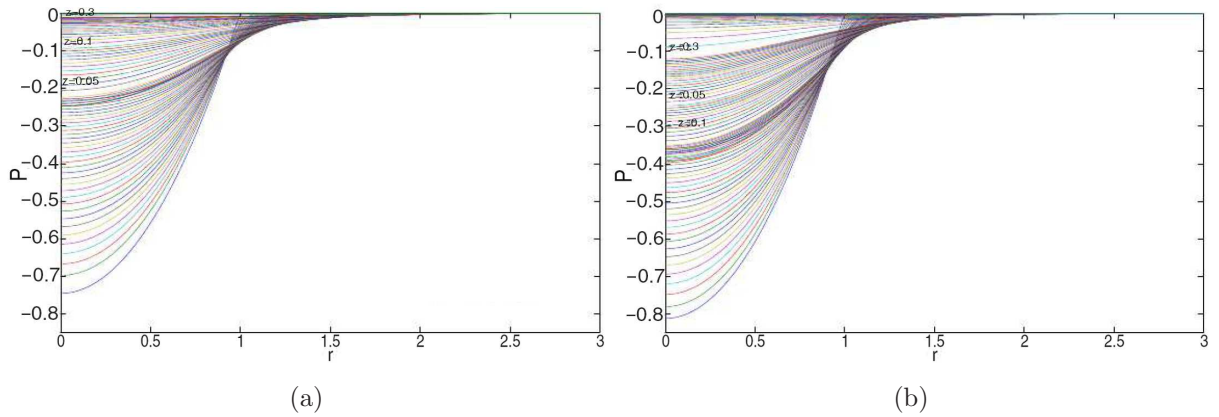


Figura 2.25: Igual que en la figura 2.24 pero para la presión \bar{P} .

plementado con *Matlab*, se ha obtenido una solución de semejanza general válida para la zona muy cercana a la salida del chorro. El inicio de la **RV** se ha caracterizado por el “fallo” de las ecuaciones parabólicas.

Se ha considerado una relación de los pesos moleculares entre el gas ligero y el ambiente de $\epsilon = 0.07$, que corresponde a la descarga de H_2 en aire, y los resultados se han comparado con la mezcla homogénea $\epsilon = 1$. El coflujo se ha variado desde prácticamente cero hasta 1.35, y el número de Mach Ma de 0 a 0.5, donde el flujo siempre es subsónico.

Los resultados del inicio de la **RV** se representan mediante la obtención del parámetro de giro crítico S_c . La figura 2.28 muestra un resumen de la relación del parámetro de giro crítico con el coflujo W_O , la relación de densidades ϵ y el número de Mach Ma . Se observa que en todos los casos el parámetro de giro disminuye con el coflujo. Esto se explica debido

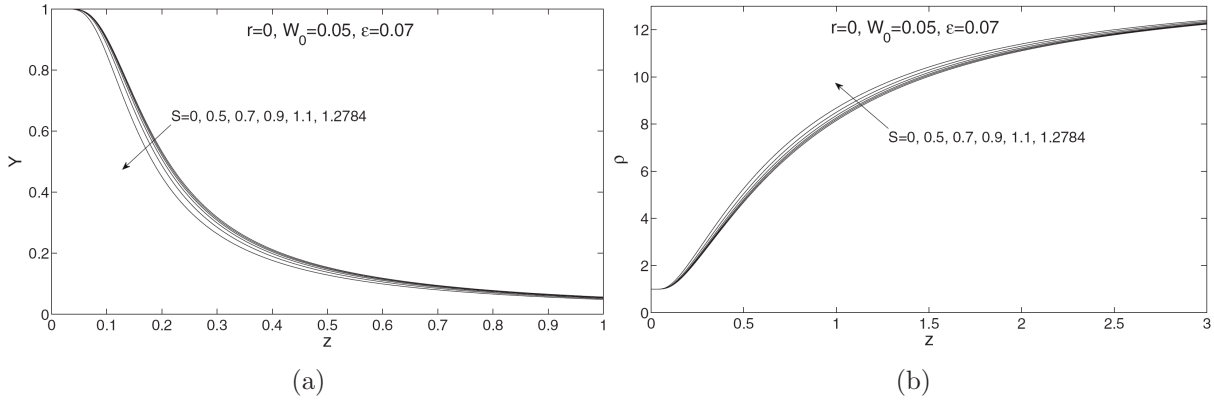


Figura 2.26: Evolución de la fracción másica Y en el eje (a), y de la densidad ρ en el eje (b), del H_2 , para $\epsilon = 0.07$, $Ma = 0$, $W_O = 0.05$, y los valores de S indicados.

a los grandes gradientes axiales de la presión en el eje en la zona cercana a la salida, debido a aumento del momento axial fuera del eje, haciendo que se alcance la **RV** para valores menores de S .

Se encuentra que S_c para el caso de la descarga del chorro ligero, es mayor que en el caso homogéneo. Esto se explica por el hecho de que el giro es menos efectivo para crear un fuerte descenso de la presión cerca del eje cuando su densidad es menor. Pero, para coflujos superiores a la unidad, el efecto de W_O domina sobre la variación de la densidad, haciendo que S_c sea menor que para el caso homogéneo.

Para finalizar, el efecto de la compresibilidad siempre disminuye S_c debido al fuerte aumento de la temperatura cerca del eje cuando S es suficientemente alto, aumentando la presión cerca de la salida, facilitando la **RV**.

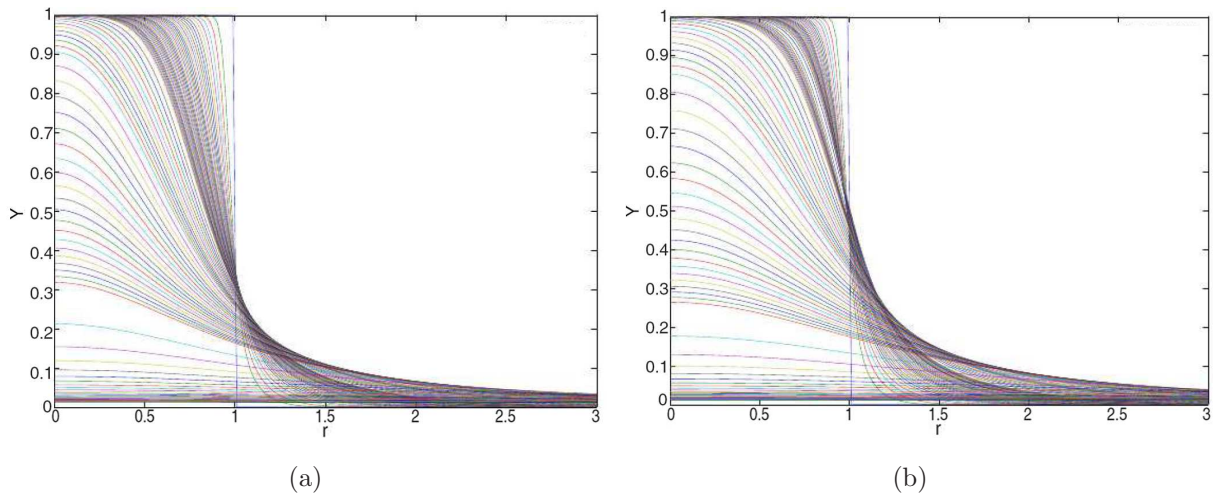


Figura 2.27: Perfiles radiales de Y con $S = 0$ (a) y $S = S_c = 1.2754$ (b) para $\epsilon = 0.07$, $W_O = 0.05$, y $Ma = 0$. Las distintas líneas corresponden a los mismos valores de z mostrados en la figura 2.14.

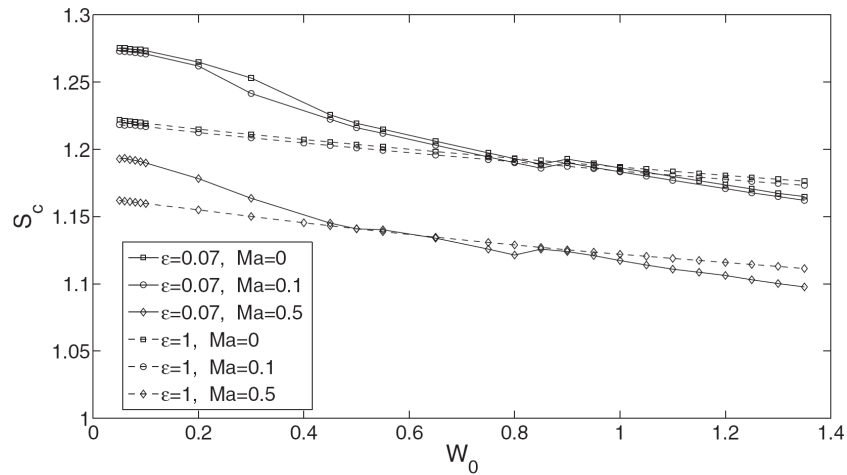


Figura 2.28: Evolución de S_c vs W_O para $\epsilon = 1$ (líneas discontinuas) y $\epsilon = 0.07$ (líneas continuas) con $Ma = 0$, $Ma = 0.1$ y $Ma = 0.5$.

Capítulo 3

Diseño y montaje del experimento.

3.1. Introducción.

Debido al gran interés ingenieril que despierta el estudio de la rotura de vórtices, se han realizado numerosos experimentos con los cuales se puede alcanzar un mayor conocimiento de los flujos con giro intenso¹. En el presente trabajo, se ha diseñado un dispositivo con el cual se podrá estudiar la descarga de un chorro con giro, y con la posibilidad de introducir un coflujo equiaxial, en un ambiente que se encuentra a la misma temperatura. Estos resultados se podrán comparar con los estudios numéricos, ya sean axilsimétricos o tridimensionales.

Principalmente, este experimento debe permitir la variación en las condiciones de entrada de una forma independiente de las siguientes cuatro variables: la velocidad de entrada del chorro, la velocidad de entrada del coflujo, el giro y la relación de densidades. Igualmente, el diseño del dispositivo permite la introducción de giro con un perfil de sólido rígido, el cual se aproxima bastante al perfil radial de la velocidad acimutal estudiado desde el punto de vista teórico en el capítulo anterior. En el caso de la velocidad axial, debido a los número de Reynolds analizados, se obtendrá experimentalmente un perfil parabólico².

Dentro de los montajes experimentales previos utilizados por otros investigadores, se debe diferenciar entre los realizados para el estudio de flujos con giro realizados en líquidos y los que utilizan gases. Para líquidos existen los estudios realizados por Sarpkaya (1971) o Chomaz y Billiant (1998). Ya que en el presente caso de estudio se considera

¹Mirar las referencias del capítulo 1.

²Para números de Reynolds superiores, si bien el perfil axial se asemeja más a uniforme estudiado teóricamente, los giros necesarios para que se produzca la rotura son muy superiores a los que se pueden alcanzar con el equipamiento existente en el laboratorio.

la descarga de un gas con giro, con o sin coflujo en el ambiente se tendrá como referencias los montajes experimentales realizados por Toh et al. (2010), con las modificaciones necesarias para poder introducir giros con un perfil de sólido rígido, en lugar de perfiles acimutales gaussianos. La principal novedad introducida en este estudio es precisamente la independencia de las variables a controlar. Así, en el caso de Toh et al., y en otros estudios de flujos con giros [por ejemplo, Ortega et al. (2011)], la presencia de álabes fijos que generan el giro hacen que exista una relación entre el flujo axial y acimutal, mientras que en el experimento diseñado en el presente trabajo se evita esta dependencia.

Un diseño versátil debe permitir además el análisis y la realización de experimentos tanto con flujos no reactivos como reactivos. Los materiales empleados deben soportar las temperaturas que se desarrollan en la combustión de flujos reactivos. Igualmente, es necesario que se pueda desmontar para poder facilitar su limpieza. Es fundamental que la zona de medida sea transparente para obtener tanto información cualitativa como cuantitativa de los casos de estudio.

Se utilizaron varios fluidos de trabajo, siendo el aire al que se le ha dedicado mayor atención para la caracterización minuciosa de la **RV**. Además se realizaron experimentos con metano y propano. Con flujos no reactivos se introdujeron una cantidad suficiente de partículas para poder obtener datos cuantitativos de los mismo, ya sea mediante visualizaciones o técnicas de ensayo aplicadas para conocer el campo de velocidad. Estas partículas no afectan a las propiedades de los gases introducidos, al tratarse de técnicas no intrusivas.

En el presente capítulo se va a realizar la descripción de las distintas partes que compone el diseño del experimento, así como los mecanismos necesarios para el control de los flujos. También se comentarán los distintos sistemas de medida, su calibración y los elementos utilizados para realizar visualizaciones de los distintos casos de estudio. En la última sección se describe con detalle las diferentes partes del montaje experimental.

3.2. Descripción del montaje experimental.

En la Figura 3.1 se muestra un esquema del montaje experimental, excluyendo los elementos para realizar medidas *PIV*, *LDA* o visualizaciones. En dicho esquema, el aire es impulsado por un compresor insonorizado (1), pasa por el deshumidificador (2) y se acumula como aire seco en un depósito de 100 litros de capacidad (3). Este depósito es el que suministra aire tanto a la cámara de premezcla como a la cámara de coflujo, y permite alcanzar condiciones de estado estacionario. El gasto másico G se controla mediante un caudalímetro másico (4), manteniendo en todo momento el régimen laminar, ya que

el número de Reynolds basados en el diámetro del chorro descargado (ver más adelante para su definición) es relativamente bajo, siempre inferior a 75. Del mismo modo, el comportamiento del fluido se puede considerar incompresible, y la viscosidad cinemática ν es constante, al ser constante la temperatura en una serie de experimentos determinada. El gas convecta hasta la cámara de premezcla (8) las partículas necesarias para las visualizaciones generadas en el burbujeador (5), a través de los depósitos (7) donde se almacenan dichas partículas. El coflujo se introduce en la zona de visualización, controlado por un caudalímetro de cono (6), en régimen laminar. Igualmente arrastra partículas, al atravesar un burbujeador independiente, para su visualización. Se debe tener en cuenta que para que el funcionamiento de los caudalímetros sea óptimo, se mantiene constante la diferencia de presión a la salida de los caudalímetros y el ambiente. Esto se consigue gracias a la introducción de un presostato en el circuito neumático que mantiene la presión constante. En nuestro caso el valor de la presión se fija a cuatro bares, para cumplir con los requerimientos del fabricante del caudalímetro.

El cuerpo interior (8), denominado a partir de ahora como cámara de premezcla, dispone de una entrada por la parte inferior. Dicha entrada se realiza a través de un eje hueco, al cual se le han acoplado dos rodamientos y una polea. El cuerpo interior reduce su sección hasta obtener una relación de aspecto de 1:16 en el radio con el cuerpo exterior. Esta relación de aspecto es la que se tendrá en cuenta para el cálculo de la velocidad de giro en la zona de la descarga.

El cuerpo exterior (9), que se denominará cámara de coflujo, se compone de dos piezas unidas entre sí a presión. La pieza inferior tiene como finalidad proporcionar una entrada del flujo estanca. La sección interior del cuerpo exterior consta de una contracción y una expansión, las cuales se encargan de uniformizar el coflujo. La descarga a la zona de medida (10) se realiza a través de una sección cilíndrica del mismo diámetro que el cilindro de metacrilato, que constituye la expansión brusca o cámara donde descarga al ambiente el chorro con giro.

En la Figura 3.2 se muestra una sección de la parte principal del montaje experimental, donde se produce el chorro con giro y se genera el coflujo correspondiente a la cámara de premezcla (8) y la cámara de coflujo (9) de la figura 3.1. Se ha realizado íntegramente en aluminio, ya que así soporta las temperaturas de las llamas, o flujos reactivos, y es más ligero, reduciendo la potencia del bloque motor con reductora que le proporciona el giro. Además, el aluminio se puede mecanizar con facilidad³. Ambos cuerpos se disponen en forma vertical, introduciendo los fluidos de estudio en una cota inferior a la zona de medida.

³Este dispositivo ha sido fabricado en el Taller de Mecanizado de la Universidad de Málaga.

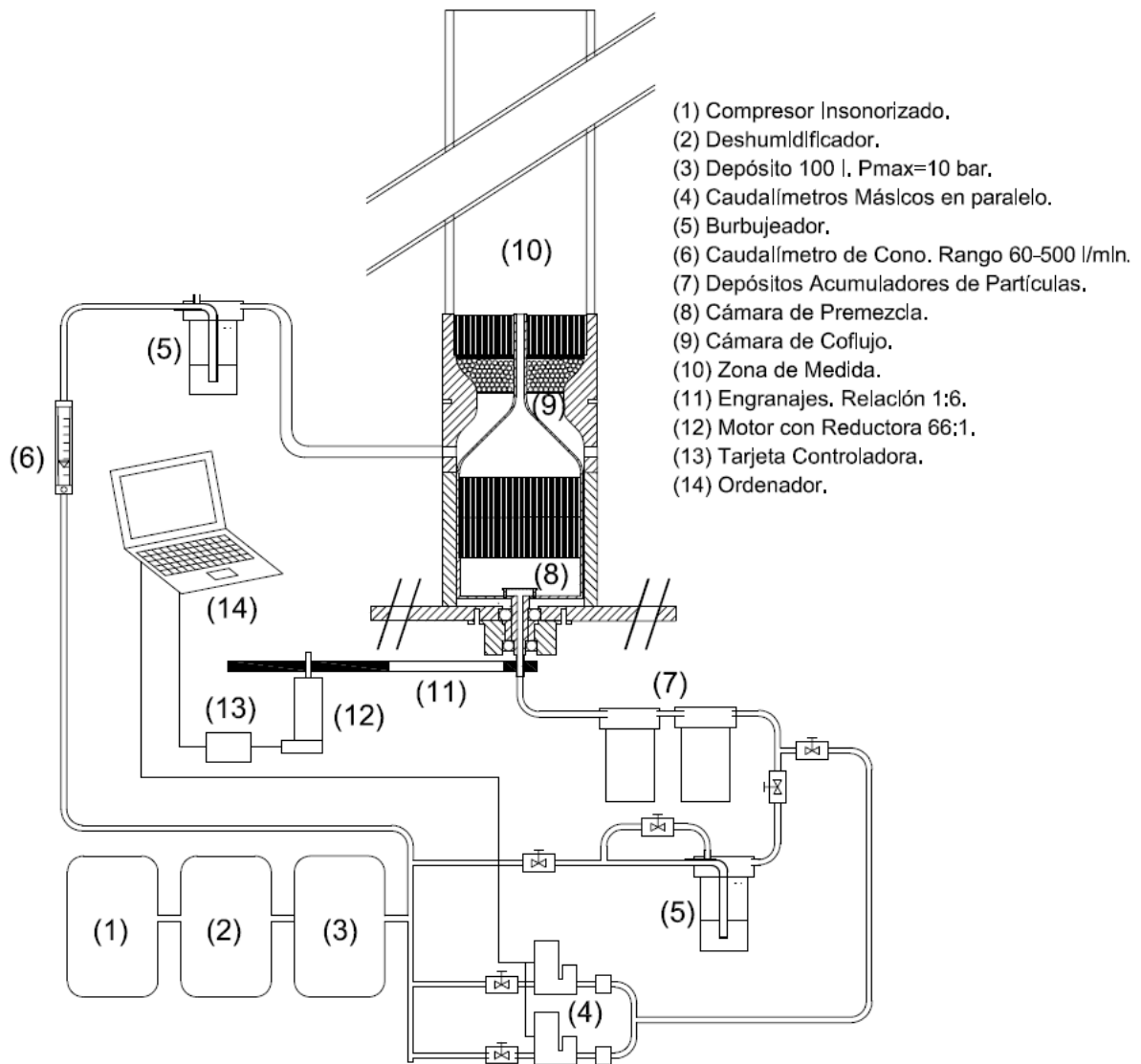


Figura 3.1: Esquema del montaje experimental

Finalmente, en el esquema del montaje se muestran los engranajes (11) y el motor con reductora (12), destinados a conseguir el giro deseado. Esta consigna en la velocidad angular se proporciona mediante una tarjeta controladora (13) que está integrada en un ordenador (14).

A continuación se describen con más detalle cada una de las partes que componen el aparato experimental.

3.2.1. Cámara de Premezcla.

El diseño de la cámara de premezcla se ha realizado de tal modo que se puedan estudiar tanto flujos reactivos como no reactivos. Dentro de los flujos reactivos, se pueden

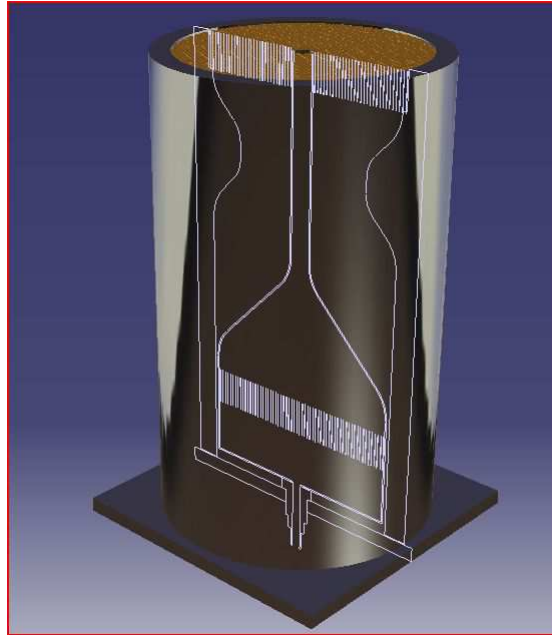


Figura 3.2: Vista tridimensional del quemador junto con una sección axial.

estudiar o bien llamas difusivas o bien llamas premezcladas. Otra ventaja de este montaje es la posibilidad de introducir mezclas de distintos tipos de combustibles, tanto ligeros, como el metano, o más pesados como el propano. Al estudiar llamas de difusión, es posible variar la relación entre aire y combustible, obteniendo así tanto llamas subventiladas como sobreventiladas.

La cámara de premezcla se ha realizado en aluminio. Esta se ha dividido en tres partes, facilitando su mecanizado y limpieza interior.

Tal y como muestra la Figura 3.3, el fluido entra por la parte inferior de la cámara, impactando contra una pequeña placa cilíndrica, la cual se encarga de distribuir uniformemente los gases a la entrada. Tras esta región de entrada, el gas asciende en el interior de la cámara, atravesando dos panales de abeja (*honeycombs*) colocados consecutivamente, con la misión de facilitar que la dirección del flujo que asciende por la boquilla sea principalmente paralela al eje de giro. El panal de abeja utilizado es de plástico, formado por prismas hexagonales de 50 mm de longitud y 3 mm de lado. Tras ambos panales de abeja, tal y como representa la Figura 3.4, el fluido atraviesa una contracción, reduciéndose el diámetro interior desde 170 mm hasta terminar en un diámetro de salida de 10.65 ± 0.05 mm, uniformizando el perfil de velocidad del fluido a la entrada de un conducto de sección uniforme y longitud 130 mm. A lo largo de este conducto el perfil de la velocidad del gas pasa de ser uniforme hasta alcanzar un perfil parabólico de Hagen-Poiseuille. A la misma altura donde se desarrolla la contracción, se realiza la entrada de aire del coflujo. Esta

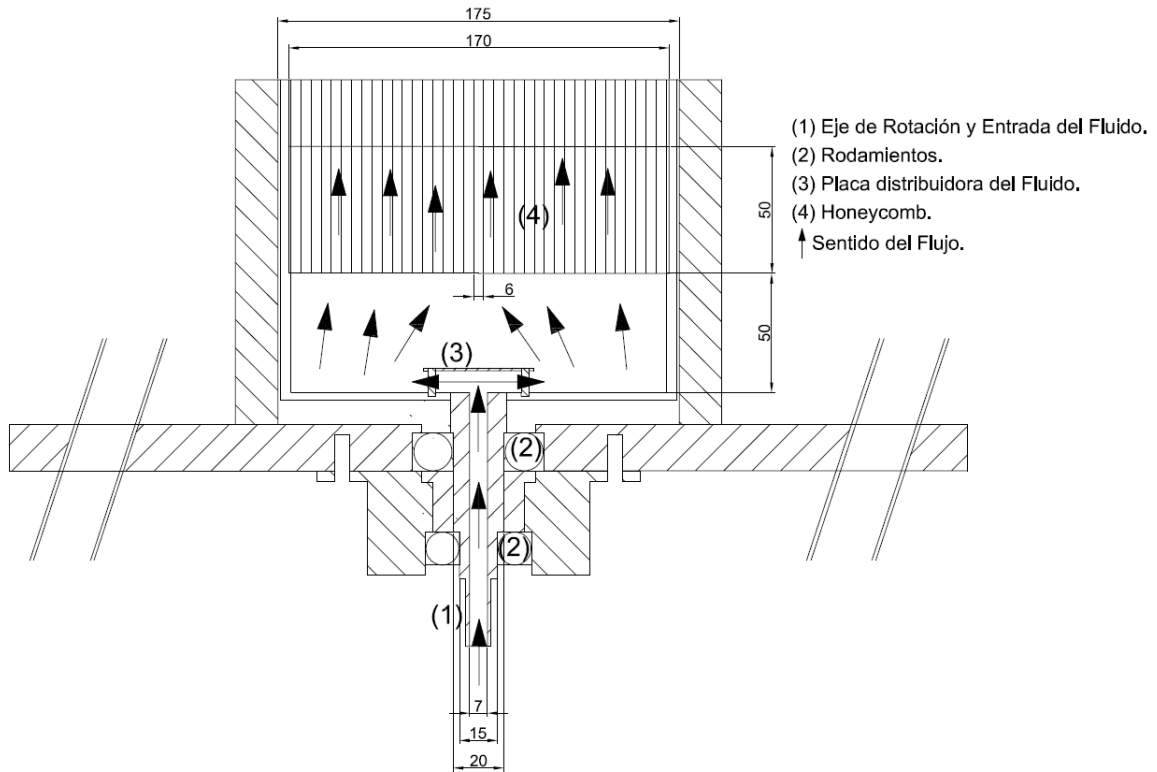


Figura 3.3: Detalle de la zona de entrada a la cámara de premezcla.

sección se mantiene durante 130 mm, haciendo que se pueda desarrollar completamente el flujo, para los regímenes de trabajo en los que se realice el presente estudio⁴. El fluido descarga en el zona de medida mediante una expansión brusca, con una relación de aspecto de 1:16. De esta forma, la zona de medida está constituida por un cilindro transparente de metacrilato, que tiene un diámetro de 175 mm, espesor de 4 mm y un metro de longitud.

Para los ensayos con combustión, en lugar de utilizar un cilindro de metacrilato se ha utilizado un octógono de cuarzo de 300 mm de longitud, y así evitar posibles daños debido a las altas temperaturas que se pueden alcanzar en el interior de la zona de medida.

3.2.2. Cámara de coflujo.

Tal y como se ha mencionado, la función de la cámara de coflujo es proporcionar, en la misma sección de salida del chorro con giro, un flujo axial uniforme rodeando al chorro. En todos los casos estudiados, el fluido que se ha utilizado como coflujo es aire, que proviene del compresor. La presión a la salida del mismo se ha fijado en $P = 4$ bar. Tal

⁴Para pasar de un flujo uniforme a otro de Hagen-Poiseuille completamente desarrollado se necesita un conducto de longitud $L \approx 0.06 Re d$, donde d es el diámetro y Re el número de Reynolds, definido en la ecuación (3.1) de este capítulo.

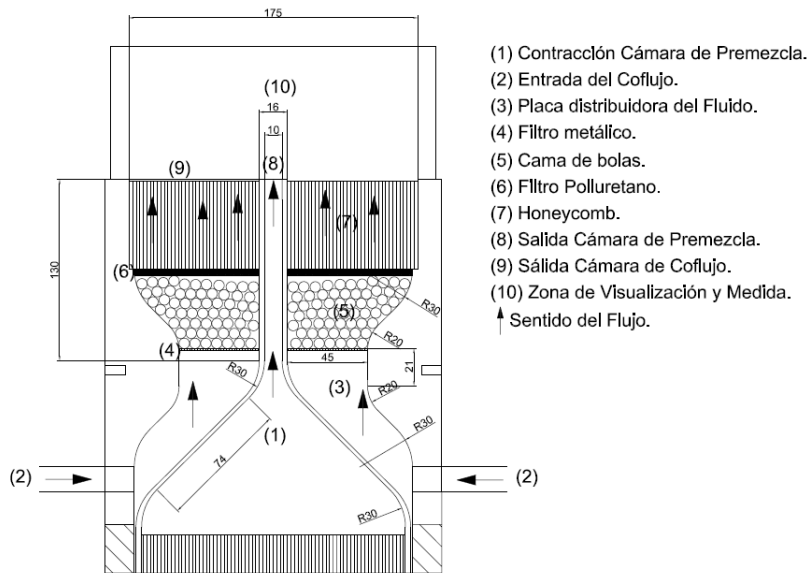


Figura 3.4: Detalle de la cámara de coflujo.

y como muestra la Figura 3.4, el fluido entra lateralmente por ocho entradas equidistantes y diametralmente opuestas dos a dos. El fluido asciende hasta llegar a una contracción y expansión, forzando así que la velocidad tenga un perfil plano. Al salir de la expansión, el gas atraviesa un filtro metálico y un lecho de bolas de poliuretano de 6 mm de diámetro con una longitud aproximada de 50 mm y un diámetro de 175 mm. Una vez superado este lecho, el aire atraviesa varios filtros de poliuretano, antes de llegar a un panel de abejas de 50 mm de longitud. La función del panel es de nuevo forzar a que la dirección del flujo que entra a la cámara de premezcla sea paralela al eje de giro. La función de las bolas y de los distintos filtros de poliuretano es también obtener un perfil de la velocidad axial lo más uniforme posible en la sección de entrada del panel de abejas. Tras este panel el fluido descarga en la zona de medida, con un diámetro de 175 mm y una longitud máxima de 1000 mm.

3.3. Calibración de los Dispositivos Experimentales.

Dentro de los dispositivos de control y medida hay que distinguir varios tipos. En primer lugar están los sensores para poder controlar el flujo. En este punto tenemos un caudalímetro de cono y dos caudalímetros másicos. Por otro lado, los mecanismos y dispositivos necesarios para controlar el giro son los engranajes, rodamientos, motor con reductora, tarjeta controladora y ordenador, el cual controla con precisión, mediante un programa específico, la velocidad angular de consigna impuesta en el motor. Además hay

que añadir el sistema de generación de partículas para realizar las medidas y visualizaciones. Para realizar las medidas se han usado las técnicas de *LDA* (*Laser Doppler Anemometry*) y de *PIV* (*Particle Image Velocimetry*). Para las visualizaciones se han utilizado varias cámaras, permitiendo la grabación tanto en calidad *HD* (1280x720 píxeles) como en calidad *FullHD* (1920x1080 píxeles).

El rotámetro de cono utilizado para controlar el coflujo, tal y como muestra la Figura 3.1, viene calibrado en toda su longitud. La variación del caudal se realiza mediante la válvula situada en la zona de entrada. El rango de medida comprende entre los 60 y los 500 l/min.

Se han utilizado dos caudalímetros máxicos para controlar el flujo de entrada en la cámara de premezcla. En este caso, se ha utilizado el caudalímetro *F – 201 CV* de la marca *Iberfluid*, el cual ofrece una gran flexibilidad ya que permite seleccionar diferentes gases de entrada (aire, helio, hidrógeno, metano o nitrógeno), así como un amplio rango de medidas, desde 0.0898 hasta 11.2250 litros normales por minuto (lN/min, es decir, el caudal en l/min en condiciones normales), obteniendo una gran precisión y repetitividad. No necesita ningún tipo de limpieza ni mantenimiento, y la caída de presión es muy baja. El rango de temperaturas de trabajo de este dispositivo va desde los 0 a los 70°C, mientras que la temperatura usada a lo largo de la realización de este trabajo están en torno a los 19°C. Estos caudalímetros máxicos son también monitorizados en un ordenador personal mediante un programa específico.

A continuación se explica, con mayor detalle, los mecanismos de control del motor, los sistemas de generación de partículas y los sistemas *LDA* y *PIV* utilizados, así como su calibración.

3.3.1. Rotámetro de cono y caudalímetros máxicos.

El rotámetro de cono consiste en una cavidad troncocónica transparente cuya sección transversal varía lentamente, con una escala calibrada para la lectura directa, comprendida entre 60 y 500 l/min, a intervalos de 20 l/min. Para poder obtener medidas de coflujo intermedias, ha sido necesario utilizar un montaje auxiliar (debido a la expansión brusca, la instalación no permite obtener el perfil de velocidad axial en toda la sección transversal de la salida del coflujo), donde se realizó la calibración del caudalímetro con medidas *PIV*. Las medidas realizadas han permitido obtener intervalos de coflujo con una precisión de alrededor de 10 l/min. En el experimento diseñado para este estudio, la variación de 10 l/min equivale a una variación en la velocidad axial del coflujo de 7 mm/s, que representa un 7.4% de variación en la velocidad característica W_c (ver más adelante). La presión de entrada al caudalímetro se ha establecido para la calibración a 3 bar respecto a la

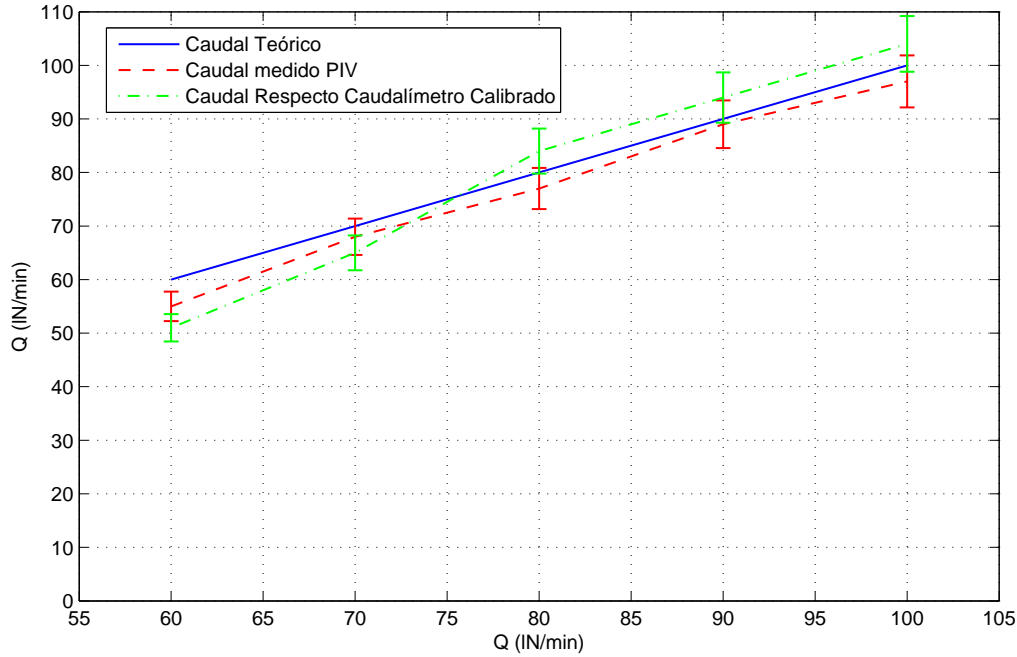


Figura 3.5: Calibración del caudalímetro de cono.

atmosférica. En la Figura 3.5 se representa el caudal medido con la lectura directa del caudalímetro, los caudales obtenidos mediante las medidas de *PIV* y la medida de un caudalímetro previamente calibrado colocado en serie. El error se debe a dos factores: error visual en la medida en el caudalímetro y error en la toma de medidas de *PIV*. Ambos errores se cuantifican mediante la desviación típica de una serie de tres ensayos.

Ya se ha comentado que el caudalímetro másico ofrece una gran versatilidad en cuanto a los diferentes gases que es capaz de medir. En este caso, para comprobar la calibración, se han realizado varios experimentos midiendo la velocidad a la salida del chorro. Los datos de consigna son medidas del gasto, dados en mililitros normales por minuto (mlN/min), se ha hecho posteriormente la conversión a mililitros por minuto (ml/min) multiplicándolo por la relación de densidades a la temperatura de 20°C y a la que se realiza el experimento. Para este fin se ha medido la velocidad a la salida con las técnicas *LDA* y *PIV*.

Este caudalímetro másico, de la marca *Iberfluid*, mide el gasto por efecto térmico en un dispositivo de tipo 'by-pass'. La figura 3.6 muestra el funcionamiento de este caudalímetro másico, donde el caudal atraviesa un tubo capilar de acero inoxidable en cuyo exterior se han colocado tres bobinas. La bobina central R_H es una resistencia denominada *calentador*. Las otras dos bobinas son sensores de temperatura R_{T1} y R_{T2} , construidas de material cuya resistencia depende fuertemente de la temperatura. La figura 3.7 mues-

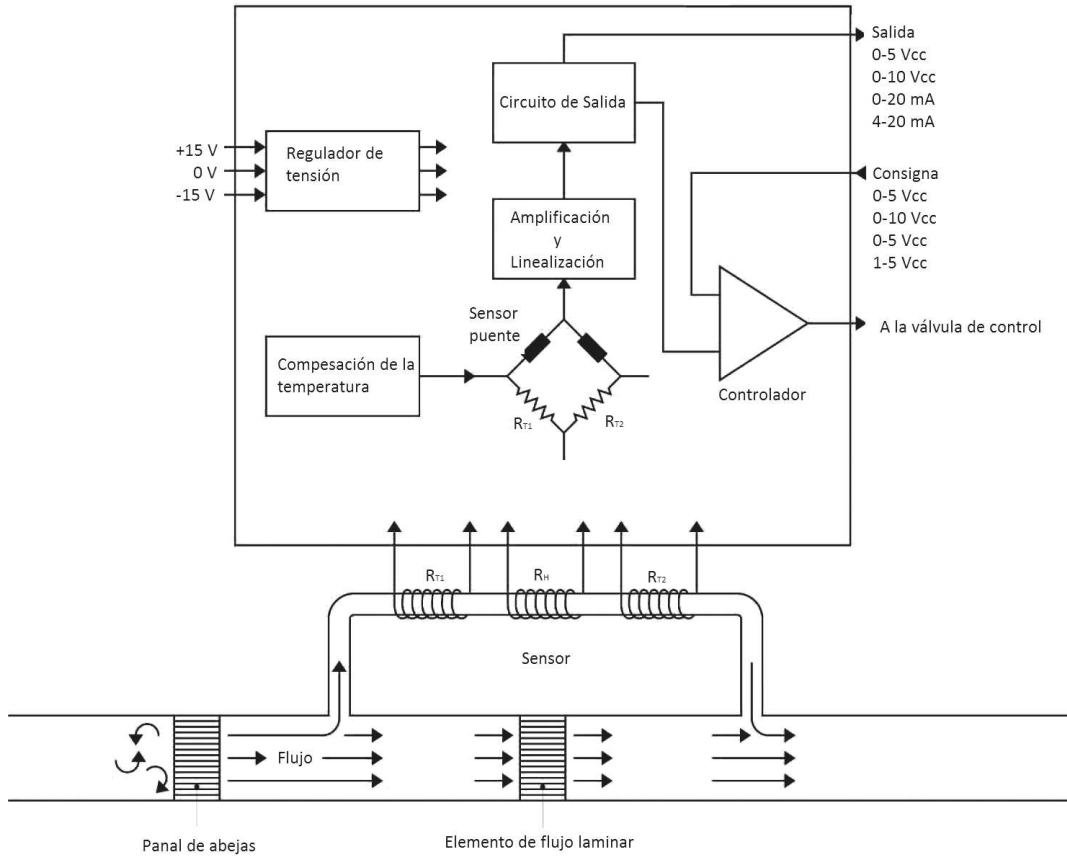


Figura 3.6: Esquema del funcionamiento del caudalímetro másico de marca *Iberfluid* [Terradellas y Royuela (2005)].

tra, con una línea de color verde, el perfil simétrico de temperatura cuando no circula fluido a través del tubo. Al existir un caudal distinto de cero, el perfil de temperatura se desfasa hacia la derecha. Este desfase lo detecta las resistencias R_{T1} y R_{T2} , obteniendo, para caudales másicos relativamente bajos, una proporcionalidad entre la diferencia de temperatura $T1 - T2$ y el caudal másico.

La curva característica del sensor de caudal es la mostrada en la figura 3.8, según la gráfica de Van Graff que refleja el caudal másico frente al ΔT procedente de la señal. Se trabaja siempre en la zona lineal de la señal para que sea más precisa y reproducible. La señal T en la zona lineal de la curva característica es directamente proporcional al caudal másico:

$$\Delta T = K C_p G ,$$

$$\Delta T = T2 - T1 [K] ,$$

siendo C_p el calor específico y G el gasto, mientras que K es la constante de proporcionalidad. Esta expresión la suministra el fabricante del caudalímetro [Terradellas y Royuela

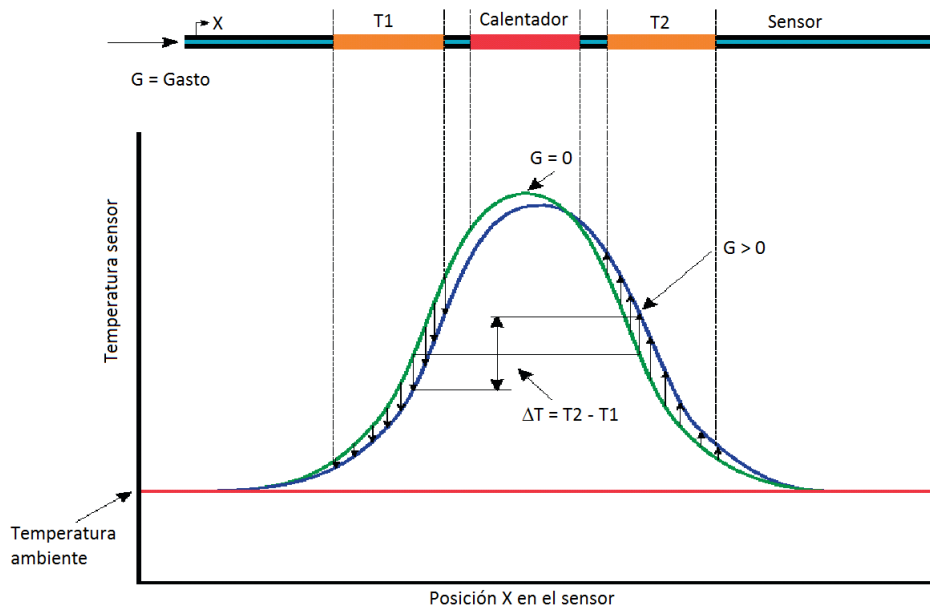


Figura 3.7: Principio de funcionamiento del caudalímetro másico de marca *Iberfluid* [Terradellas y Royuela (2005)].

(2005)].

En la figura 3.7 también se observa el denominado elemento de flujo laminar (LFE). Este elemento, patentado por *Bronkhorst Hi – Tech*, consiste en un conjunto de discos, cuyo número exacto se determina dividiendo el caudal equivalente de aire por la capacidad del tipo de disco seleccionado. Estos discos poseen una serie de canales de precisión por donde el caudal se ve forzado a pasar a través de los numerosos pequeños canales, los cuales tienen una capacidad máxima de caudal de 10 mililitros normales por minuto de aire equivalente (mlN/min), valor que coincide con la capacidad máxima del sensor capilar (*by – pass*). Los discos se combinan de tal manera que siempre hay la misma pérdida de carga total a lo largo del LFE a caudal máxima, determinada en 35 mbar. Entonces, los elementos de flujo laminar se pueden intercambiar y, por tanto, la capacidad de caudal de un instrumento se puede cambiar si se desea. De esta manera, se pueden construir instrumentos con caudal máximo desde 1 mlN/min hasta 11000 m³N/h.

3.3.2. Motor con reductora.

La imposición de la velocidad acimutal al chorro se realiza mediante el giro de la cámara de premezcla. El giro se produce con un motor con reductora, acoplado al eje de giro de la cámara de premezcla a través dos engranajes.

El motor se controla mediante una programa informático y a través de una tarjeta

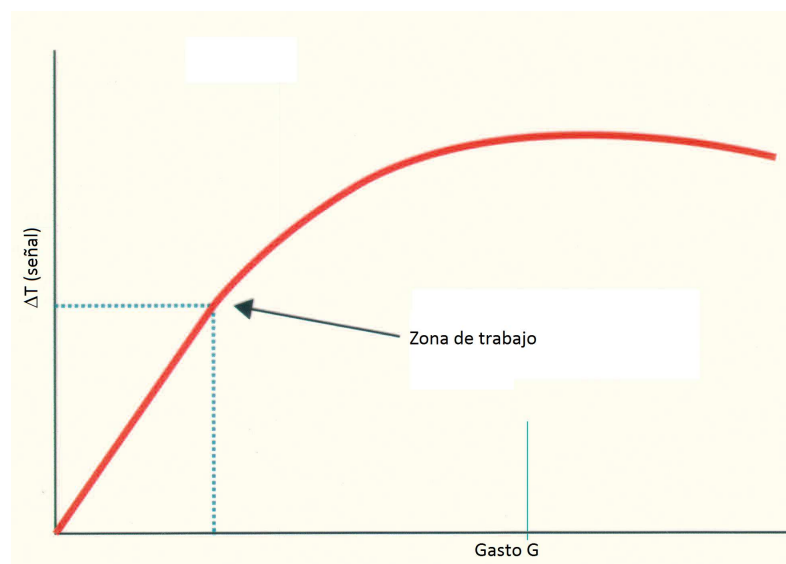


Figura 3.8: Zona de trabajo según la curva de Van de Graf [Terradellas y Royuela (2005)].

controladora. El programa informático permite introducir una consigna a la velocidad de giro en revoluciones por minuto. La unión entre el motor y la cámara de premezcla se ha realizado mediante dos engranajes, con una relación de 1:6. La reductora del motor tiene una relación de 66:1. Esto hace que la relación entre la consigna introducida y la velocidad de giro real tenga una relación de 11:1.

Conocida la potencia del motor, se ha realizado una calibración para determinar la velocidad de giro máxima que puede aportar el motor a la cámara de premezcla, teniendo en cuenta la inercia del bloque de la cámara de premezcla y el par resistente que este ejerce. Para ello se han tomado imágenes con una cámara de alta velocidad. Conociendo la cantidad de imágenes por segundo tomadas en el video, y tras varias vueltas completas del experimento, se han procesado las imágenes para conocer la velocidad angular real ($\omega_{real_boquilla}$). Así se puede determinar el valor de giro máximo permitido. Por tanto, se realiza una comprobación del giro introducido por el ordenador y el giro real obtenido en la boquilla. Hay que tener en cuenta que entre el *encoder* del motor y el eje existen varios componentes mecánicos que puede hacer variar el giro en el caso de que existan, por ejemplo, deslizamientos entre los componentes. Para realizar la comprobación del giro, se grabaron varios videos con una cámara de alta velocidad con distintas consignas. La calibración se muestra en la Figura 3.9. Se observa un comportamiento lineal entre ambos hasta un valor de $\omega_{consigna}$ 4350 y 4500, donde el motor satura su señal. Esta es por tanto la limitación en el giro. Hay un error experimental debido al tiempo que existe entre dos imágenes, de aproximadamente el 0,5 %.

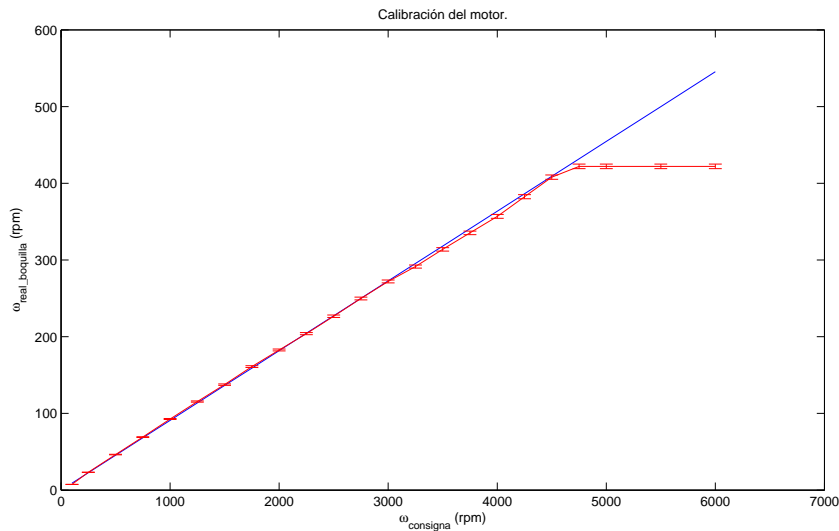


Figura 3.9: Comparación $\omega_{consigna}$ vs $\omega_{real_boquilla}$ en rpm.

3.3.3. Generadores de Partículas.

Por simplicidad, inicialmente se utilizó aire seco tanto en el chorro como en el coflujo, consiguiendo así que ambos fluidos tuviesen las mismas condiciones de densidad, presión y temperatura. El problema principal para poder determinar la estructura de ambos chorros es que el flujo de aire no se puede visualizar a simple vista. Por lo tanto, es necesario "teñirlo" para poder ver la estructura. Cuando se escoge como fluido de trabajo el agua, es bastante sencillo teñirlo sin modificar en exceso las condiciones del flujo. En el caso de estudio, la introducción de partículas que no variaran apreciablemente las condiciones de ambos movimientos fluidos se realizó con éxito, mediante la inyección de humo y también de partículas de una emulsión que se describirá más adelante. Este último tipo de partículas, además de ser no intrusiva y de tener una flotabilidad prácticamente neutra respecto al aire, es capaz de destacar la estructura del flujo cuando incide sobre ella un haz láser.

Para generar estas partículas, se han utilizado dos máquinas: una máquina generadora de humo comercial y un burbujeador. La primera de ellas se descartó al realizar los primeros experimentos, debido a que la velocidad de sedimentación de las partículas de humo era demasiado alta, produciendo un error apreciable en las medidas de la estructura del chorro. Por lo tanto, se optó por la segunda, donde la velocidad de sedimentación de las partículas es muy pequeña (ver más adelante).

A continuación, se realiza una descripción detallada de ambas máquinas, donde se destacan las características más importantes.

A. Generador de humo.

El instrumento que genera un vapor denso, cuyo aspecto es similar al humo o a la niebla, es lo que se denomina *Generador de humo*. Se compone de un depósito de un litro de capacidad, donde se introduce una mezcla de agua, alcohol y glicerina, la cual es calentada en un tiempo máximo de cuatro minutos, evaporándose rápidamente y produciendo humo.

Las proporciones de agua, alcohol y glicerina dependen de la densidad que se le quiera dar al humo. A mayor cantidad de glicerina, la densidad del humo será mayor. Para realizar algunas visualizaciones ha sido necesario realizar una mezcla que proporcionará humo con una densidad similar a la del aire. Las proporciones de glicerina, alcohol y agua resultaron ser, aproximadamente, 44.4 %, 22.2 % y 33.4 %, respectivamente.

Para obtener una mezcla del aire con el humo lo más homogénea posible, se ha mezclado el aire seco con el humo del compresor en una urna perfectamente sellada de metacrilato. El procedimiento ha consistido en llenar la urna previamente con humo, y arrastrar dicho humo con la entrada de aire. La mezcla se ha ido produciendo en la urna, en los conductos que unen la urna con la entrada del quemador y en el recorrido por el interior del quemador hasta llegar a la salida.

Este procedimiento tiene como ventajas principales el bajo coste, la facilidad y rapidez de generación de una gran cantidad de humo. Sin embargo, tiene como inconveniente principal la variación de la densidad del humo producido. La mezcla no permanece constante durante la generación del humo, ya que el alcohol se evapora con una facilidad mucho mayor que los otros componentes. Esto hace que no sea sencillo controlar las condiciones de la mezcla. Además, tampoco se puede controlar fácilmente la temperatura de la mezcla mientras se produce el humo, ya que hay una temperatura mínima a partir de la cual se produce humo, pero al variar la temperatura del mismo, también varía su densidad.

Otra desventaja del uso de las máquinas de humo es que se detienen cuando alcanza una temperatura demasiado alta, produciendo tiempos de espera para su uso.

B. Burbujeador (Técnica *Mie Scattering*).

La herramienta denominada *burbujeador* es una máquina generadora de partículas líquidas con propiedades uniformes. Otra ventaja de la utilización de estas partículas es que no son tóxicas.

El generador de partículas, tal y como muestra la Figura 3.10, se compone de un recipiente cilíndrico cerrado, con un tubo de PVC en el interior⁵. Dicho tubo está cerrado

⁵Este burbujeador ha sido diseñado y construido en el laboratorio de Mecánica de Fluidos de la Universidad de Málaga.

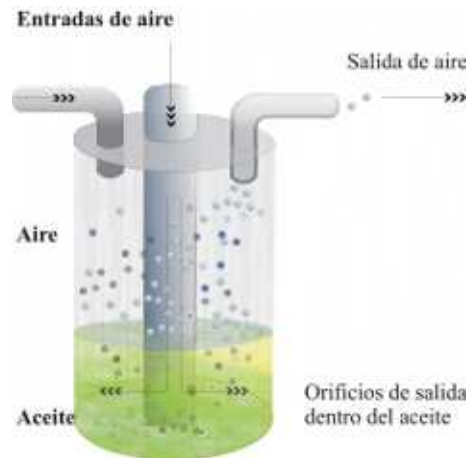


Figura 3.10: Detalle del burbujeador.

por la base salvo por un pequeño orificio. Se ha realizado un orificio de 0.5 mm de diámetro, el menor que ha sido técnicamente posible, que ha permitido obtener un flujo crítico para todo los rangos de gasto del coflujo.

El depósito tiene dos entradas de gas y una salida. Una de las entradas está conectada al tubo interior y la otra a la zona del depósito. Las entradas de gas tienen una válvula cada una, las que regularán los caudales que entra por el tubo de PVC y el que va directamente al depósito. Al regular estos caudales, se puede aumentar o reducir la concentración de partículas en el gas. Al cilindro se le introduce una cantidad de líquido hasta cubrir completamente el orificio. Las partículas se producen en base a este líquido. Tras probar varios líquidos, se ha utilizado aceite de oliva. Es necesario introducir el gas a una presión suficientemente alta para producir un flujo sónico en el orificio, en nuestro caso, ha sido suficiente con una diferencia de presión respecto a la salida superior a 0.5 bar. El flujo sónico produce pequeñas gotas, las cuales son arrastradas a la superficie por el caudal de aire, formando así una emulsión aire-aceite. El tamaño medio de las partículas dependerá, en general, del líquido utilizado.

Ya que el burbujeador ha sido realizado en nuestro laboratorio, ha sido necesario caracterizar el tamaño de las partículas que hemos utilizado para realizar las medidas. Para ello, se ha utilizado un analizador del tamaño de las partículas de modelo *Mastersizer 2000* de la casa *Malvern*. Esta herramienta tiene un rango de medidas entre 0.02 y 2000 μm , y es capaz de medir emulsiones, suspensiones y polvos secos. Con éste analizador de partículas se tiene una gran precisión y repetitividad, ya que el error máximo está en el 1%. El dispositivo está totalmente automatizado y se controla mediante un programa informático específico. *Mie Scattering* es el principio de funcionamiento, utilizando dos

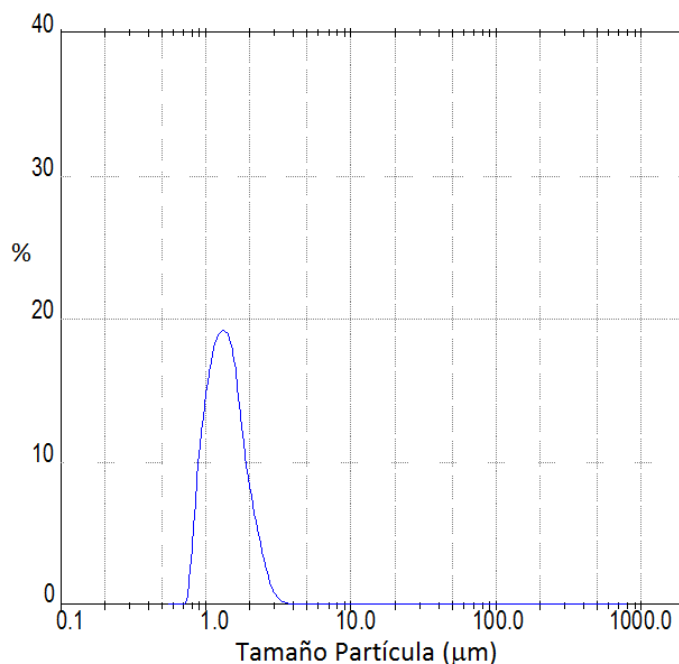


Figura 3.11: Distribución de tamaños de las partículas introducidas en la corriente de aire por el *burbujeador* cuando se utiliza aceite de oiva y aire.

láseres distintos⁶.

En la Figura 3.11 se muestra la distribución de los diámetros de las partículas producidas por el burbujeador, mostrando que la mayoría de las partículas varían entre 0.8 y 3 μm . Teniendo en cuenta que las partículas tienen unas características de densidad constantes, e invariable durante el proceso de creación y descarga, ya que no es necesario calentar el fluido para producirlas, se puede estimar la velocidad de sedimentación, que varía entre 0.007 y 1 mm/s. Esto representa entre un 0.076 % y 1.107 % de la velocidad característica W_c a la salida de la cámara de premezcla, haciendo que dichas partículas no sean intrusivas a los flujos estudiados.

A pesar de haber obtenido medidas y visualizaciones con éxito mediante el burbujeador de aceite vegetal, tienen el pequeño inconveniente de que es necesario realizar asiduamente una limpieza de la parte interna y externa del quemador, ya que las gotas de aceite tienden a adherirse a las superficies sólidas. Para su limpieza se utiliza aire a alta presión a través de los conductos del montaje experimental antes de realizar los ensayos.

⁶La medición del tamaño de las partículas se ha podido realizar gracias a la ayuda de la empresa *YFlow*, sita en el Parque Tecnológico de Andalucía, en la provincia de Málaga.

3.4. Magnitudes adimensionales.

Son tres los parámetros adimensionales que caracterizan los experimentos realizados en esta tesis: el número de Reynolds Re , el parámetro de giro S y la velocidad del coflujo W_O .

El número de Reynolds Re establece una relación entre las fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas:

$$Re = \frac{W_c d}{\nu}, \quad (3.1)$$

donde W_c es la velocidad característica, definida como la velocidad axial media a la salida del chorro, d es el diámetro de la sección de salida del chorro ($d/2 = 5.325$ mm) y ν es la viscosidad cinemática del gas utilizado.

El parámetro de giro S representa la relación entre la velocidad acimutal característica V y la velocidad axial característica a la salida del chorro,

$$S = \frac{V}{W_c}, \quad (3.2)$$

donde $V = \omega d/2$, siendo ω la velocidad angular de giro de la boquilla.

El tercer parámetro adimensional que se va a poder variar durante los experimentos es la *velocidad adimensional del coflujo*, ya denominado antes simplemente coflujo W_O . Relaciona la velocidad axial a la salida de la cámara del coflujo con la velocidad axial característica W_c ,

$$W_O = \frac{\widetilde{W}_O}{W_c}, \quad (3.3)$$

donde \widetilde{W}_O es la velocidad axial dimensional en la sección de salida de la cámara del coflujo.

3.5. Conclusiones.

En este capítulo se ha presentado el montaje experimental y analizado cada uno de los componentes, incluyendo su influencia sobre la estructura del flujo. Se han presentado las dimensiones de los distintos componentes, los mecanismos de control de flujo y giro, los elementos que permiten la rotación, además de la influencia que tiene cada uno de ellos sobre el flujo.

Se ha realizado un montaje experimental versátil, con los materiales adecuados para poder estudiar tanto flujos no reactivos como reactivos, y que permite realizar cambios en los tres parámetros deseados, caudal de entrada en la cámara de premezcla, velocidad

de giro de la cámara de premezcla y caudal del coflujo, de manera independiente. Igualmente admite la introducción de distintos tipos de gases por las cámaras de premezcla y coflujo. Otra ventaja del montaje es que posibilita la mezcla de dos gases en la cámara de premezcla, controlando la cantidad de entrada de cada uno de ellos de manera independiente. Finalmente, se han realizado con éxito las calibraciones de todos los dispositivos experimentales.

Capítulo 4

Simulación numérica del flujo en la geometría real del montaje experimental.

4.1. Introducción.

Antes de pasar a descubrir los resultados experimentales (capítulo 5) obtenidos con el montaje descrito en el capítulo anterior, se describen en este capítulo algunos resultados numéricos obtenidos con la geometría real del montaje. Estos resultados numéricos no son exhaustivos, en el sentido de que no cubren todos los valores Re , S y W_O ensayados experimentalmente, pero sirven, por un lado, para complementar los resultados numéricos descritos en el capítulo 2 en condiciones de flujo mucho más idealizadas y, por otro lado, para entender mejor los resultados experimentales que se describen en el próximo capítulo. En dicho capítulo se compararán y discutirán los resultados de las simulaciones numéricas obtenidos con los códigos que se describen en este capítulo con los resultados experimentales. Este capítulo se divide en dos bloques fundamentales, los procesos de modelado y mallado, y otro a la definición de las condiciones de contorno para las distintas simulaciones. El modelado y mallado de la geometría del montaje experimental se ha realizado mediante el programa *Gambit*[©], y la simulación numérica con el programa *Fluent*[©], ambos pertenecientes al paquete informático *Ansys*[©].

En los próximos apartados se muestran los mallados utilizados y la convergencia de malla para estudios tanto axilsimétricos, como tridimensionales. Además, se validan los resultados de las simulaciones axilsimétricas y tridimensionales con resultados experimentales para varios casos de estudio.

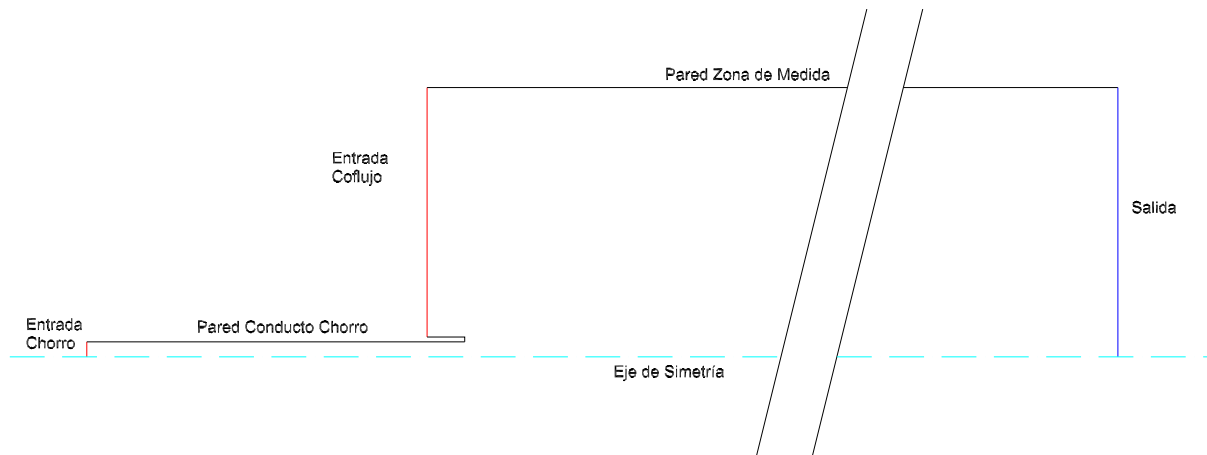


Figura 4.1: Geometría definitiva de la simulación numérica axilsimétrica, donde sobresale la boquilla de la entrada del chorro 11 *mm* respecto a la entrada del coflujo.

4.2. Variables adimensionales.

En el apartado 3.4 se definieron los parámetros adimensionales. El número de Reynolds es siempre inferior a 75 en los experimentos, y por tanto en las simulaciones numéricas. Debido a que el chorro se produce mediante un conducto de una longitud lo suficientemente grande, el perfil radial de la velocidad axial será de tipo parabólico, teniendo un valor de velocidad máximo en el eje de giro igual al doble respecto al perfil de velocidad uniforme, que es el caso que se analizó con las ecuaciones parabólicas en el capítulo 2. Pero el número de Reynolds es equivalente, pues allí se utilizó el radio de la boquilla en vez del diámetro utilizado en la ecuación (3.1). Esta velocidad W_c será utilizada como condición inicial a la entrada del tubo que gira. La longitud característica d es el diámetro interior del tubo por donde entra el chorro, y ν se define como la viscosidad cinemática del fluido que depende de la temperatura. No se especifica si la viscosidad del fluido es la del chorro o la del coflujo porque en ambos casos es la misma, ya que ambos fluidos son aire con las mismas condiciones térmicas en todas las simulaciones numéricas.

Las velocidades se adimensionalizarán, por tanto, con W_c , mientras que las longitudes con d .

4.3. Modelado y mallado de la geometría.

Los modelos geométricos utilizados en las simulaciones numéricas se han realizado con el programa *Gambit*[©], del paquete informático *Ansys*[©] 12.0. Como la geometría es muy

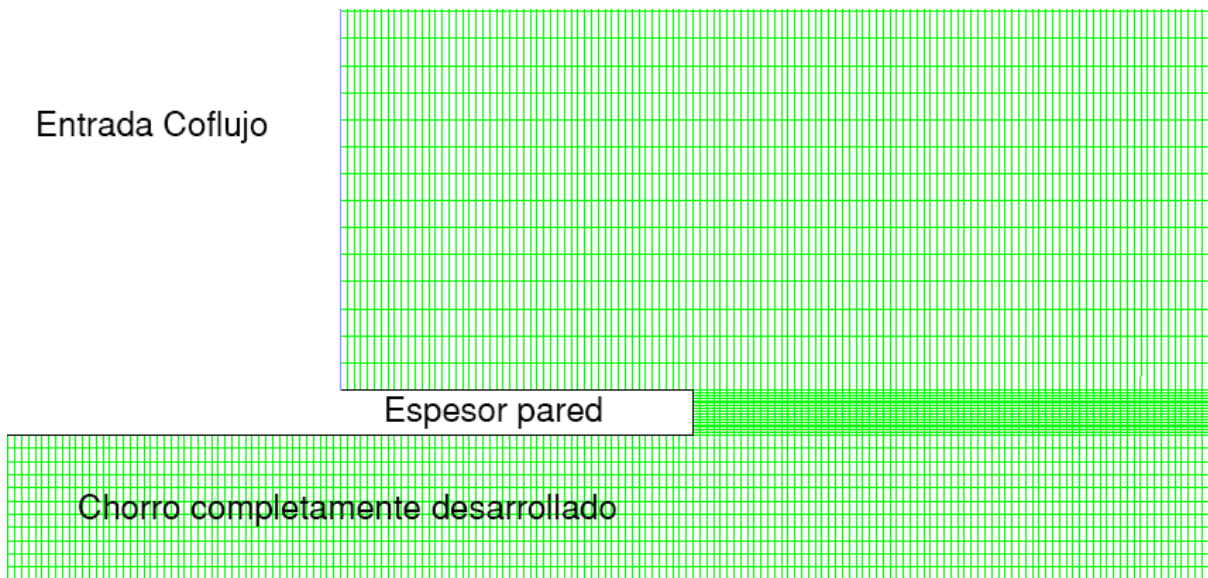


Figura 4.2: Detalle del mallado bidimensional en la zona del espesor de la pared del tubo.

sencilla, el programa *Gambit*[©] es apropiado para realizar este tipo de modelos y mallados, ya que su uso no es complicado y se tiene un gran control sobre la creación de la malla.

Ha sido necesario realizar una convergencia de malla tanto para el caso axilsimétrico como para el caso tridimensional, para obtener un compromiso entre precisión en los resultados y tiempo de cálculo. Este aspecto se detallará a continuación.

4.3.1. Modelo y mallado axilsimétrico.

El programa *Fluent*[©] resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes mediante volúmenes finitos. En todos los casos se ha empleado un modelo laminar, ya que los números de Reynolds son relativamente bajos. Las simulaciones se han efectuado en régimen estacionario, lo que permitirá comparar los resultados con los valores promedios obtenidos experimentalmente. El método de resolución de la ecuación de cantidad de movimiento se basa en un modelo de segundo orden que resuelve con la presión se ha utilizado el modelo “*Presto!*”, implementado especialmente para flujos con giro intenso. El criterio de convergencia se ha establecido en un valor de 10^{-5} para los residuales de las ecuaciones de conservación de la masa y la cantidad de movimiento en las tres direcciones. Se ha elegido un criterio de convergencia tan restrictivo debido a la presencia del giro en el conducto y a las bajas velocidades axiales en el eje para valores del parámetro de giro cercanos al crítico, cuando se produce la **RV**.

En primer lugar, por motivos de sencillez y velocidad en el cálculo computacional, se ha

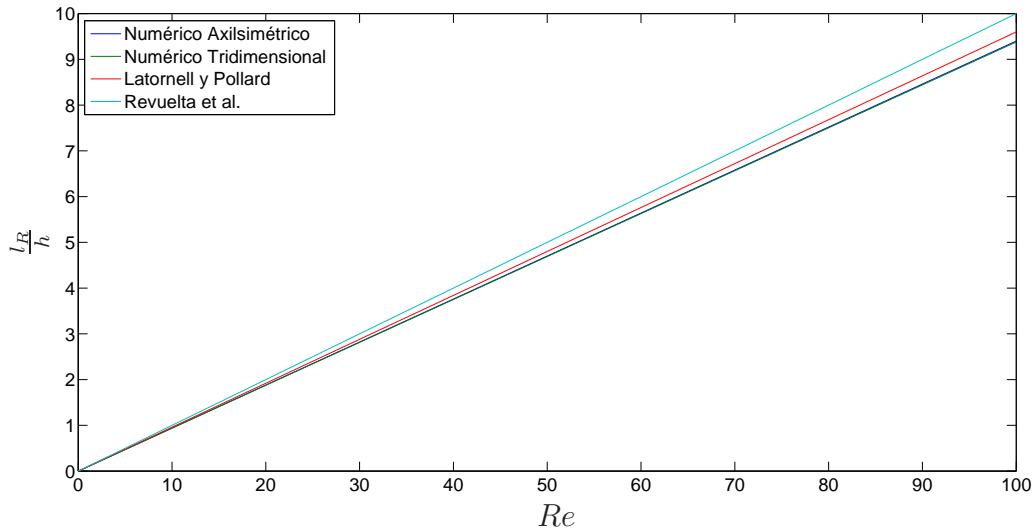


Figura 4.3: Recta de regresión de la longitud adimensional de la región de recirculación respecto al número de Reynolds, Re .

realizado la simulación numérica laminar y axilsimétrica de la geometría del experimento montado en el laboratorio. El modelo de la geometría, tal y como muestra la figura 4.1, se ha simplificado respecto a la geometría del experimento, ya que no se tienen en cuenta las toberas convergente (entrada del chorro) o convergente-divergente (entrada del coflujo). El diseño se ha realizado en el plano XY con simetría cilíndrica [equivalente al plano (r, z) del Capítulo 2]. El modelo utilizado para el mallado concentra un mayor número de nodos en aquellas zonas donde se producen los gradientes radiales y axiales más acusados. Así, en el mallado se distinguen una sección de entrada del chorro, una sección de entrada del coflujo y una sección de salida de la zona de medida. La sección de entrada del coflujo es paralela a la sección de entrada del chorro. El radio del conducto de entrada del chorro es constante e igual a 5.325 mm, idéntico al radio del tubo del experimento real. Por otro lado, el radio de la entrada del coflujo y de la zona de medida es constante e igual a 87.5 mm. Entre la zona de entrada del chorro y la zona de entrada del coflujo existe la pared del tubo del chorro, con un espesor de 1.2 mm. Esta descripción del mallado se representa en la figura 4.2, donde se muestra un boceto con los nodos del mallado idóneo empleado en este trabajo. En esta figura se realzan aquellas zonas con mayores gradientes de las magnitudes fluidas en las cuales se necesita una mayor precisión espacial.

En las dos secciones de entrada (chorro y coflujo) se impone como condición de contorno que la velocidad a la entrada (*velocity inlet*) sea constante; en la sección de salida se asigna la condición de contorno de *outflow* = 1, para que la masa total de fluido que entra en la geometría salga por dicha sección, cumpliendo con la ley de conservación de

la masa. Las zonas que delimitan tanto el la sección de entrada del chorro como la de entrada del coflujo y la zona de medida se consideran paredes sólidas (*no slip*). Es necesario imponer la condición de contorno de eje (*Axis*) al eje de simetría del diseño. El eje de simetría coincide con el de abscisas de referencia del programa de diseño, que se considera como el eje de giro cuando se ejecuta el programa *Fluent* en modo axilsimétrico. A la pared del cilindro del chorro se le asigna la condición de contorno de pared no estática (*Moving Wall*) con la posibilidad de rotar (*Rotational*) sobre el eje de simetría.

Una primera validación del mallado axilsimétrico se ha realizado mediante la comparación de los resultados obtenidos para distintas mallas para números de Reynolds moderados en ausencia de coflujo. En particular, se ha utilizado la magnitud adimensional l_R/h para distintos valores del número de Reynolds, donde l_R representa la longitud de recirculación de una expansión brusca y

$$h = \frac{d_{cof} - d}{2}, \quad (4.1)$$

siendo d_{cof} el diámetro de la zona de la expansión y d el diámetro de la boquilla por donde descarga el chorro. Esta relación l_R/h ha sido estudiada tanto numérica como experimentalmente para el caso en el que la expansión brusca se realiza con una esquina viva (boquilla de longitud nula). La relación del parámetro l_R/h frente al número de Reynolds Re debe ser lineal, según vaticina el texto de Latornell y Pollard (1986), donde se expone que cuando un fluido confinado en régimen laminar atraviesa una expansión brusca con condiciones axilsimétricas, la recirculación que se produce en la zona de descarga es función únicamente del número de Reynolds. Estos autores obtuvieron, para una geometría con relación de aspecto de 1:2, una correlación lineal entre números de Reynolds y longitud adimensionalizada l_R/h cuya recta de regresión lineal tenía una pendiente de 0.096. Para la descarga en una expansión brusca con una relación de aspecto muy superior, como es nuestro caso, los estudios teóricos realizados por Revuelta, Sánchez y Liñán (2002a) predicen una pendiente de la recta de regresión de 0.1. La figura 4.3 muestra la comparación de la relación entre l_R/h y Re obtenida experimental y numéricamente por los autores citados con nuestros resultados numéricos, obtenidos tanto mediante el código axilsimétrico que ahora se describe como el tridimensional que se introduce en la sección siguiente. Se observa que los resultados axilsimétricos concuerdan muy bien con los tridimensionales y con los de Revuelta et al. (2002). También con los de la expansión brusca de relación 1:2, a pesar de la pequeña variación en la geometría debido a que parte de la boquilla sobresale respecto a la entrada del coflujo [ver la figura 4.2]. A la vista de estos resultados, el mallado se considera válido para el caso de estudio.

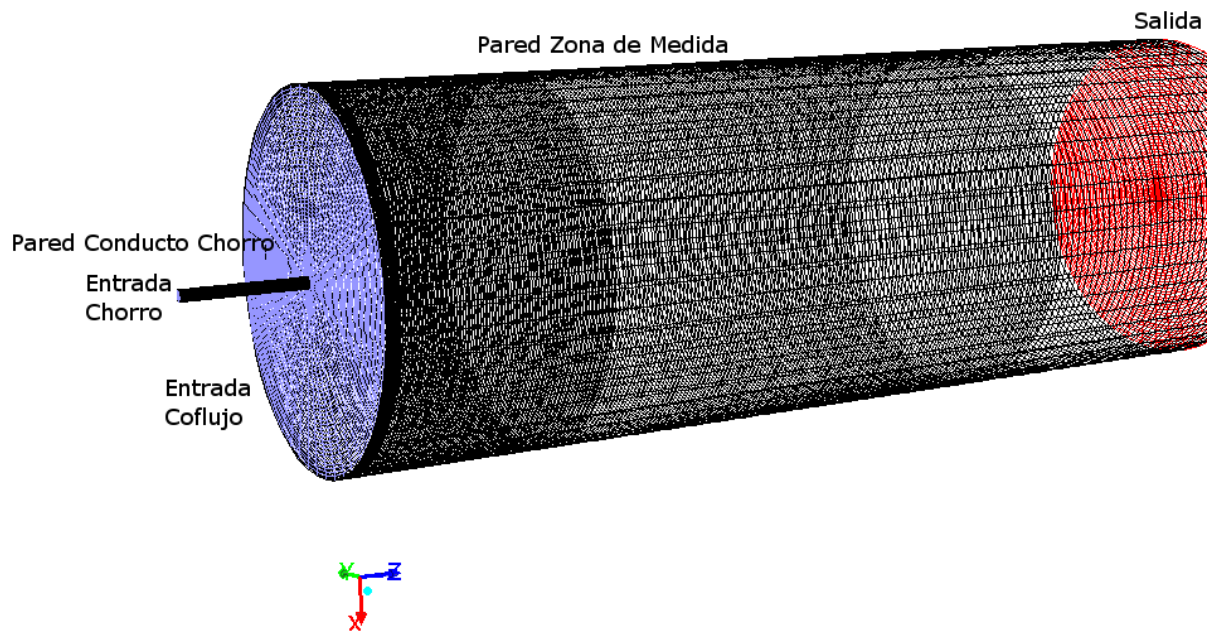


Figura 4.4: Mallado del modelo tridimensional.

4.3.2. Mallado tridimensional.

Para comprobar si existen efectos tridimensionales apreciables, además de las simulaciones numéricas axilsimétricas se ha realizado también simulaciones tridimensionales mediante el código descrito a continuación¹. El modelo consta de dos cilindros equiaxiales, por cuyas bases entran el chorro y el coflujo, respectivamente (ver figura 4.4). Las condiciones de contorno mediante *Fluent* son las siguientes: ambas superficies de entrada con condición de contorno velocidad de entrada (*velocity inlet*), la salida con condición salida del flujo (*Outflow*), la pared del tubo de entrada del chorro con condición de *Moving Wall*, y la pared de la zona de mezcla con condición de pared (*Wall*).

La validación del modelo tridimensional ha sido realizada mediante la comparación para el caso sin giro de los resultados de los modelos axilsimétrico y tridimensional y los resultados experimentales. Para ello se ha elegido la evolución de la velocidad axial en el eje de giro, que se muestra en la figura 4.5. Se han realizado tres mallados tridimensionales distintos, cuyos datos se resumen en la siguiente tabla:

¹Según el estudio realizado por Sanmiguel-Rojas et al. (2008), no se esperan efectos tridimensionales para la descarga mediante una expansión brusca de chorros con giro intenso en un ambiente sin coflujo para $Re \leq 98$.

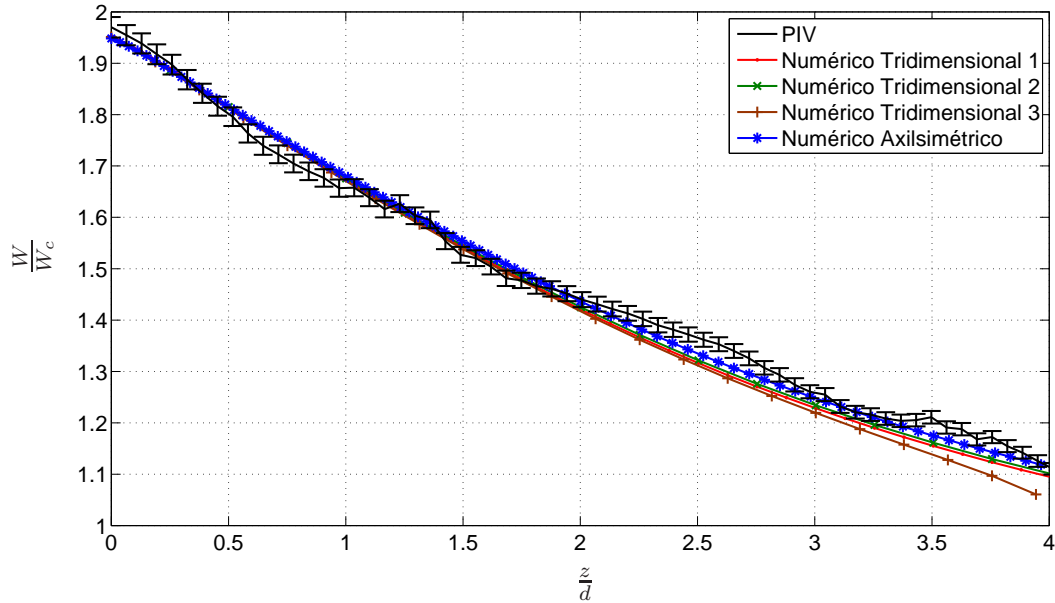


Figura 4.5: Comparación de la evolución axial en el eje de giro de la velocidad axial W/W_c de los resultados experimental, numérico axilsimétrico y numérico tridimensional, para el caso $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.54$ y $S = 0$.

N° nodos	Tiempo de cómputo (h)	Memoria (MB)
859668	10	160
1935516	16.5	378
549720	8.3	101

Cuadro 4.1: Datos de mallados tridimensionales.

En la geometría del tercer mallado se ha reducido la longitud de la zona de medida respecto a la geometría de los mallados tridimensionales 2 y 3, para poder aumentar la concentración de los nodos en la zona de la salida del chorro, abarcando la zona de cortadura. El modelo tridimensional 1 tiene una evolución axial en el eje de giro de la velocidad axial W , para el caso sin giro, similar al caso axilsimétrico, y con él se ha realizado la simulación tridimensional que se muestra en la figura 4.5. La figura 4.6 muestra los resultados obtenidos para el perfil radial de la velocidad axial cerca de la boquilla obtenidos con el mallado 3 y la comparación con los resultados axilsimétricos y con los experimentales (que se detallan más en el próximo capítulo). Estas comparaciones muestran los valores de la velocidad axial adimensional W/W_c en el caso sin giro, tanto para la evolución axial en el eje, como para la evolución radial cerca de la salida, para los casos axilsimétrico y tridimensionales, están dentro del rango del error de los valores experimentales. Con

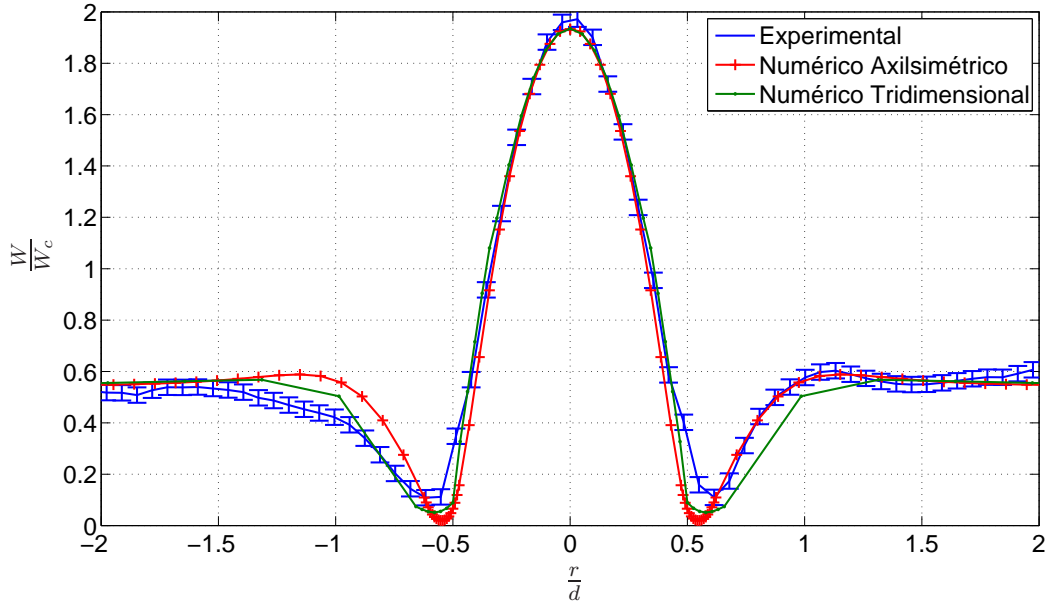


Figura 4.6: Comparación del perfil radial de W/W_c en $z/d = 0.0625$ para el caso $Re = 62 \pm 0.5 W_O = 0.54$ y $S = 0$.

esta primera y breve exposición de los datos, queda validado el mallado axilsimétrico y tridimensional, ya que recoge perfectamente los gradientes producidos en el plano (r, z) .

Al introducir giro, se verifica, de acuerdo con Sanmiguel-Rojas et al (2008) que tampoco existen efectos tridimensionales por el giro para los números de Reynolds considerados en la geometría descrita. Tras verificar que no aparecen efectos tridimensionales importantes en las simulaciones numéricas para los números de Reynolds de nuestros casos de estudio, con y sin giro, por ahorro computacional se ha optado por prestar una mayor atención al estudio numérico axilsimétrico. Los resultados obtenidos y su discusión para los distintos casos de estudio se expondrán en el capítulo 5.

Como última comprobación del mallado utilizado, la figura 4.7 muestra la comparación de los perfiles radiales de la velocidad acimutal V obtenidos mediante la simulación numérica axilsimétrica y la experimentación para el caso $Re = 62 \pm 0.5 W_O = 0.54$ y $S = 0.83$. Se observa que, en ambos casos, la evolución radial de la velocidad acimutal se comporta prácticamente como un sólido rígido a la salida del chorro ($0 \leq r/d \leq 0.5$), y los valores de la velocidad acimutal obtenida con la simulación numérica y experimentalmente son muy similares. Al superar la pared interior del tubo, el valor de la velocidad acimutal sigue aumentando, ya que la pared exterior del tubo llega a suministrar giro al coflujo. Los perfiles radiales, tanto desde el punto de vista numérico como experimental, siguen este aumento en el valor de la velocidad acimutal, y también son similares en su

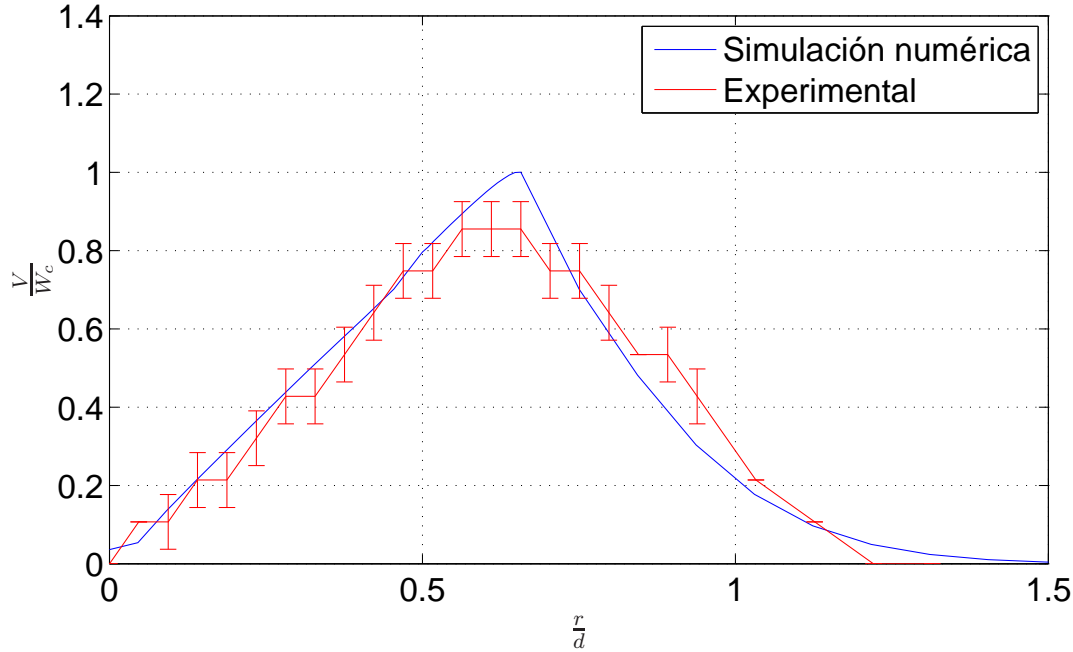


Figura 4.7: Comparación de la evolución radial en $z = 0$ de la velocidad acimutal V , para el caso $Re = 62 \pm 0.5$ $W_O = 0.54$ y $S = 0.83$.

decaimiento al alejarse de la pared exterior del tubo. Existe un mayor aumento de la velocidad acimutal en la zona de la pared de la boquilla desde el punto de vista numérico debido a que el flujo sigue adherido a la misma. Este efecto de borde de la pared de la boquilla es muy difícil de simular, pero, afortunadamente, es muy local y no afecta casi nada al resto del flujo.

Para finalizar, se ha de destacar que, al igual que el decaimiento radial, la simulación numérica también reproduce bastante bien el decaimiento axial de la velocidad acimutal. Esto se detallará en el siguiente capítulo.

4.4. Conclusiones.

En este capítulo se ha presentado y analizado brevemente cada uno de los modelos y mallados que se han utilizado para la simulación numérica detallada del flujo estudiado. Se ha realizado la comparación de los distintos mallados con los resultados experimentales sin giro, obteniendo unos resultados satisfactorios. Además se ha verificado la inexistencia de efectos tridimensionales relevantes, tanto para el caso sin giro como con giro. Por este motivo, se decidió optar por el mallado axilsimétrico para realizar un amplio estudio numérico que será presentado en el capítulo 5.

Capítulo 5

Resultados experimentales y numéricos.

5.1. Introducción.

En este capítulo se exponen los datos experimentales obtenidos con el montaje descrito en el capítulo 3 y se comparan con los resultados numéricos calculados con el código detallado en el capítulo 4. Se centrará en la descarga de un chorro de aire en una atmósfera de aire que se encuentra a la misma temperatura. Se tratará por tanto de caracterizar las estructuras tridimensionales de un flujo con giro no reactivo con y sin coflujo.

En relación a los ensayos experimentales, se han realizado medidas cualitativas y cuantitativas de los distintos casos de estudio. Dentro de las medidas cualitativas, se obtuvieron visualizaciones de los flujos, y respecto a las medidas cuantitativas se realizaron medidas mediante las técnicas *LDA* y *PIV* [véase, por ejemplo, Keane y Adrián, (1992) y Raffel *et al.*, (1998)].

Los casos de estudio con los que se ha realizado la comparación entre los resultados numéricos y experimentales, son para $Re \simeq 62$, y $Re \simeq 51$, para varios valores del parámetro de giro S entre cero (sin giro) y un valor máximo por encima del parámetro de giro crítico S_c , en el que se produce la rotura. Igualmente, se han ensayado distintas velocidades de entrada del coflujo para poder conocer su influencia con respecto al parámetro de giro crítico S_c .

5.2. Visualizaciones.

En este apartado se muestran algunas de las visualizaciones obtenidas para los distintos casos de estudio. Las visualizaciones proporcionan datos cualitativos de los procesos a

estudiar, siendo una herramienta útil para obtener una aproximación del parámetro de giro crítico S_c . Esto permite realizar una primera aproximación del fenómeno de rotura de vórtices, y así acotar el rango del parámetro de giro S para cada coflujo W_O sobre el que se realizan las medidas cuantitativas.

La figura 5.1 muestra la evolución de un chorro descargando en un ambiente con un cierto coflujo conforme se va aumentando el parámetro de giro. Para poder diferenciar con mayor facilidad la zona del chorro de la del coflujo, el chorro arrastra una mayor cantidad de partículas que el coflujo. El número de Reynolds y el coflujo son los mismos para todos los casos mostrados, $Re = 50.9 \pm 0.5$ y $W_O = 0.47$, variando tan solo el parámetro de giro.

En particular, en la figura 5.1 (a) se muestra una imagen de un caso de referencia sin giro ($S = 0$). Se observa que el chorro laminar es perfectamente axilsimétrico, y mantiene así su estructura para distancias axiales cercanas a la salida ($z \simeq 4D$). Debido al efecto del coflujo, tal y como se muestra más adelante, la velocidad radial del chorro es prácticamente nula (del orden del 3% de la velocidad axial). La figura 5.1 (b) es una visualización para un parámetro de giro bajo, exactamente $S = 1.02$. A partir de este valor del parámetro S , el efecto del giro se puede apreciar en el chorro debido al ensanchamiento en la zona de la salida. Esta expansión se produce por el aumento en la velocidad radial, que está íntimamente relacionada con la disminución de la velocidad axial producida por el giro. A pesar del aumento de la velocidad radial justo a la salida, este valor sigue siendo muy bajo respecto a la velocidad axial. Además, el coflujo favorece el desplazamiento axial, impidiendo que el chorro se desplace radialmente y concentrándolo cerca del eje. Por otro lado, al aumentar el giro hasta $S = 2.20$, figura 5.1 (c), la fuerza centrífuga generada por el giro del tubo produce la apertura del chorro en la zona de salida. Este parámetro de giro es inferior al de rotura. Si aumentamos el valor hasta $S = 3.12$, figura 5.1 (d), se observa la forma típica de rotura de vórtices que consiste en un punto de remanso en el eje con dos lóbulos próximos que indican la presencia de una zona de recirculación. A la vista de la figura 5.1 (d), uno puede inferir que la rotura de vórtices es prácticamente axilsimétrica. Las pequeñas asimetrías observadas en la figura 5.1 (d) aparecen porque es materialmente imposible alcanzar unas condiciones experimentales uniformes en la velocidad axial del coflujo en toda la sección anular. Este cambio en la estructura ya fue vaticinado numéricamente para un caso sin coflujo axial en Sanmiguel-Rojas et al. (2008). Otras visualizaciones para otras condiciones de Re y W_O confirman esta evolución cualitativa del flujo a medida que S crece.

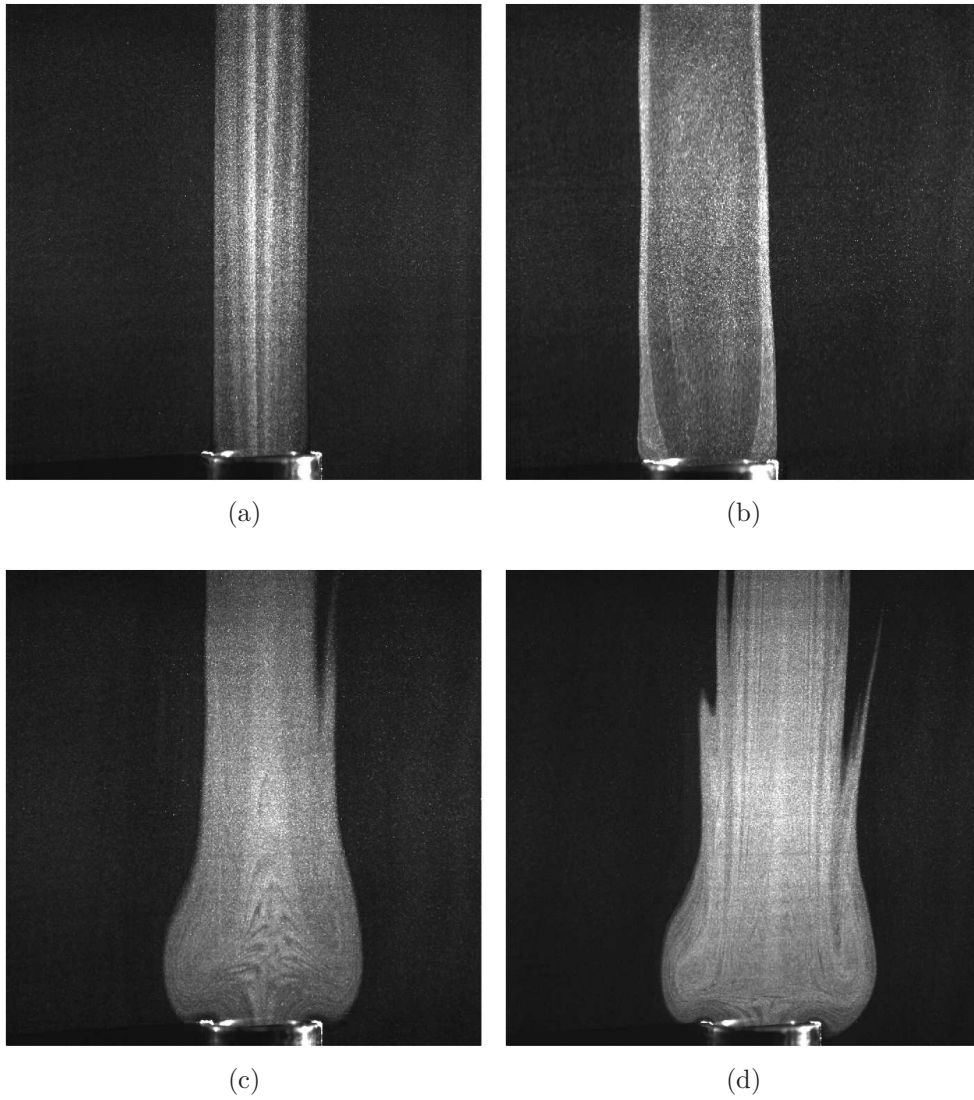


Figura 5.1: Visualizaciones del flujo en un plano que contiene al eje de giro para $Re = 50.9 \pm 0.5$, $W_O = 0.47$, en los casos $S = 0$ (a), $S = 1.02$ (b), $S = 2.20$ (c) y $S = 3.12$ (d).

5.3. Medidas cuantitativas.

Se han realizado un gran número de ensayos cuantitativos con el montaje experimental descrito en el capítulo 3. Como se ha dicho, las técnicas utilizadas para la toma de medidas cuantitativas han sido las técnicas *LDA* y *PIV*. Con el fin de profundizar en la estructura tridimensional del flujo con giro, las medidas de los perfiles radiales de la velocidad han sido realizadas con *LDA* en secciones a una distancia de la salida del chorro, dadas en términos de la coordenada axial adimensional,

$$z^* = \frac{z}{d}, \quad (5.1)$$

en el rango $0.135 \leq z^* \leq 0.3$.

Del mismo modo, se han obtenido medidas del campo de velocidades axial y radial con la técnica *PIV 2D*. La tercera componente (acimutal) del campo de velocidad se ha podido realizar medidas con la técnica *PIV* estereoscópica. Las medidas han sido realizadas en un plano meridional, es decir, aquél que contiene el eje de giro. El análisis de las imágenes adquiridas con el sistema de cámaras estereoscópico han sido analizadas tanto con el programa informático *Insight 3G* [2004], de la casa *TSI Inc.*, como con el programa *DPIVSoft*, desarrollado por el Dr. Patrice Munier (2003) y modificado por el Dr. Luis Parras (2011) para la configuración de estudio. La obtención de las imágenes para realizar el procesamiento y obtener los campos de velocidad bidimensional se han obtenido por dos métodos distintos, los cuales se explican más adelante.

5.3.1. Medida de los perfiles radiales de velocidad mediante *LDA*.

En esta sección se muestran algunas de las medidas realizadas con anemometría láser en una dimensión. Esta técnica no intrusiva consiste en la obtención de la velocidad en un punto, en una dirección concreta, mediante la reflexión de dos haces de luz láser que se cortan en el punto en cuestión por las partículas arrastradas por el flujo. Debido a la buena precisión de la técnica a bajas velocidades del flujo, se ha utilizado para verificar la calibración de los componentes que conforman el montaje experimental.

Actualmente, el laboratorio de Mecánica de Fluidos de la Universidad de Málaga cuenta con un equipo *LDA* del fabricante *Dantec Dynamics*. La configuración básica de este equipo consiste en un láser continuo, las ópticas emisoras, incluyendo lentes para poder focalizar el láser, y las ópticas receptoras con un fotodetector.

El diseño del experimento hace inviable que se pueda obtener una medida de la velocidad axial a distancias inferiores a $z^* = 0.135$ mediante la técnica *LDA*. Esta limitación se debe al ángulo producido por los dos haces de láser. Un ensayo experimental típico, consiste en la medida de las velocidades axial, radial y acimutal del chorro en distancias radiales desde $-d/2$ hasta $d/2$, aproximadamente, para una distancia axial determinada.

La figura 5.2 muestra los perfiles radiales de la velocidad axial y acimutal para $Re = 62 \pm 0.5$ (corresponde a un caudal de 0.5 ± 0.002 lN/min y una temperatura de $17.9 \pm 0.6^\circ\text{C}$), $W_O = 0.48$ y varios parámetros de giro, desde $S = 0$ hasta el parámetro de giro crítico $S = S_c \simeq 2.1$. El perfil radial de la velocidad axial a una distancia axial $z^* = 0.58$, figura 5.2 (a), muestra que el flujo se ha desarrollado completamente en el interior del cilindro, obteniéndose un perfil prácticamente parabólico a la salida del chorro. Además, se

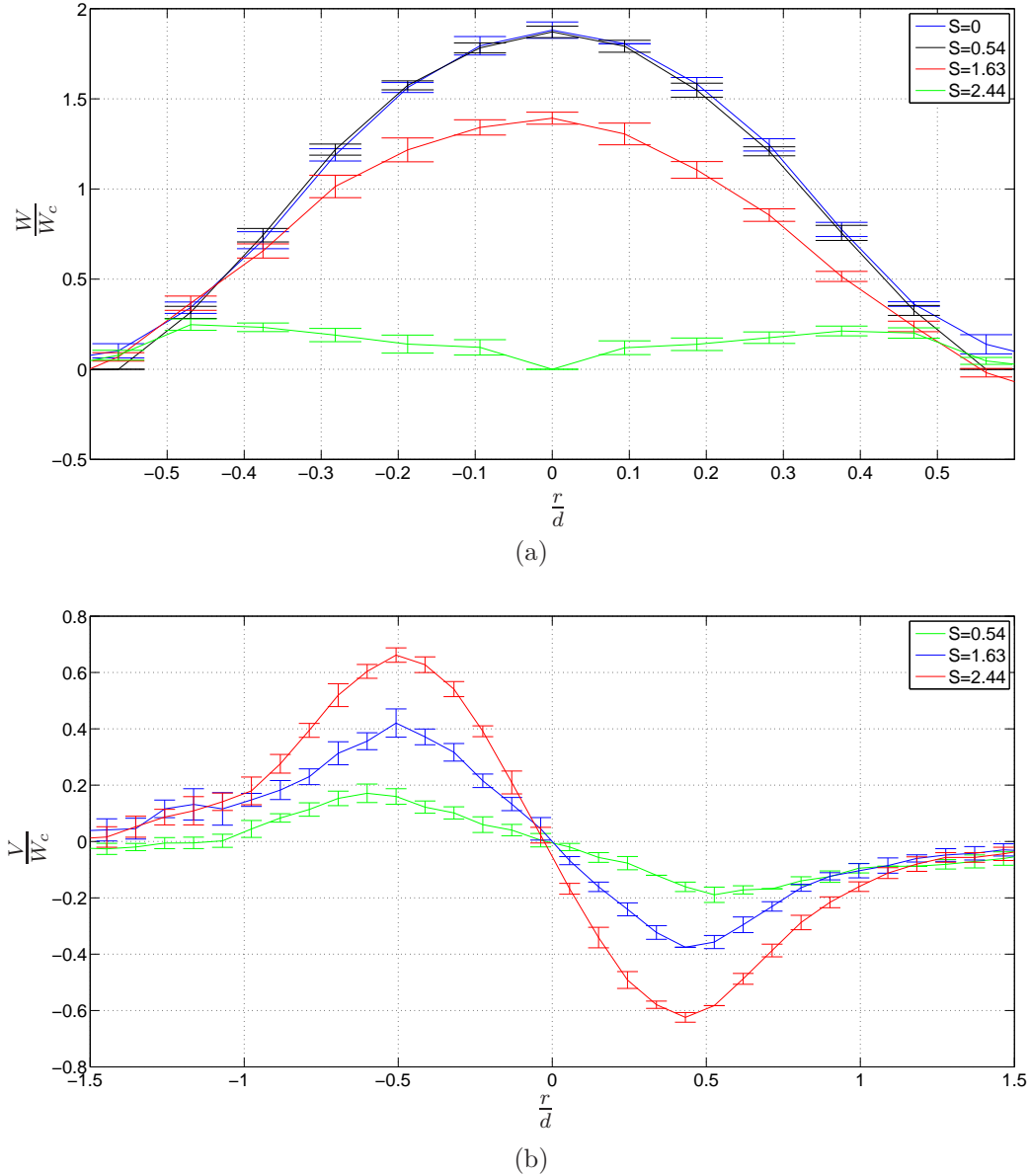


Figura 5.2: Perfiles radiales de la velocidad axial W/W_c (a) y acimutal V/W_c (b) para $Re = 62 \pm 0,5$, $W_O = 0.48$, y varios parámetros de giro, en $z^* = 0.58$.

verifica que el caudal suministrado por el caudalímetro másico es idéntico al solicitado¹. Al incrementar el parámetro de giro S , la depresión en el eje de giro aumenta, hasta alcanzar las condiciones críticas para el cual el valor de W es igual a cero. Este será, por consiguiente, el parámetro de giro crítico al cual se produce la rotura del vórtice. Por otro lado, los perfiles radiales de la velocidad acimutal para los mismos casos, excepto obviamente para $S = 0$, se muestran en 5.2 (b). Se observa la linealidad impuesta en

¹El funcionamiento del caudalímetro másico de marca Iberfluid, así como su calibración, ha sido explicado en el capítulo 3.

el tubo en la región cerca del eje de giro, donde se llega a una velocidad de giro como sólido rígido antes de que salga el chorro. La disminución del valor máximo de la velocidad acimutal se debe a la distancia axial de la zona de medida respecto a la salida del chorro.

5.3.2. Medida del campo de velocidad bidimensional mediante *PIV*.

En esta sección se muestran las medidas del campo bidimensional de velocidad obtenidas mediante la técnica *PIV*. Esta técnica de medida, al igual que el *LDA*, es no intrusiva y consiste en la obtención del campo de velocidad mediante la correlación de las posiciones de las partículas arrastradas por el flujo en dos imágenes separadas por un tiempo Δt suficientemente pequeño. Para ello es fundamental que las partículas tengan una densidad similar a la del fluido de trabajo. La adquisición de las imágenes se ha realizado en una sección axial que corta al eje de giro, de forma que la técnica *PIV* (2D) nos permite obtener tanto las velocidades axiales y radiales. Se han considerado “ventanas” de dos diámetros en la dirección radial, desde el eje de giro, y de hasta cuatro diámetros de longitud en la dirección axial.

En la actualidad, el laboratorio de Mecánica de Fluidos de la Universidad de Málaga dispone de un equipo *PIV* del fabricante *TSI Inc.* Dicho equipo consta de dos láseres pulsantes de 120 *mJ* y de longitud de onda 532 nm, dos cámaras *CCD* (*Charge – Coupled Device*) modelo *TSI PowerView Plus* de 4 Mp, a las cuales se les puede acoplar cualquier objetivo con el montaje estándar de la marca *Nikon*, y una tarjeta gráfica grabadora de imágenes (*framegrabber*) de alta velocidad. Estos elementos se controlan mediante un ordenador, con un programa específico denominado *Insight 3G*, el cual, a través de un sincronizador, activa tanto la señal de los láseres pulsantes como controla la apertura y cierre del objetivo de las cámaras. Todo ello se realiza variando el tiempo entre los pulsos de los láseres, Δt , la intensidad de ambos láseres, así como el instante y la duración de apertura del obturador de las cámaras. La variación de estos parámetros hace que se obtenga más o menos luz en cada una de las imágenes consecutivas. Otro parámetro importante es la frecuencia de disparo de los pares de pulsos del láser, *fshoot*, que indica la frecuencia a la que se adquieren las imágenes para cada medición temporal. El equipo tiene dicha frecuencia limitada a 7,5 Hz, tanto en la configuración bidimensional como en la estereofónica. Esa frecuencia no permite una alta resolución temporal. Para los casos analizados, este hecho no es significativo, ya que el flujo es perfectamente laminar y estacionario, por lo que el campo de velocidad medido en el plano (r, z) será el promedio del campo de velocidad instantáneo de cientos de imágenes (típicamente entre 200 y 600).

Además del equipo mencionado, se ha realizado la adquisición de imágenes mediante una cámara de alta velocidad, con el plano de medida iluminado mediante un láser verde continuo, con una longitud de onda de 532 nm. La cámara de alta velocidad es el modelo SA3 de la casa *Photron*, que permite una frecuencia de disparo de hasta 1.6×10^{-5} Hz, es decir, 60000 imágenes por segundo. En este estudio se han utilizado 1000 imágenes por segundo (0.001 Hz) obteniéndose una buena resolución temporal. El láser continuo, de la marca *Melles Griot*, tiene una potencia máxima de 2 W. La potencia del láser se puede variar mediante un programa informático específico, ya que se puede conectar al ordenador a través de un puerto RS232. Con este sistema, el tiempo entre las imágenes tomadas por la cámara de alta velocidad nos da el Δt necesario para poder calcular el campo de velocidad bidimensional. La diferencia principal de este sistema respecto al de la casa comercial *TSI* mencionado anteriormente es que la frecuencia de adquisición está limitada por la velocidad de adquisición de la cámara de alta velocidad, que a su vez está íntimamente ligada con la intensidad lumínica disponible, esto es, con la potencia máxima del láser continuo. En los experimentos típicos realizado mediante la técnica de *PIV* que se muestran a continuación se han verificado los resultados obtenidos con la simulación numérica para los casos de $Re = 50.9 \pm 0.5$ y $Re = 62 \pm 0.5$.

La técnica de *PIV* bidimensional ha permitido la obtención del parámetro de giro crítico S_c , a partir del cual aparece el fenómeno de la rotura de vórtices. La metodología llevada a cabo para la determinación del S_c ha sido la de seleccionar un valor de Re del chorro, caracterizado por la velocidad característica W_c , y variar el coflujo y la velocidad de giro. Para ello, se han realizado los experimentos con dos metodologías diferentes: o bien variando la velocidad de giro manteniendo W_O constante, obteniendo la dependencia de la rotura de vórtices con el giro para un W_O concreto, o bien se ha mantenido constante la velocidad de giro y se ha variado W_O , validando de este modo la influencia de W_O sobre la rotura de vórtices.

La figura 5.3 muestra los isocontornos de las velocidades tanto axial W como la radial U en el plano que contiene al eje de giro, para el caso $Re = 50.9 \pm 0,5$, $W_0 = 0.56$ y $S = 0$. Los isocontornos de la velocidad axial, incluyendo los vectores de velocidad radial, se muestra en la figura 5.3 (a). Un detalle se representa en la figura 5.3 (b), donde se observa el desarrollo de la velocidad axial en la zona cercana a la salida del chorro, en la que la velocidad radial del chorro es muy baja debido al efecto convectivo del coflujo. De esta forma, el flujo se desarrolla con una dirección paralela al eje de giro. Igualmente, los isocontornos de la velocidad radial U , con los vectores de velocidad axial [figura 5.3 (c)], muestran como el chorro justo a la salida tiene una velocidad radial baja en comparación con la velocidad radial del coflujo en la misma zona. Por tanto, el chorro no se expande

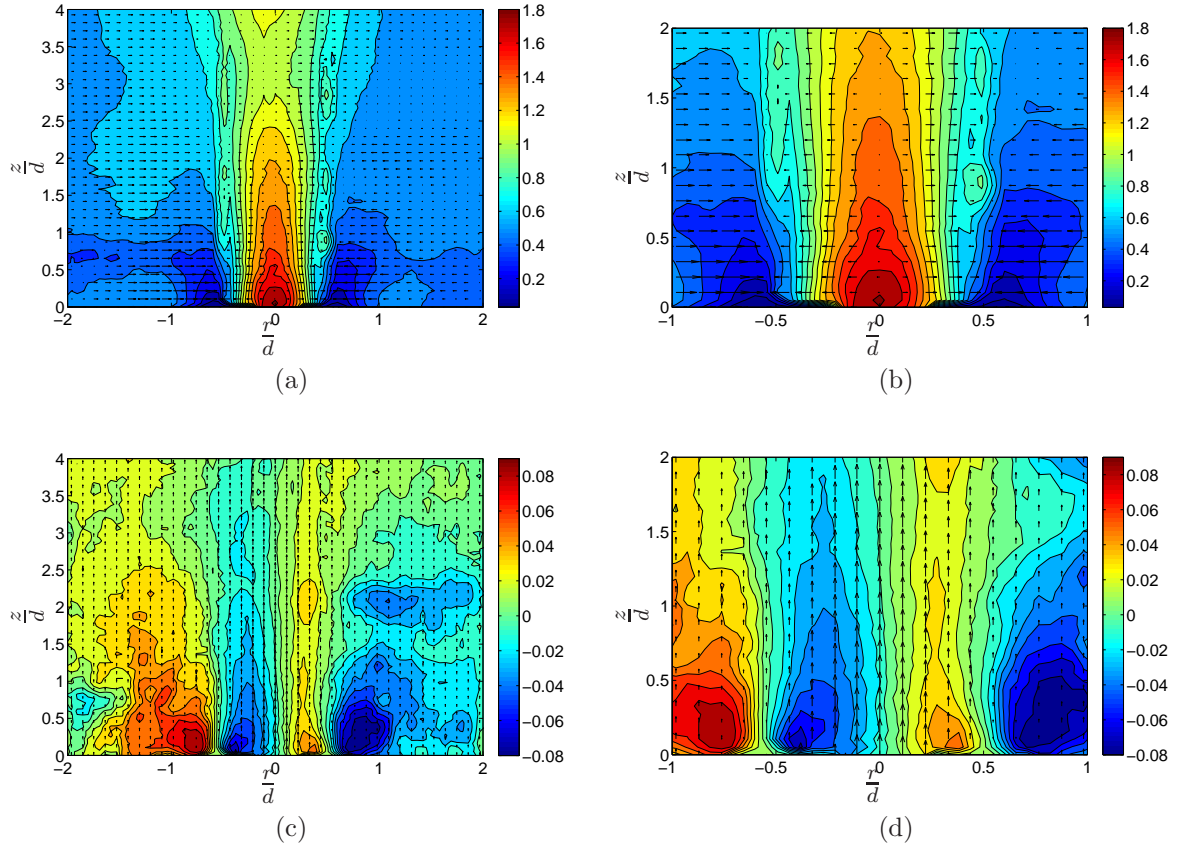


Figura 5.3: Isocontornos del campo de velocidad adimensional para $Re = 50.9 \pm 0.5$, $W_0 = 0.56$ y $S = 0$ de la velocidad axial W/W_c con vectores de velocidad radial (a) y de la velocidad radial U/W_c , con vectores de velocidad axial (c). Las figuras (b) y (d) son las mismas que (a) y (c), respectivamente, pero mostrando el detalle cerca de la salida del chorro.

en dicha zona, tal y como ocurre en el caso de coflujo cero².

La figura 5.4 muestra los isocontornos de la velocidad axial y radial para $Re = 50.9 \pm 0.5$, $W_0 = 0.56$ y $S = 0.81$. Como se ha comentado anteriormente al descubrir las visualizaciones (figura 5.1), al aumentar el giro se observa como el chorro se va ensanchando a la salida del conducto. Los isocontornos de la velocidad axial junto a los vectores de la velocidad radial 5.1 (a), muestran cómo la velocidad axial máxima a la salida se reduce levemente respecto al caso mostrado en la figura anterior para el caso sin giro ($S = 0$). El detalle de los isocontornos de la velocidad axial (b) y radial a la

²Según se ha descrito en el capítulo 3, el caso de la expansión brusca con coflujo cero ha sido objeto de estudio teórico y experimental por varios autores. Desde el punto de vista teórico se encuentra que la longitud teórica de recirculación $l_R/h = 0.1Re$, siendo $h = \frac{D-d}{2}$ [Latornell (1986)], D el diámetro de la zona de expansión y d el de la boquilla.

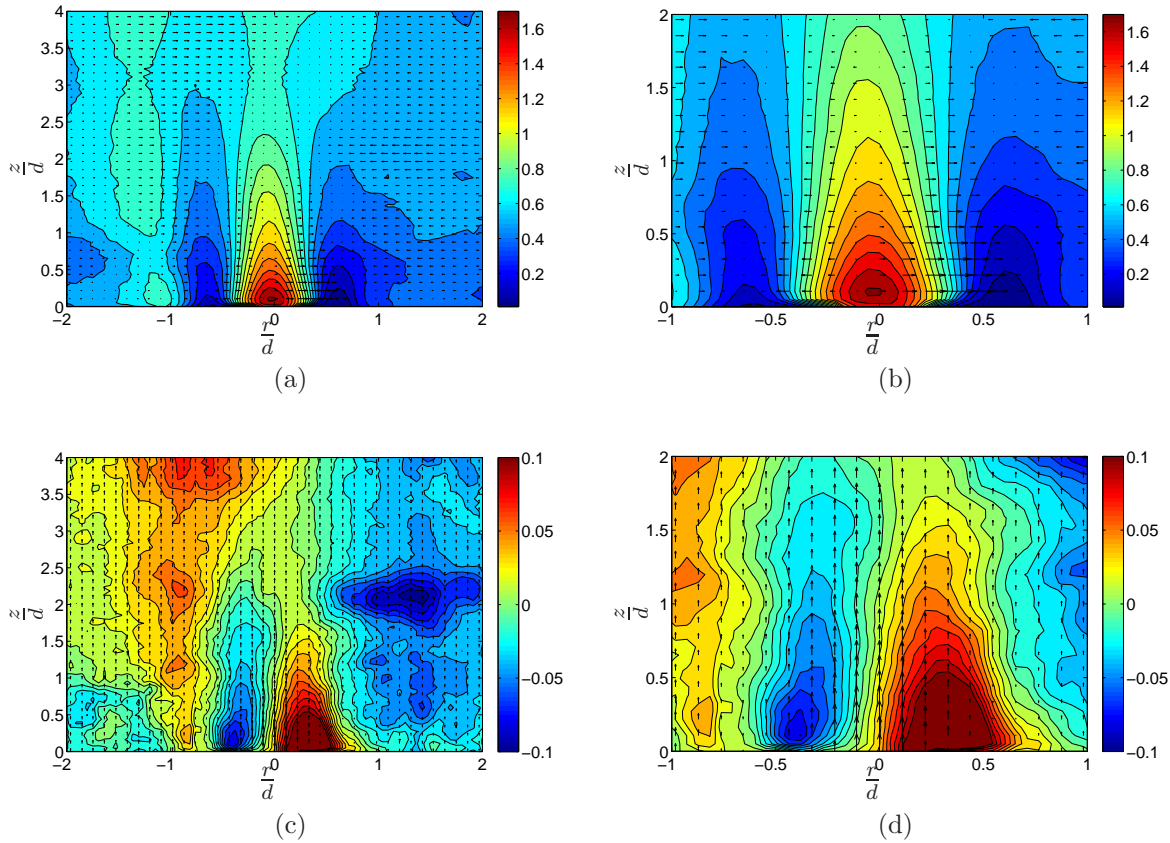


Figura 5.4: Isocontornos como en la figura 5.3 pero para el caso $S = 0.81$.

salida del chorro (d) muestran también que al incrementar la velocidad de giro del tubo, aumenta casi al doble la velocidad radial en la zona cercana a la salida debido a la fuerza centrífuga.

Conforme aumenta el parámetro de giro S , la velocidad axial máxima disminuye y la velocidad radial del chorro a la salida aumenta. La figura 5.5 muestra los isocontornos para la velocidad axial y radial en el plano que contiene al eje de giro para el caso $Re = 50.9 \pm 0.5$, $W_O = 0.56$ y $S = 1.22$. Mediante la representación de los isocontornos de la velocidad axial con los vectores de la velocidad radial en el plano que contiene al eje de giro, (a), se observa de nuevo una clara disminución de la velocidad axial en el eje, debida al aumento del giro, produciendo a su vez un incremento en la velocidad radial. Esto hace que el chorro se expanda, con lo que al aumentar la superficie que abarca el chorro para la sección producida por un plano (r, z) determinado, al mantenerse constante el caudal de entrada, produce una disminución significativa de la velocidad axial. Este efecto se aprecia con mayor facilidad en la figura 5.5 (b), donde se muestra el detalle de la velocidad a la salida del chorro. Se puede observar que el efecto sobre la velocidad axial es importante, ya que su valor máximo se reduce en casi un 20% con respecto al caso sin giro. El

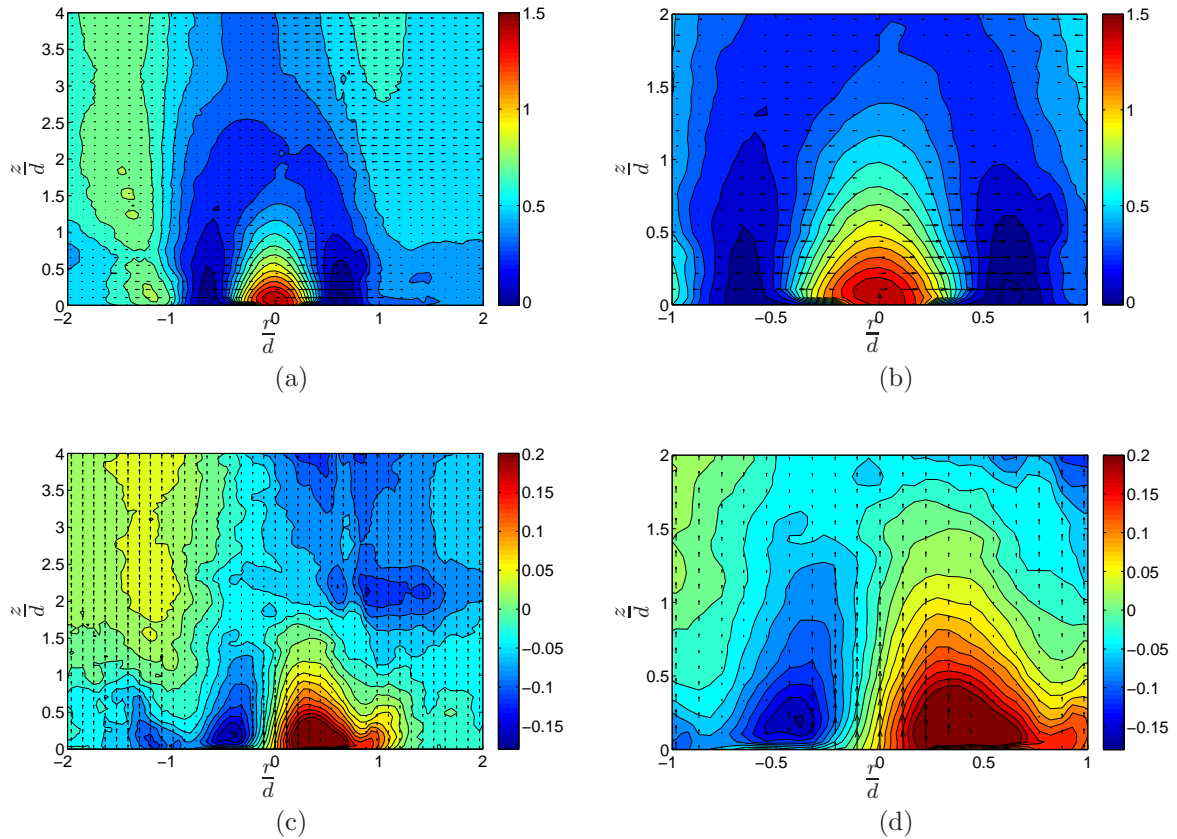


Figura 5.5: Isocontornos como en la figura 5.3 pero para el caso $S = 1.22$.

aumento de la velocidad radial del chorro a la salida se muestra en las figuras 5.5 (c) y (d), incrementando su valor por efecto del giro en un 300 % con respecto al caso $S = 0$.

En la figura 5.6 se pone de manifiesto que el máximo de la velocidad axial, en distancias cercanas a la salida del chorro, no se produce en el eje de giro, ni siquiera en el chorro, al aumentar el parámetro de giro hasta $S = 1.90$. El máximo de la velocidad axial ocurre a distancias superiores a un diámetro del eje de giro, con lo que la velocidad axial máxima ocurre en la zona del coflujo [figuras 5.6 (a, b)]. En la zona donde se expande el chorro [figuras 5.6 (c, d)], se observan dos recirculaciones debido a los fuertes gradientes adversos en la presión, apareciendo velocidades axiales negativas, pero aún fuera del eje del giro. Aún existiendo velocidad axial negativa, al estar fuera del eje de giro no se puede considerar como una rotura de vórtices.

El criterio para obtener el parámetro de giro crítico S_c es que la velocidad axial debe hacerse cero en algún punto del eje. La figura 5.7 representa el caso donde se obtiene el giro crítico, con una velocidad axial en el eje de giro igual a cero entre $z^* = 0.4$ y $z^* = 0.6$. Los isocontornos de la velocidad axial, junto a los vectores que simbolizan la velocidad radial, en el plano (r, z) que contiene el eje de giro, se representan, como en los

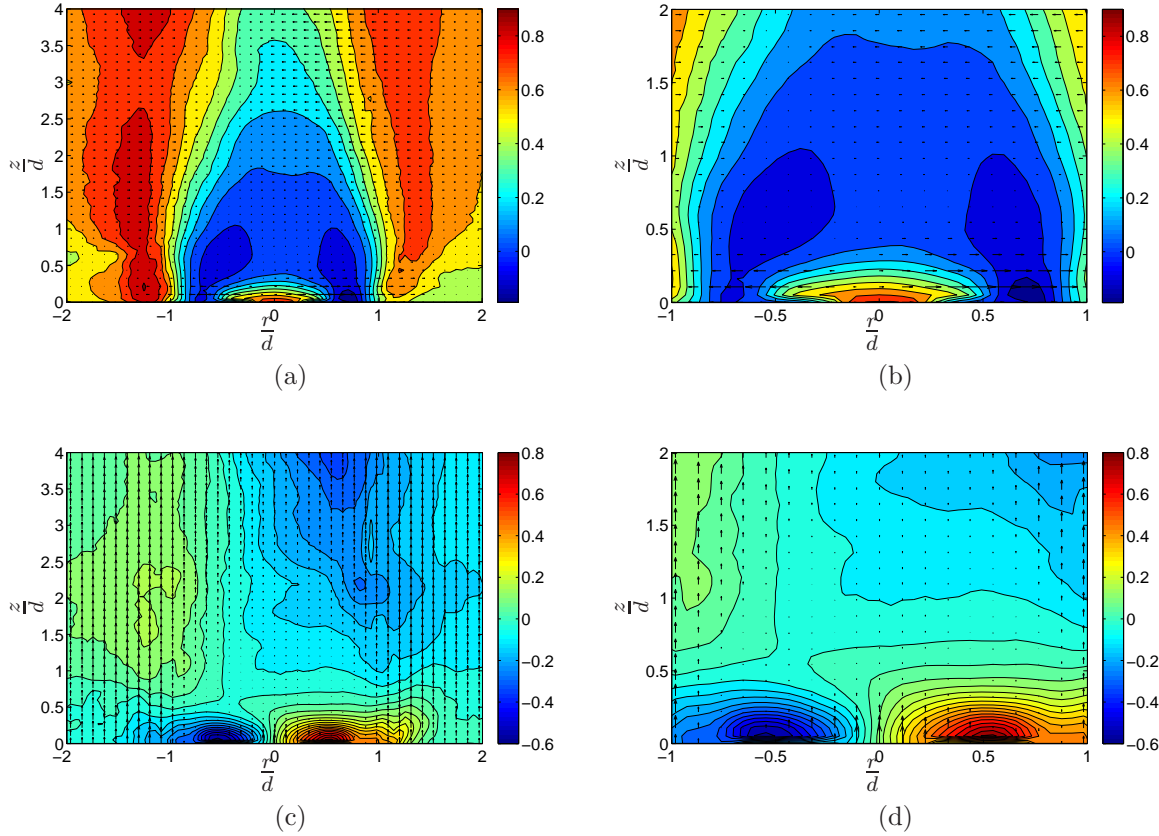


Figura 5.6: Isocontornos como en la figura 5.3 pero para el caso $S = 1.90$.

casos anteriores, en la figura 5.7 (a). Se observa una fuerte disminución de la velocidad axial en el eje de giro. De hecho, el valor del parámetro de giro $S = 2.28$ es realmente algo superior a S_c . Se observa también que la velocidad radial del chorro, debido a la fuerza centrífuga producida por el giro, ha aumentado respecto al caso sin giro en un 1000%. La figura 5.7 (b) muestra como la recirculación del chorro llega a expandirse radialmente hasta una distancia en torno a un diámetro. A pesar del fuerte aumento de la velocidad radial, en las figuras 5.7 (c) y 5.7 (d) se observa que esta tiene un descenso muy brusco a partir de una distancia axial $z^* = 0.4$. Este hecho se debe a la presencia de los dos lóbulos de recirculación, que fuerzan a que el flujo se confine de nuevo cerca del eje y, consecuentemente, hacen que la velocidad radial disminuya drásticamente. Se ha de destacar que la rotura es prácticamente axilsimétrica.

Una vez superado el valor del parámetro de giro crítico S_c , la burbuja de recirculación aumenta conforme se sigue aumentando el giro. La figura 5.8 muestra los isocontornos tanto de la velocidad axial como radial para el caso $S = 2.49$. En las figuras 5.8 (a) y (b) se observa una zona de velocidad negativa, entre las distancias axiales $z^* = 0.02$ y $z^* = 0.7$, producida por la depresión generada en el eje de giro. La velocidad radial del

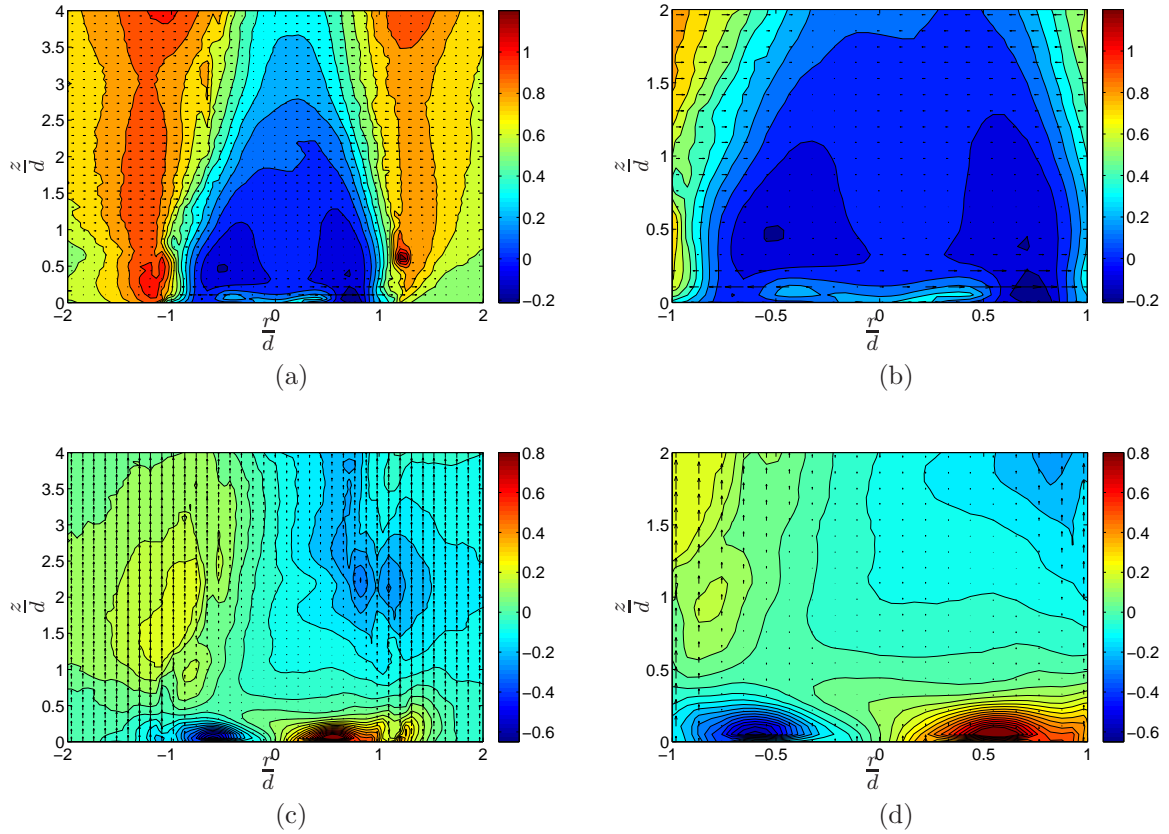


Figura 5.7: Isocontornos como en la figura 5.3 pero para el caso $S = 2.28$.

chorro tiene gran influencia desde $z^* = 0$ hasta $z^* = 0.2$, tal y como muestran las figuras 5.8 (c) y 5.8 (d). Esta reducción en la longitud axial de las regiones de recirculaciones respecto al caso donde se obtiene el giro crítico ($S_c \simeq 2.28$) es debida a que el punto de remanso más cercano a la salida del chorro se aproxima a la salida del tubo conforme se aumenta el giro. Al acercarse el punto de remanso a la salida del chorro, la depresión en el eje aumenta, y por tanto la velocidad axial se hace más negativa, lo que produce que la expansión radial del chorro sea mucho mayor.

5.3.3. Medidas del campo de velocidad tridimensional mediante *PIV Estéreo*.

La técnica de *PIV Estéreo*, permite obtener también la componente de la velocidad perpendicular al plano del láser. Para ello dispone de dos cámaras *CCD* colocadas a ambos lados del plano láser, en un ángulo superior a 90° respecto a dicho plano láser [ver figura 5.9]. El equipo empleado ha sido el mismo equipo de la casa *TSI* utilizado para la toma de datos del campo bidimensional, con la salvedad de haber introducido una

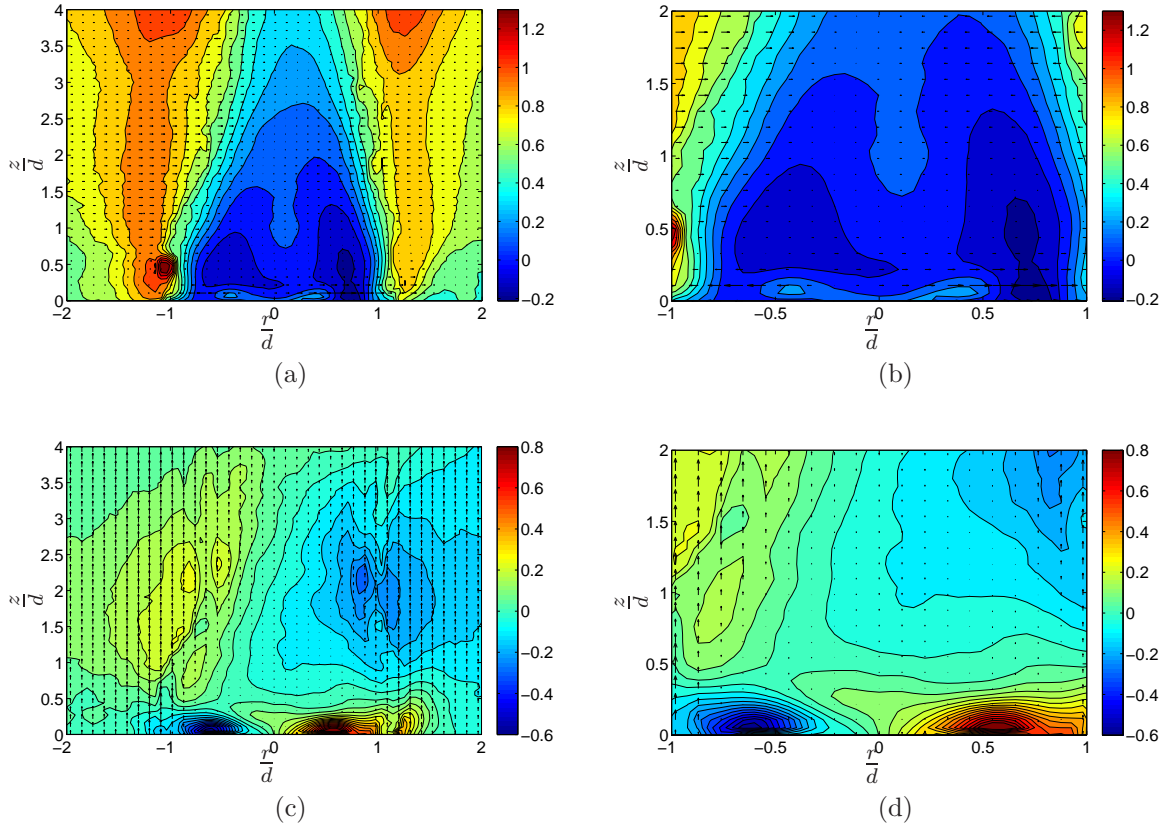


Figura 5.8: Isocontornos como en la figura 5.3 pero para el caso $S = 2.49$.

segunda cámara.

El procesamiento de datos mediante la técnica de *PIV Estéreo* es más complejo que el de la técnica de *PIV* bidimensional. El procesamiento de las imágenes adquiridas con las cámaras *CCD* se ha realizado, tal y como se ha comentado, usando por un lado el programa informático *Insight 3G*, comparándose los resultados con el procesamiento de las imágenes mediante el código de Matlab *DPIVSoft*. Inicialmente se verificó, para el caso sin giro, que el resultado de la velocidad acimutal fuese nula.

La figura 5.10 muestra los isocontornos de la velocidad axial, acimutal y radial adimensional es para $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.59$ y $S = 0.81$. Se observa, al igual que en los casos de parámetro de giro bajo analizados con la técnica *PIV* bidimensional, que los valores tanto para la velocidad axial como radial están dentro del mismo rango, con lo que se demuestra una alta repetitividad de los resultados, a pesar de la complejidad de la técnica experimental. Los isocontornos de la velocidad axial con los vectores de la velocidad radial se muestran en la figura 5.10 (a). La velocidad axial predomina sobre la radial, debido al efecto del coflujo sobre el chorro. En las inmediaciones de la salida del chorro, tal y como se observa en la figura 5.10 (b), el chorro se desarrolla prácticamente

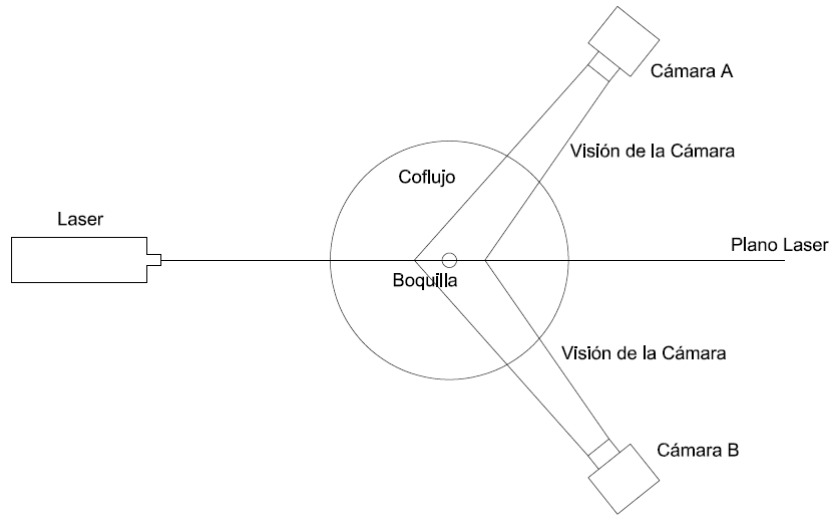


Figura 5.9: Esquema de la disposición de las cámaras y el láser en la técnica *PIV Estéreo*.

perpendicular al eje de giro. La figura 5.10 (c) muestra los isocontornos de la velocidad acimutal. Se observa que la velocidad acimutal decae axialmente más lentamente que la velocidad radial [5.10 (d)]. Por último, comentar que en la zona del flujo de cortadura (cerca de la salida de la boquilla) existe un aumento sustancial esperado de la velocidad radial.

5.4. Descripción de los resultados experimentales.

El objetivo de este apartado es explicar los resultados experimentales obtenidos con las técnicas descritas en el apartado anterior para todos los casos analizados.

En un primer momento, se optó por obtener los datos cuantitativos mediante la técnica *LDA*. Presentaba las desventajas, en comparación con la técnica *PIV* de la lentitud en la adquisición de datos y su baja precisión para parámetros de giro cercanos al parámetro de giro crítico S_c . A pesar de estas desventajas, la técnica *LDA* ha sido muy útil para realizar la calibración de los aparatos experimentales, permitiendo obtener con facilidad los perfiles radiales de la velocidad axial W y acimutal V con los que verificar la calibración de los caudalímetros másicos y del motor eléctrico, respectivamente.

En la figura 5.11 se muestran los perfiles radiales medidos mediante *PIV* bidimensional de las velocidades axial W y radial U adimensionales para distintos valores del parámetro de giro S , desde un valor nulo hasta un valor superior al giro crítico, para el caso de estudio $Re = 62 \pm 0.5$ y $W_O = 0.45$. Se observa en la figura 5.11 (a) cómo el perfil radial de la velocidad axial W a la salida ($z^* = 0$), para el caso sin giro $S = 0$, es perfectamente parabólico (del tipo Hagen-Poiseuille). En esta figura (y el resto del apartado) la velocidad

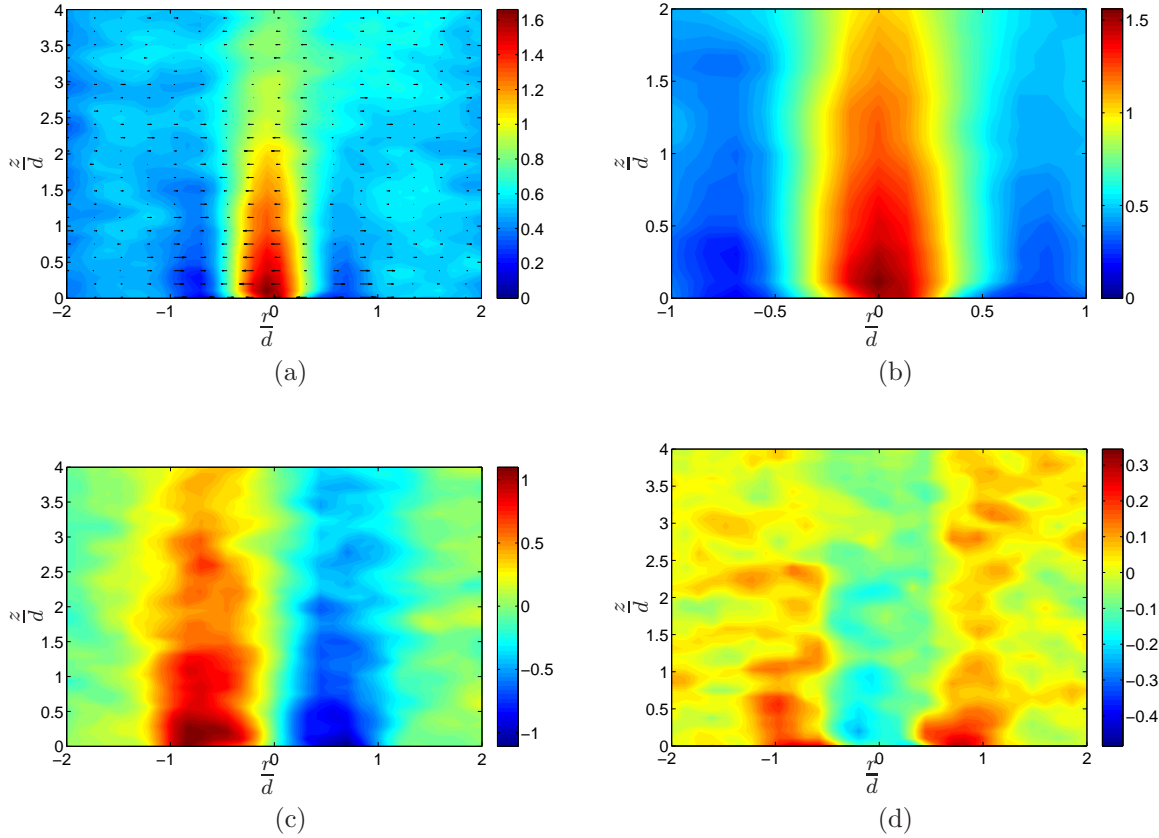


Figura 5.10: Isocontornos del campo de velocidad adimensional obtenido con la técnica *PIV Stereo*, para $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.56$ y $S = 0.81$. Velocidad axial W/W_c con vectores de velocidad radial U/W_c (a). Detalle cerca del eje (b). Velocidad acimutal V/W_c (c) y radial U/W_c (d).

y su error en cada punto viene dado por la media y la desviación típica de un total de 200 imágenes capturadas con *PIV*. En la misma figura se verifica que al aumentar el parámetro de giro, la velocidad axial máxima disminuye. Esta disminución de la velocidad axial va acompañada de un aumento en la velocidad radial U , manteniendo el gasto constante. Justo a la salida, para los valores del parámetro de giro analizados, existe en todo momento una velocidad axial positiva, no presentándose aparentemente, el fenómeno de la rotura de vórtices. Una vez que nos alejamos una distancia axial de $z^* = 0.37$, tal y como representa la figura 5.11 (b), se comprueba como para el parámetro de giro crítico, $S_c = 2.01$, se obtiene una velocidad axial negativa en el eje. De esta forma, la fuerte depresión originada por el giro crítico no se observa justamente a la salida ($z^* = 0$), sino que lo hace a una distancia pequeña de la misma ($z^* = 0.37$). Por tanto, la rotura de vórtices aparece muy cerca de la salida, pero no en la coordenada axial que coincide con el final de la boquilla.

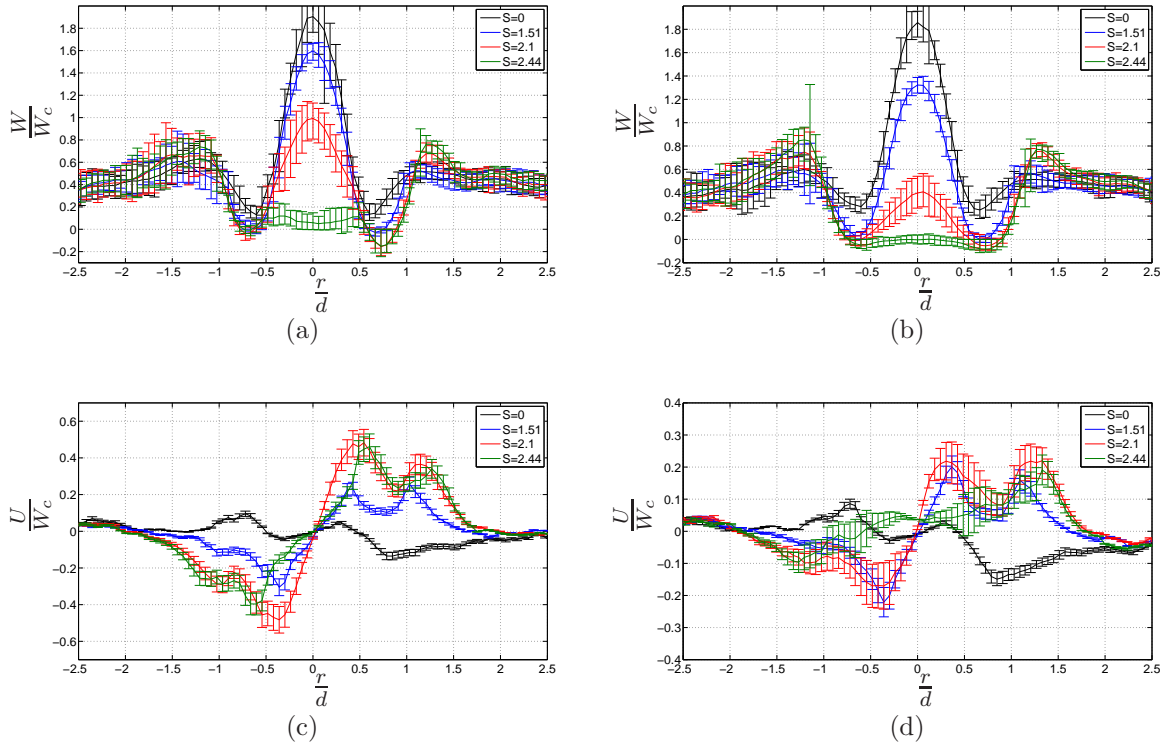


Figura 5.11: Perfiles radiales de W/W_c a la salida ($z^* = 0$) (a), W/W_c en $z^* = 0.37$ (b), U/W_c a la salida (c) y U/W_c en $z^* = 0.37$ (d), para el caso $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.45$ y S variando desde 0 hasta 2.44. Todos han sido obtenidos con la técnica *PIV* bidimensional.

Por otro lado, los perfiles radiales de la velocidad radial U a la salida vienen representados en la figura 5.11 (c). Para el caso sin giro, tal y como muestran los isocontornos de esta velocidad discutidos anteriormente, los valores son casi nulos debido al efecto del coflujo. Conforme se aumenta el parámetro de giro, la velocidad radial aumenta, hasta alcanzar un máximo cerca del valor crítico del parámetro de giro S_c . La velocidad radial tiene mayor importancia en la zona de la salida, donde existe un efecto de borde de la boquilla. Conforme nos alejamos axialmente, la velocidad radial disminuye considerablemente. La figura 5.11 (d) muestra los perfiles radiales de la velocidad radial U en la distancia axial $z^* = 0.37$, para el mismo caso que los perfiles radiales representados en la figura 5.11 (c). El hecho que la velocidad radial sea prácticamente nula en eje es una consecuencia de que la rotura se puede considerar axilsimétrica. Este factor se puede observar también en los perfiles radiales de la velocidad axial representados en las figuras 5.11 (a) y (b).

En la figura 5.12 se muestra la evolución de la velocidad axial en el eje para el caso $Re = 62 \pm 0.5$ y para distintos parámetros de giro, desde $S = 0$ hasta $S = 2.44$. En dichos perfiles se observa cómo afecta un cambio del parámetro de giro S en la evolución

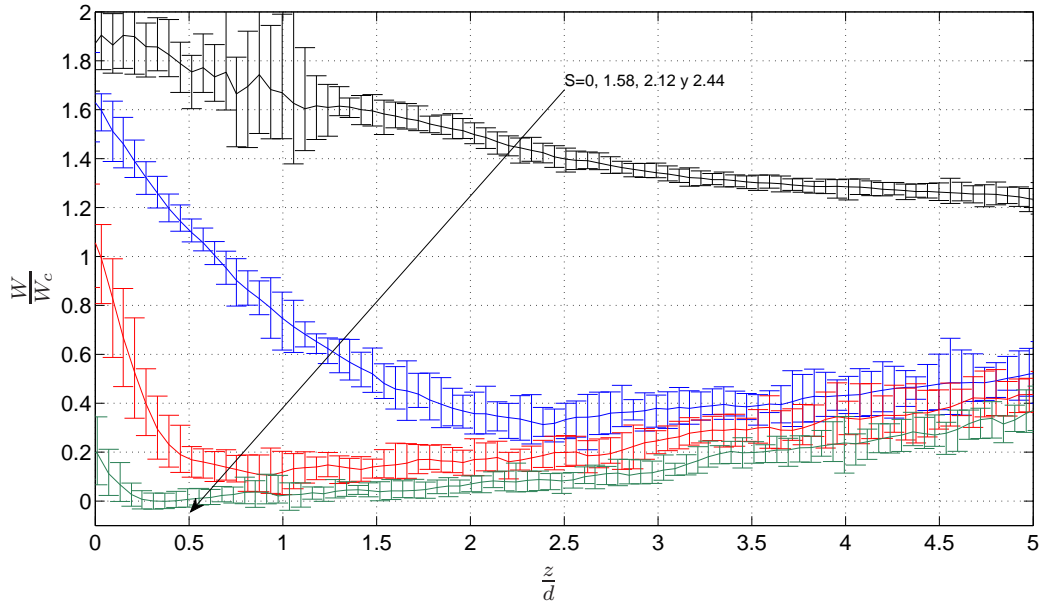


Figura 5.12: Evolución de la velocidad axial W/W_c en el eje de giro, para el caso $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.45$ y S variando de $S = 0, 1.58, 2.12$ y 2.44 .

espacial aguas abajo del chorro de la velocidad axial. Así, conforme aumenta el parámetro de giro, la velocidad axial a lo largo del eje decae más rápidamente, hasta alcanzar el parámetro de giro crítico S_c . Para este valor del parámetro, el gradiente de presión es tan alto que produce un punto de remanso (en torno a $z^* = 0.37$). Si se sigue aumentando el parámetro de giro, el punto de remanso se desplaza aguas arriba, acercándose a la salida de la boquilla y produciendo una burbuja de recirculación aguas abajo del punto de remanso. La burbuja de recirculación estará entonces delimitada por dos puntos de remanso (este hecho se mostrará más adelante). A partir del segundo punto de remanso, la velocidad axial se hace positiva y aumenta hasta alcanzar una velocidad final similar a la del coflujo.

La figura 5.13 muestra los perfiles radiales de la velocidad acimutal para distintos valores del parámetro de giro, desde $S < S_c$ hasta $S > S_c$. Debido al diseño del experimento, se observa que los perfiles radiales de la velocidad acimutal justo a la salida de la boquilla corresponden con el giro realizado como sólido rígido, evolucionando linealmente desde el eje de giro hasta la pared de la boquilla. Al alcanzar un valor del parámetro de giro cercano al crítico $S = S_c$ y a partir del mismo, la pendiente del perfil radial de la velocidad acimutal no se mantiene constante, debido a la aparición de las recirculaciones a ambos lados de la boquilla debido a la formación y posterior presencia de la **RV**.

Experimentalmente se ha observado una dependencia del parámetro de giro crítico

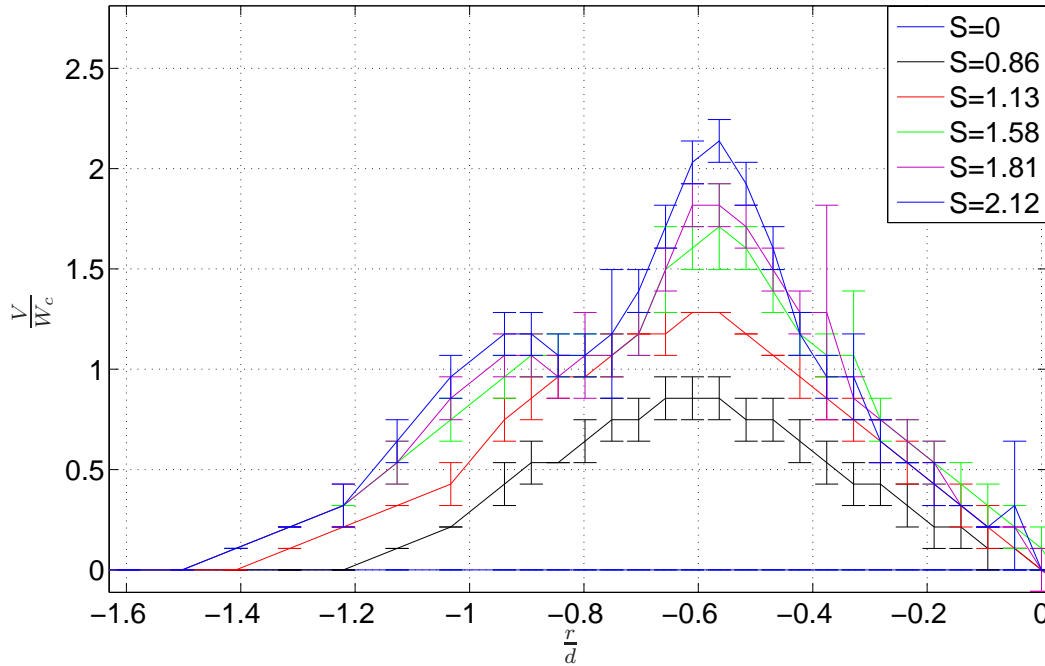


Figura 5.13: Evolución radial de la velocidad acimotal V/W_c en $z^* = 0 \pm 0.1$, para el caso $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.45$ y S variando de $S = 0, 1.13, 1.58, 1.81$ y 2.12 .

con el coflujo. Para caracterizar esta dependencia se han realizado una gran cantidad de medidas experimentales con los número de Reynolds $Re = 50.9 \pm 0.5$ y $Re = 62 \pm 0.5$.

En la figura 5.14 se representan en un plano (S, W_O) los valores donde se han realizado la toma de medidas experimentales para el caso $Re = 50.9 \pm 0.5$ mediante la técnica *PIV* (curvas) y visualizaciones (símbolos). En primer lugar, el coflujo se ha mantenido constante y se ha incrementado gradualmente el valor del parámetro de giro [figura 5.14 (a)]. Las cruces representan los ensayos realizados donde no se encuentra la rotura del vórtice (la velocidad axial en el eje es siempre positiva). Los triángulos muestran los ensayos realizados donde aparece una transición entre una rotura inestable (o transitoria) a una rotura estable. Las estrellas representan los puntos donde la rotura es completamente estable. La zona de transición se debe al error en la medida de la velocidad axial, consecuencia de la baja velocidad en el eje, cercana a cero. Se ha utilizado esta metodología para poder comprobar la influencia del parámetro de giro en la rotura de vórtices, con independencia del coflujo. Se ha observado una tendencia creciente del parámetro de giro crítico respecto al valor del coflujo. La curva con línea discontinua muestra los valores donde se ha localizado en una primera instancia la rotura de vórtices, a pesar de ser transitoria. La curva con trazo continuo muestra los valores a partir del cual la rotura de vórtices es

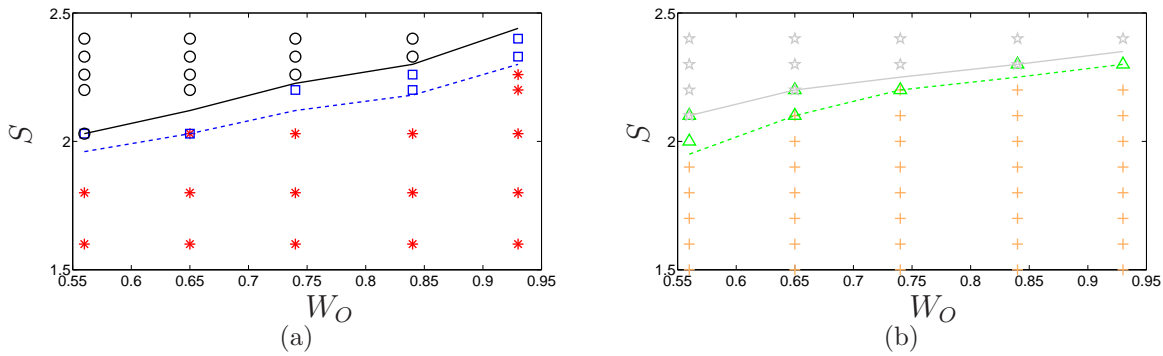


Figura 5.14: Evolución del parámetro de giro S_c respecto al coflujo W_O para $Re = 50.9 \pm 0.5$ variando el parámetro de giro S (a) y variando el coflujo W_O (b).

estacionaria. En segundo lugar, se han realizado ensayos en los que se ha incrementado el coflujo, manteniendo el parámetro de giro constante (b). La metodología seguida en esta segunda fase de ensayos se ha basado en valores cercanos a la rotura representados en la figura 5.14 (a). Los asteriscos representan los ensayos realizados donde no se muestra la rotura. Los cuadrados muestran los ensayos realizados donde aparece una transición entre una rotura inestable a una rotura estable. Los círculos representan los puntos donde la rotura es completamente estable. Se observa de nuevo que, para $W_O > 0.5$ existe una tendencia prácticamente lineal del parámetro de giro crítico S_c conforme se incrementa el coflujo.

En la figura 5.15 se representa una fusión de las figuras 5.14 (a) y (b), con los resultados experimentales obtenidos para $Re = 50.9 \pm 0.5$, en los casos de la variación independiente del parámetro de giro y del coflujo. Se observa que la tendencia es muy similar en ambos casos, y que la zona de transición entre la rotura estable e inestable es muy parecida. Estos resultados validan el experimento. Además, no se observaron fenómenos de histéresis, ya que se obtuvieron los mismos resultados al disminuir o incrementar los parámetros S y W_O . La tendencia lineal con pendiente positiva observada en este caso es contraria a la analizada en el capítulo 2 el caso de un flujo con altos números de Reynolds. Aunque esto se discutirá más adelante, claramente el número de Reynolds considerado es relativamente bajo para que sean válidos los resultados de la aproximación del capítulo 2, como por otra parte demuestran los campos de velocidad descritos más arriba.

La situación es diferente para el caso de $Re = 62 \pm 0.5$, representado en la figura 5.16, donde se observa la existencia de un valor mínimo del parámetro de giro para un coflujo aproximado de $W_O = 0.59$. Esto se detalla a continuación. La figura 5.16 (a) muestra la evolución del parámetro de giro S respecto al coflujo. En este caso, la metodología seguida para la toma de medidas es la misma a la realizada para la figura 5.14 (a). La

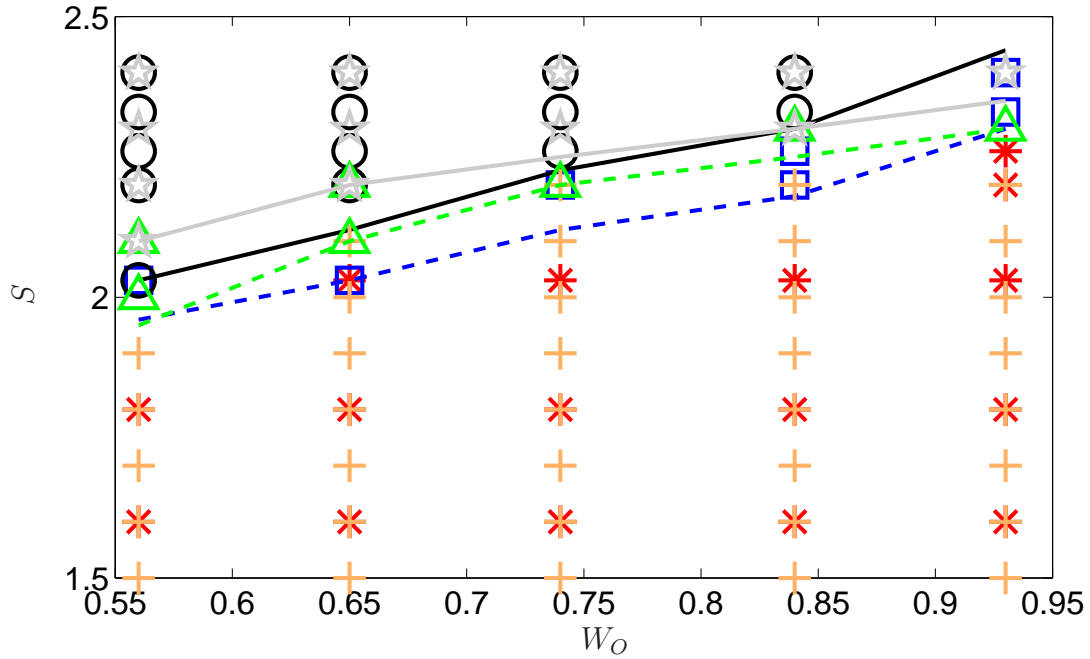


Figura 5.15: Comparación de la evolución del parámetro de giro S respecto al coflujo W_O , al variar los parámetros de giro y coflujo independientemente, para $Re = 50.9 \pm 0.5$.

curva inferior, con línea a trazos, representa los valores del parámetro de giro cuando la velocidad axial en el eje, medida con *PIV*, es inferior a cero. La curva superior, con línea continua, muestra los valores del parámetro de giro a partir de los cuales la rotura es estacionaria. Ambas curvas muestran una tendencia decreciente del parámetro de giro crítico, para valores del coflujo entre $W_O = 0.45$ y $W_O = 0.59$. Esta tendencia es similar a la mostrada en el capítulo 2, donde se consideró un flujo casi cilíndrico. Para $W_O > 0.59$ se observa un cambio de tendencia y el parámetro de giro crítico S_c crece con W_O . La figura 5.16 (b) muestra la evolución del parámetro de giro crítico S_c respecto a la variación giro, manteniendo el coflujo constante, para $Re = 62 \pm 0.5$. La curva inferior, con línea a trazos, muestra los valores del parámetro de giro donde comienza a existir rotura. La curva superior, con línea continua, representa los valores del parámetro de giro a partir de los cuales la rotura de vórtices permanece constante. Al igual que ocurre con la figura 5.16 (a), existe un cambio de pendiente de las curvas del parámetro de giro crítico. Una posible explicación de este cambio de tendencia es que los esfuerzos viscosos aumentan su importancia en el fenómeno por debajo de un cierto número de Reynolds Re . La combinación de las figuras 5.16 (a) y (b) se muestra en la figura 5.17. Nuevamente, existe una buena concordancia de resultados, independientemente de la variable que se cambie (S o W_O).

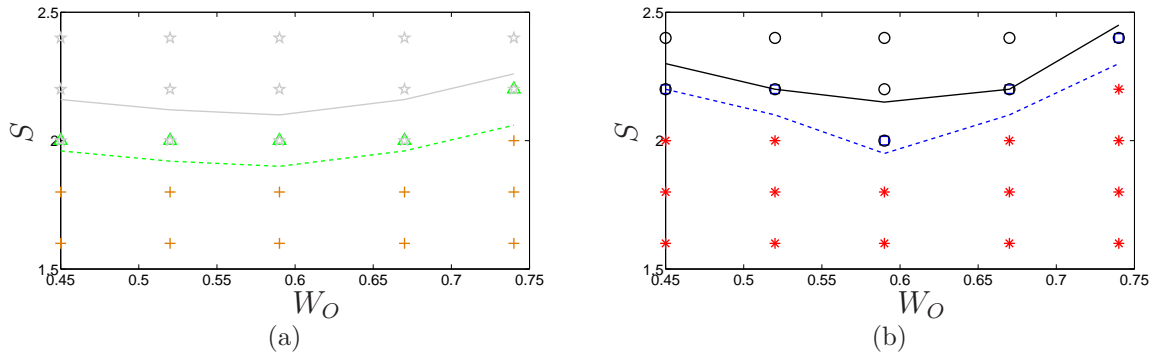


Figura 5.16: Evolución del parámetro de giro S como en la figura 5.14 para $Re = 62 \pm 0.5$.

La figura 5.18 muestra el valor medio de la curva del parámetro de giro crítico respecto al coflujo para $Re = 50.9 \pm 0.5$ y $Re = 62 \pm 0.5$. Se observa que existe un incremento del parámetro de giro crítico con el número de Reynolds. La curva ascendente a trazos representa la evolución del parámetro de giro crítico respecto al coflujo para $Re = 50.9 \pm 0.5$. La curva continua representa el parámetro de giro crítico respecto al coflujo para $Re = 62 \pm 0.5$. Se observa que, para valores crecientes del número de Reynolds, el valor del parámetro de giro crítico aumenta. Aunque existen limitaciones en nuestro experimento para ensayar un mayor rango de coflujos, se espera que para coflujos menores a 0.55 exista también un mínimo del S_c en el caso de $Re = 50.9$. A medida que aumenta Re así lo hará el valor de W_O para el cual S_c presenta un mínimo, de forma que, para valores grandes de Re , la tendencia predominante de $S_c(W_O)$ sea descendente, de acuerdo con los resultados del capítulo 2 para el límite formal $Re \gg 1$.

5.5. Comparación entre los resultados numéricos y los experimentales.

En esta sección se muestra una comparación realizada entre los resultados obtenidos mediante la simulación numérica y las medidas experimentales. Se han realizado dos tipos de comparaciones. Por un lado se ha comparado un caso específico, con número de Reynolds $Re = 62 \pm 0.5$ y coflujo $W_O = 0.45$. Por otro lado se ha realizado la comparación de el parámetro de giro crítico S_c respecto al coflujo, para los dos casos estudiados, $Re = 50.9 \pm 0.5$ y $Re = 62 \pm 0.5$.

En la figura 5.19 se muestra la comparación de los isocontornos de la velocidad axial W de la simulación numérica axilsimétrica (a la izquierda de la figura), con los datos

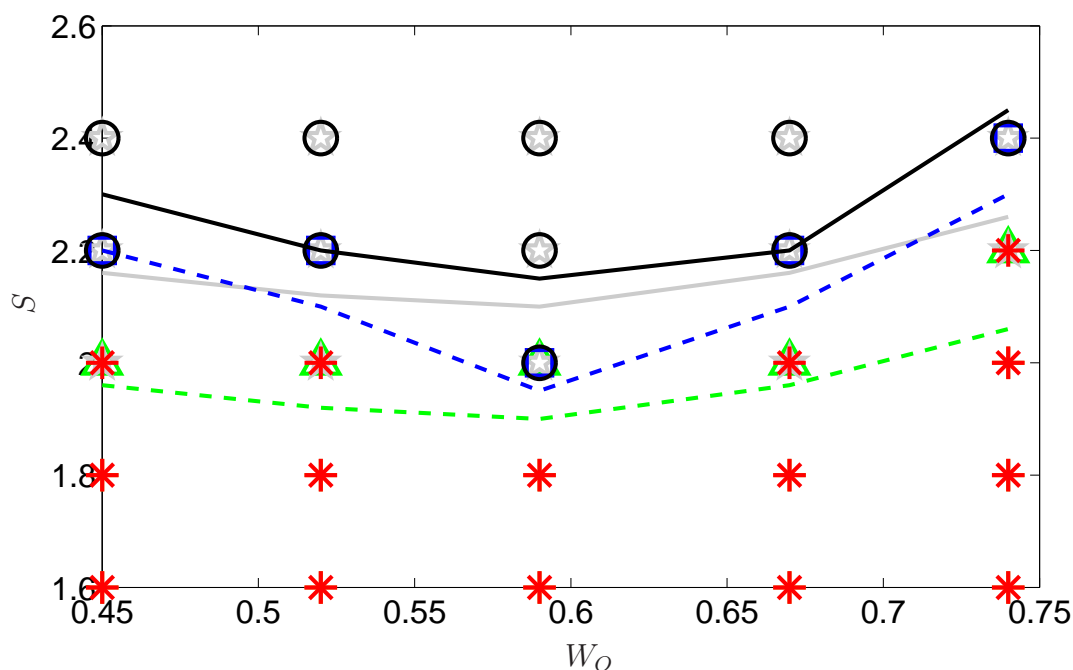


Figura 5.17: Comparación de la evolución del parámetro de giro S respecto al coflujo W_O , al variar los parámetros de giro y coflujo independientemente, para $Re = 62 \pm 0.5$.

experimentales obtenidos mediante la técnica *PIV* bidimensional (a la derecha de la figura), para el caso $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.56$ y sin giro. Se observa cómo en ambos casos la velocidad axial máxima ocurre a la salida de la boquilla. Tal y como se ha mostrado en la figura 5.2 (a), el perfil de la velocidad axial a la salida es prácticamente parabólico. El chorro se expande levemente y su velocidad disminuye de forma progresiva a lo largo del eje.

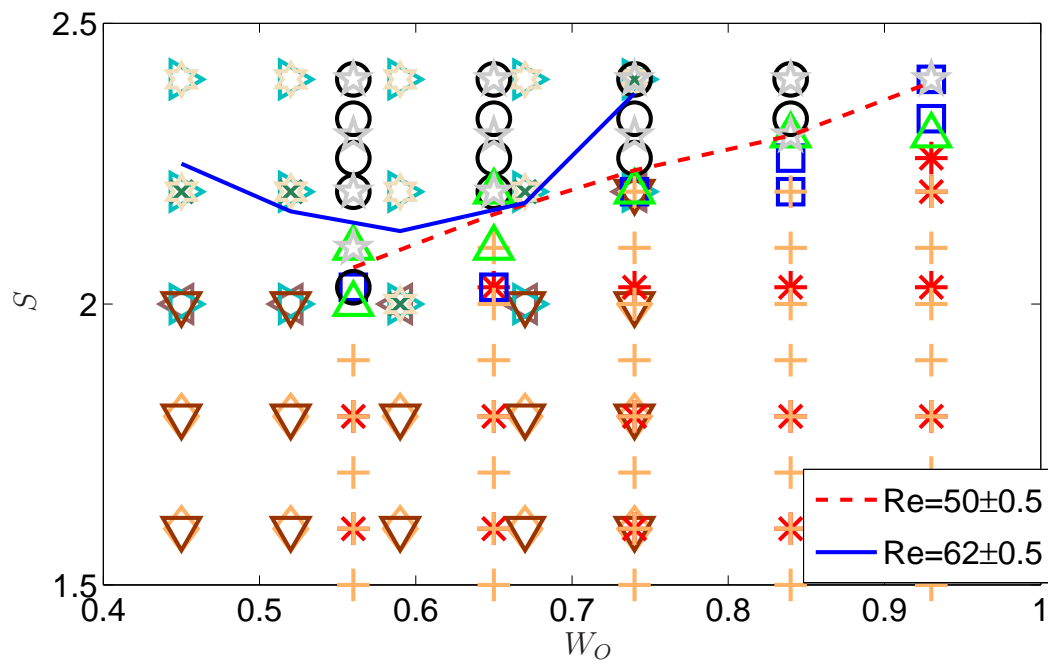


Figura 5.18: Comparación de la evolución del parámetro de giro S respecto al coflujo W_O para $Re = 50.9 \pm 0.5$ y $Re = 62 \pm 0.5$.

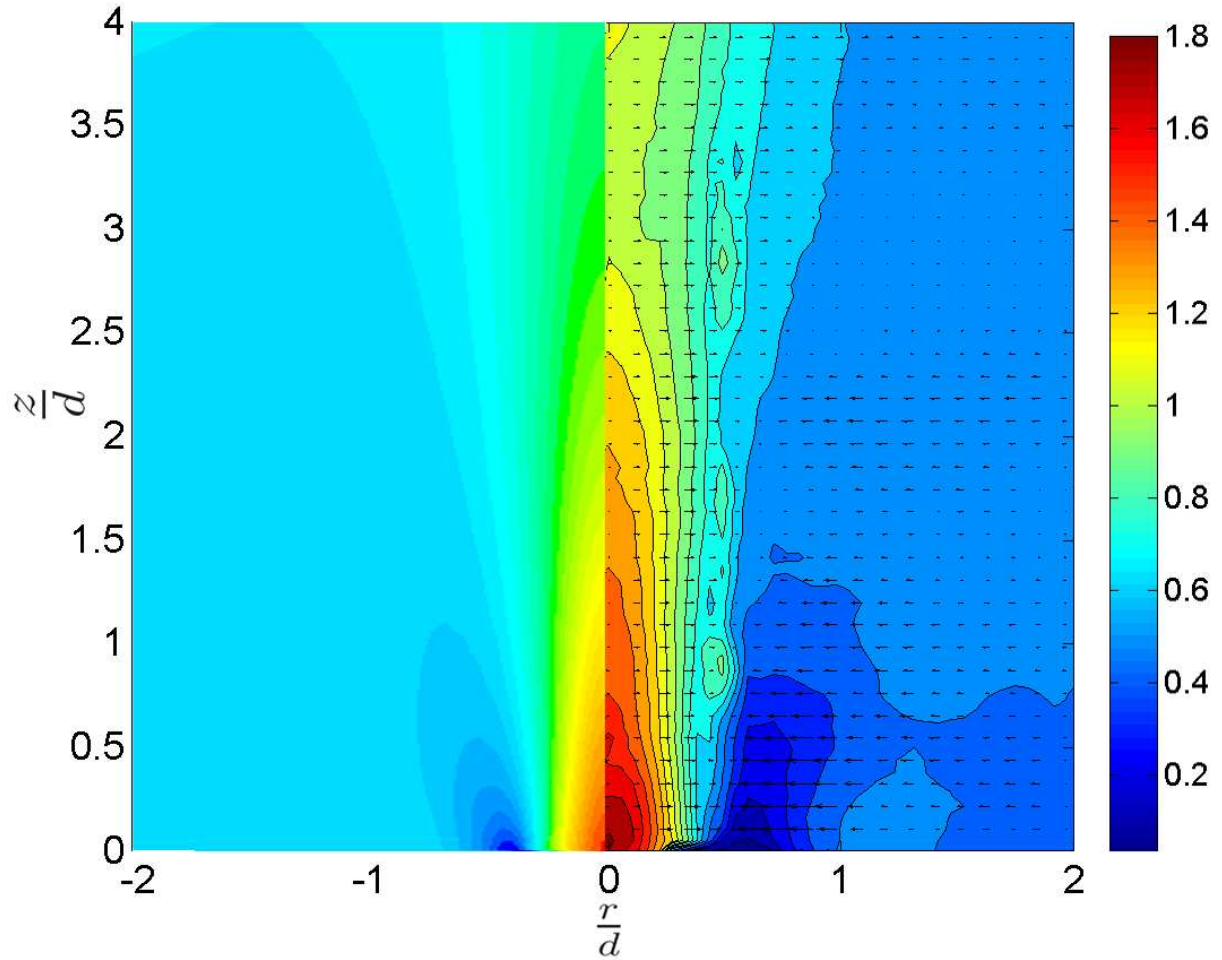


Figura 5.19: Comparación de los isocontornos de la velocidad axial adimensional W/W_c para $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.56$ y $S = 0$. Resultados numéricos a la izquierda y experimentales a la derecha.

En la figura 5.20 se muestra la comparación de los isocontornos de la velocidad axial W para el caso $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.56$ y $S = 0.81$. Al igual que para el caso sin giro, la velocidad axial máxima ocurre a la salida de la boquilla, aunque el valor máximo disminuye debido a la depresión producida en el eje. Se observa como la pluma se expande radialmente al alejarse axialmente, disminuyendo muy rápidamente su velocidad axial. Además, la evolución radial de la velocidad axial a distancias axial en torno a $z^* = 3,5$ muestra que la velocidad del chorro y del coflujo son muy similares, llegando a este estado final a distancias axiales inferiores que para el caso sin giro. A pesar de ello, el perfil radial de la velocidad axial no llega a ser uniforme con el coflujo, ya que el efecto del giro aún no es suficiente alto en dicha zona.

La figura 5.21 muestra un caso en el que ya se ha superado el valor crítico del parámetro de giro, S_c , correspondiente a $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.56$ y $S = 2.17$. La velocidad axial

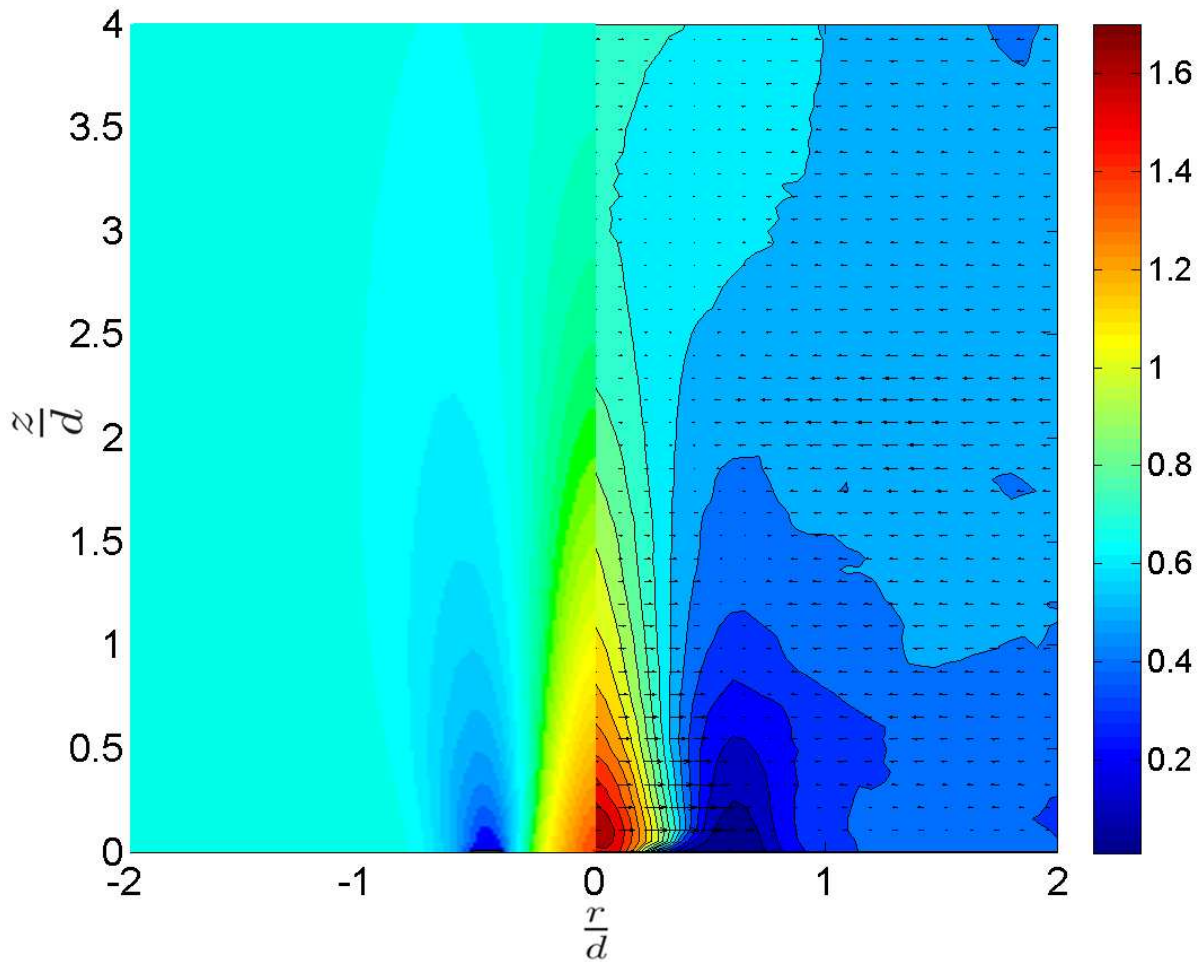


Figura 5.20: Comparación de los isocontornos de la velocidad axial adimensional W/W_c para $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.56$ y $S = 0.81$. Resultados numéricos a la izquierda y experimentales a la derecha.

máxima se observa en la zona del coflujo. Aparece un ensanchamiento en la zona cercana a la salida del tubo producido por el aumento de la velocidad radial debido al efecto del giro. Se observa que la evolución de la pluma tanto en el caso numérico como experimental es muy similar. Las pequeñas discrepancias se deben al efecto de borde y a la dificultad de obtener, experimentalmente, un coflujo perfectamente uniforme. El perfil radial de la velocidad axial a la salida deja de ser parabólico, tal y como se mostró en la figura 5.2 (a) para el caso en el que el parámetro de giro tiene un valor alto ($S > 1.65$), llegando a ser un perfil más plano. Desde el punto de vista numérico se alcanza la **RV**, ya que aparece un punto de remanso en el eje de giro, aunque experimentalmente no se llega a producir dicha rotura debido al efecto de borde comentando con anterioridad.

En la figura 5.22 se muestra la comparación de los isocontornos de la velocidad axial W , de la simulación numérica axilsimétrica y de los datos experimentales, para el caso

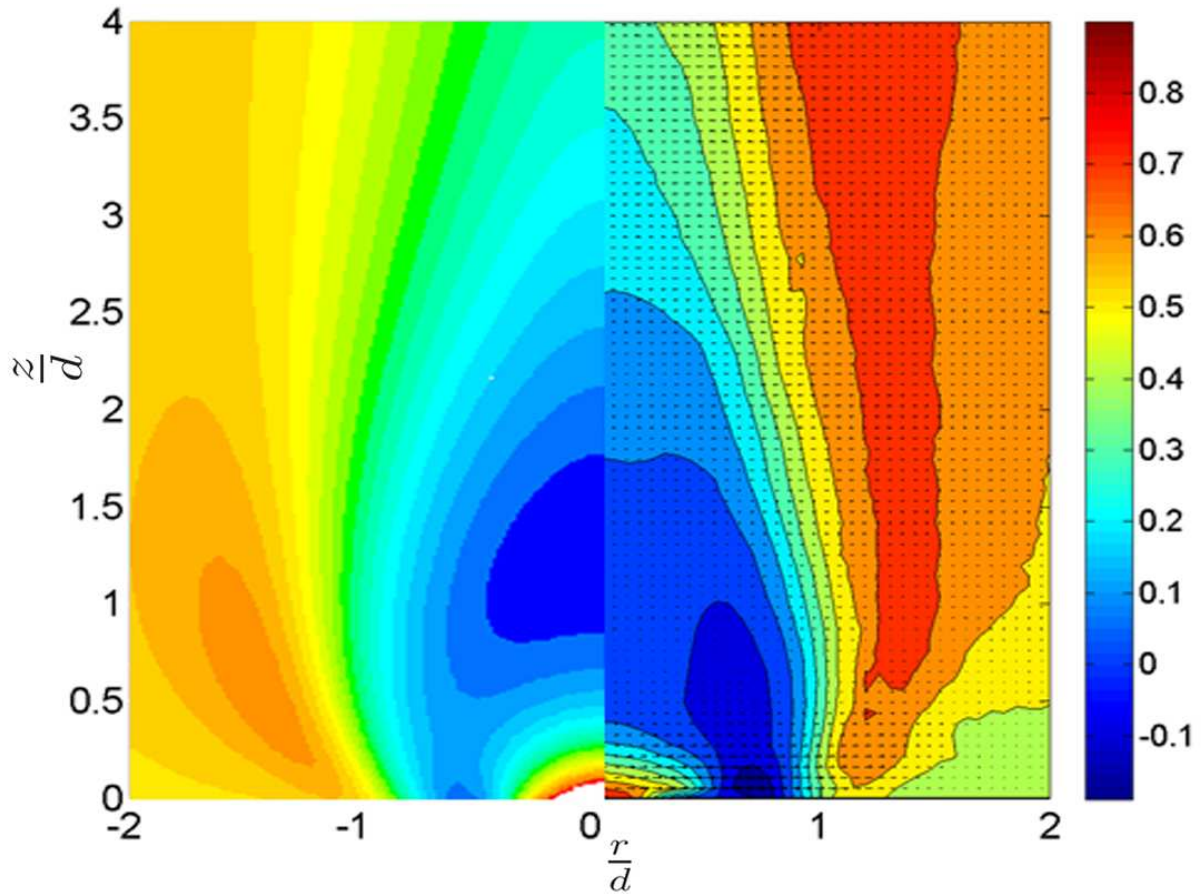


Figura 5.21: Comparación de los isocontornos de la velocidad axial adimensional W/W_c para $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.56$ y $S = 2.17$. Resultados numéricos a la izquierda y experimentales a la derecha.

$Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.56$ y $S = 2.49$. Al igual que ocurre en el caso mostrado en la figura 5.21, la velocidad axial máxima aparece en la zona del coflujo. En este caso, tanto desde el punto de vista numérico como experimental aparece la **RV**, ya que se obtiene un punto de remanso en el eje de giro. Además, la evolución y forma de las plumas numérica y experimental son muy similares.

Para tener una idea más global de la comparación entre resultados experimentales y numéricos (en este caso tridimensionales), la figura 5.23 muestra la evolución de la velocidad axial en el eje de giro. Se observa que en las zonas cercanas a la salida, donde la velocidad axial es positiva, los resultados numéricos y experimental concuerdan muy bien. Sin embargo, al alcanzar la zona de la burbuja de recirculación, es decir, la zona donde la velocidad axial es negativa, los resultados experimentales y la simulación numérica no comparan tan bien, pero ambos resultados siguen la misma tendencia. Esta diferencia en los resultados puede deberse a tres motivos:

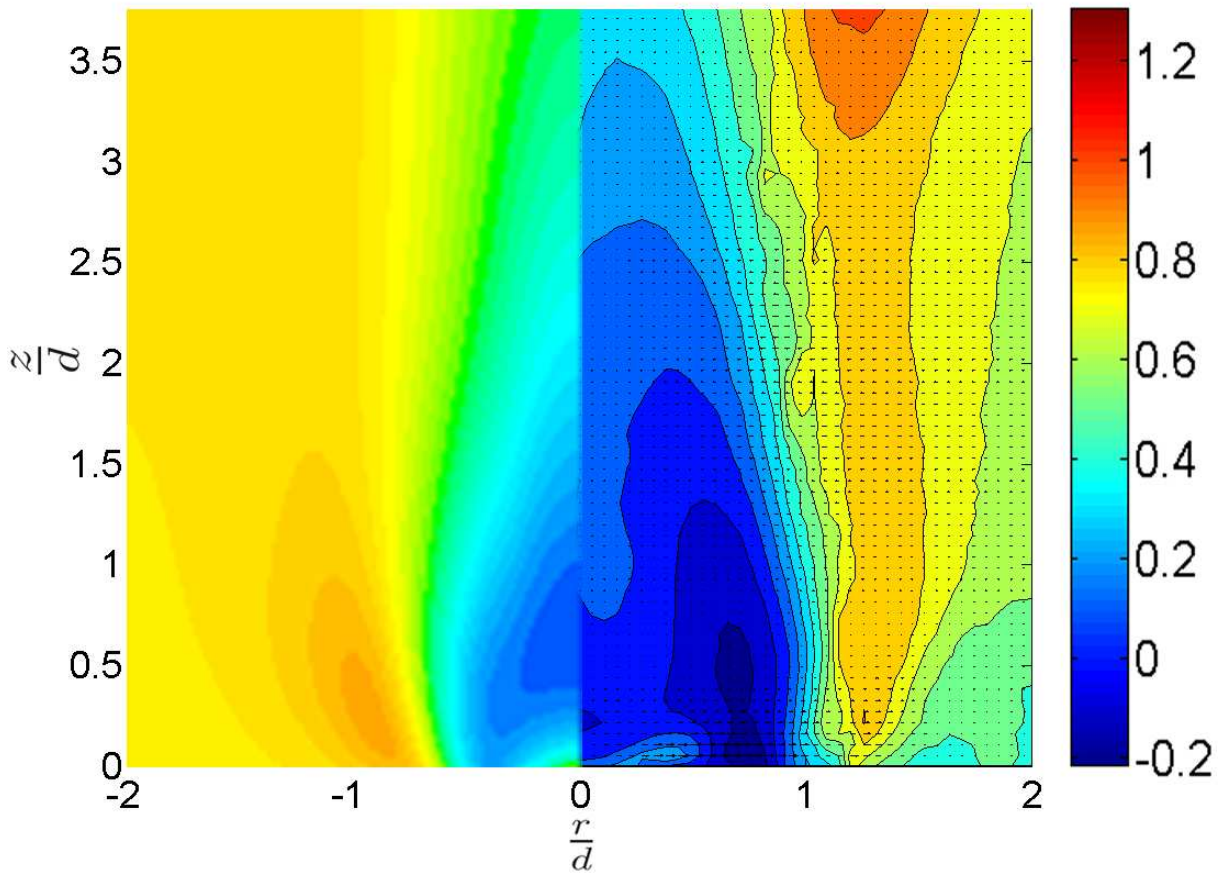


Figura 5.22: Comparación de los isocontornos de la velocidad axial adimensional W/W_c para $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.56$ y $S = 2.49$. Resultados numéricos a la izquierda y experimentales a la derecha.

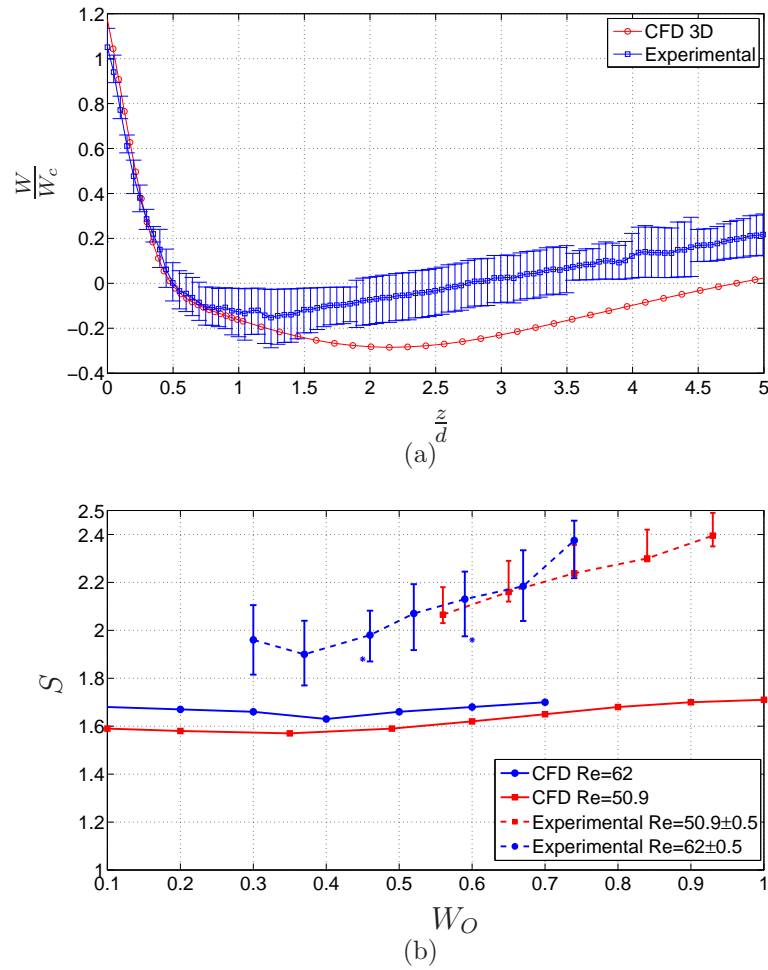


Figura 5.23: Comparación de los resultados numéricos y experimentales para la evolución de la velocidad axial adimensional en el eje de giro para un $Re = 50.9 \pm 0.5$, $W_O = 0.47$ y $S = 2.22$ (a) y comparación de la evolución de S_c respecto a W_O para los casos de $Re = 50.9 \pm 0.5$ y $Re = 62 \pm 0.5$ (b).

1. La velocidad de rotura en esa zona es muy baja, y existen un gran error en los resultados experimentales.
2. El flujo tridimensional deja de ser estacionario en la zona aguas abajo a la rotura.
3. Las condiciones de contorno numéricas discrepan levemente con respecto a las experimentales en la zona de salida del flujo.

Por otro lado, en la figura 5.23 (b) se muestra la comparación de la evolución del parámetro de giro crítico, S_c , respecto al coflujo W_O , para los casos de $Re = 50.9 \pm 0.5$ y $Re = 62 \pm 0.5$. Para el caso $Re = 50.9 \pm 0.5$, la línea punteada roja, con cuadros, representa la evolución del parámetro de giro crítico S_c para los resultados experimentales. La tendencia ascendente de dicha curva coincide con los resultados numéricos, representados

con la línea continua roja con círculos. En la misma figura, se muestra la tendencia de los resultados experimentales para el caso $Re = 62 \pm 0.5$, línea punteada azul, con cuadros. Se observa que la tendencia es similar a la observada en la curva continua de color azul, con círculos, que representa la evolución del parámetro de giro crítico S_c de los resultados numéricos para el caso $Re = 62 \pm 0.5$. Se observa en ambos casos que existe un valor mínimo de S_c para un coflujo en torno a $W_O = 0.4$. Este mínimo se debe a que los esfuerzos viscosos aumenta en importancia respecto a los efectos convectivos a medida que crece W_O , de manera que el valor mínimo del S_c se desplaza hacia W_O crecientes conforme se aumenta el gasto másico (Re) obtenidas numéricamente.

En la figura 5.24 se muestra la comparación de los resultados numéricos y experimentales de la variación axial la velocidad acimutal para $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.45$, y $r/d = 0.75$, en $z^* = 0.14$ (a), $z^* = 0.56$ (b) y $z^* = 0.85$ (c) y varios valores del parámetro de giro S . Se observa que tanto experimental como numéricamente, para distancias axiales cercanas a la salida de la boquilla [figuras 5.24 (a) y (b)] que los resultados tienen una tendencia muy similar y los valores se aproximan de una manera satisfactoria. Para la figura 5.24 (c), la velocidad acimutal disminuye para valores del parámetro de giro inferiores a S_c , a partir de este punto, la velocidad acimutal aumenta.

Por último, una magnitud relevante para entender los movimientos con giro es la vorticidad. La figura 5.25 muestra las tres componentes de la vorticidad en el eje para $Re = 62 \pm 0.5$ y $W_O = 0.56$, en $r/d = 0.38$. Solo se puede comparar experimentalmente con la componente radial de la vorticidad debido a que el resto de componentes [acimutal (b) y axial (c)] implican cálculos de derivadas que no pueden ser calculadas con precisión de los datos empíricos. Existe una buena concordancia entre la componente radial numérica y la experimental [figura 5.25 (a)]. Además, lo que sí queda expuesto en la figura 5.25 (b) es que sigue manteniendo el criterio vaticinado por Brown y Lopez (1990) en el que la condición necesaria para que exista rotura de vórtice, en un caso sin coflujo, es un cambio de signo en la componente acimutal de la vorticidad en $r = 0$.

Como resumen de los experimentos que se han llevado a cabo, la figura 5.26 muestra la comparación de los resultados de la simulación numérica axilsimétrica y experimentales, de la evolución del parámetro de giro crítico S_c respecto al coflujo W_O , para los casos $Re = 62 \pm 0.5$ y $Re = 50.9 \pm 0.5$. Esta figura es similar a la figura 5.23, pero incluye la simulación numérica del caso $Re = 62$ con una pared de la boquilla más delgada, mostrando lo sensibles que son los resultados numéricos al espesor de esta pared donde se encuentran el chorro y el coflujo. A pesar de dicha variación en los resultados, las tendencias de la evolución de los resultados son similares. Además, si se considera una reducción en el espesor de la boquilla, los resultados de la simulación numérica se aproximan a los resultados

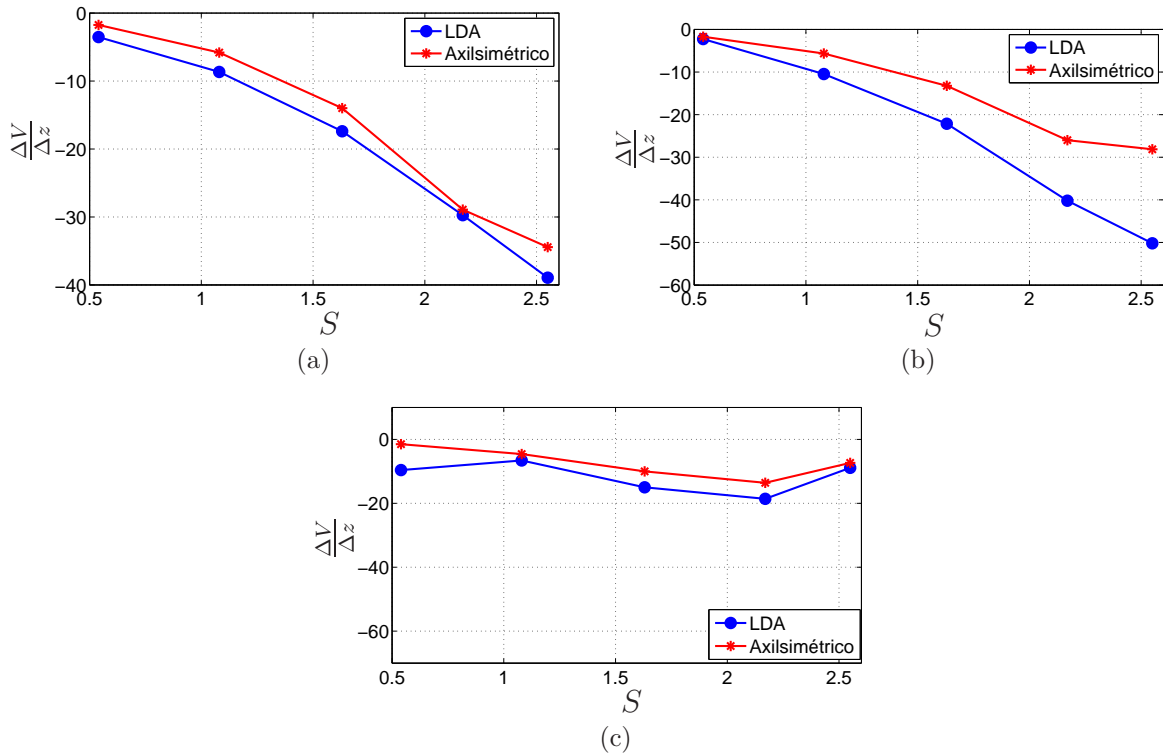


Figura 5.24: Variación axial de la velocidad acimutal adimensional V/W_c respecto al parámetro de giro S para $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.45$, y $r/d = 0.75$, $z^* = 0.14$ (a), $z^* = 0.56$ (b) y $z^* = 0.85$ (c).

experimentales, poniendo de manifiesto que el efecto de borde modifica sustancialmente el perfil radial de la velocidad acimutal, tal y como se ha mostrado en el capítulo 4.

5.6. Conclusiones.

En este capítulo se han explicado los resultados experimentales obtenidos en el estudio de la descarga en el ambiente de un chorro con giro intenso y coflujo. La adquisición de datos ha sido realizada mediante varios métodos. Se ha podido observar el efecto producido por el giro y el coflujo, de manera independiente, sobre la descarga de un gas con la misma densidad que y el ambiente. Todos los resultados experimentales han sido comparados favorablemente con los de las simulaciones numéricas.

Principalmente se ha caracterizado la influencia del coflujo en la rotura de vórtices, encontrándose comportamientos distintos dependiendo del número de Reynolds. Estas diferencias cualitativas están asociadas al importante efecto que tienen las fuerzas viscosas para los valores relativamente bajos del número de Reynolds de los experimentos, explicándose también la tendencia de $Sc(W_O)$ hacia el comportamiento encontrado en el

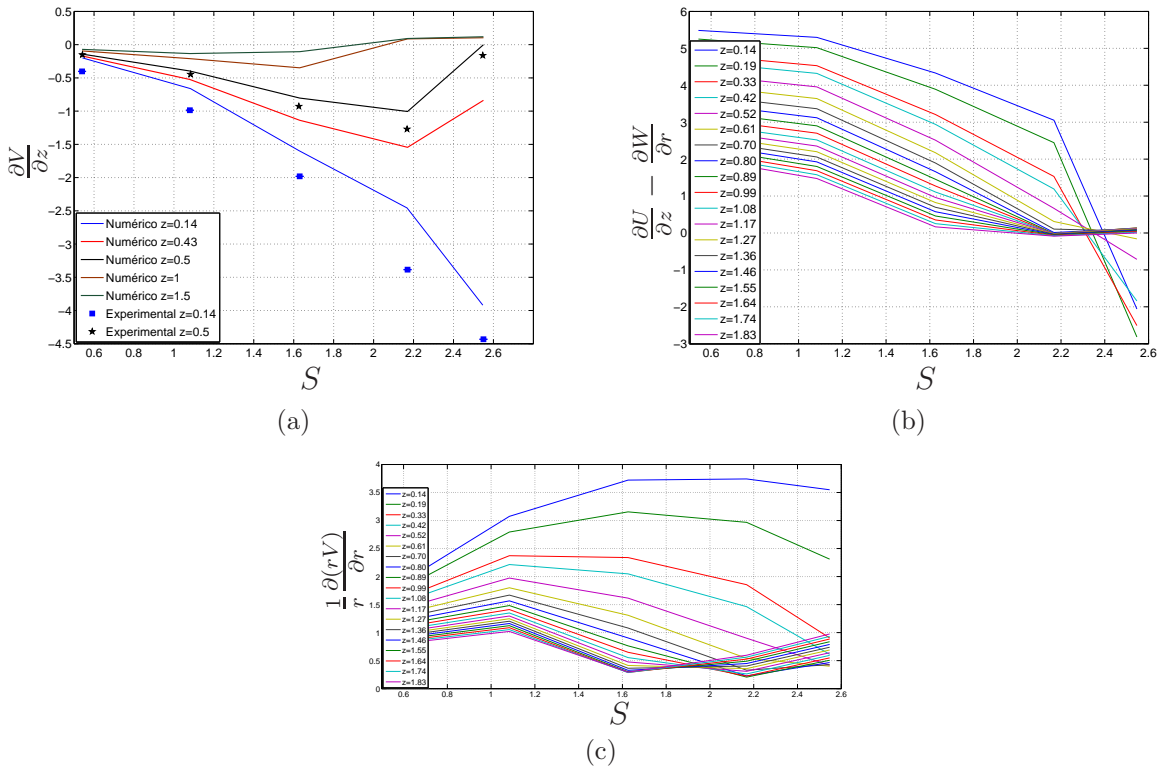


Figura 5.25: Comparación numérica y experimental de las componentes radial (a), acimutal (b), y axial (c) adimensionales de la vorticidad respecto al parámetro de giro S para $Re = 62 \pm 0.5$ y $W_O = 0.56$, en $r/d = 0.38$.

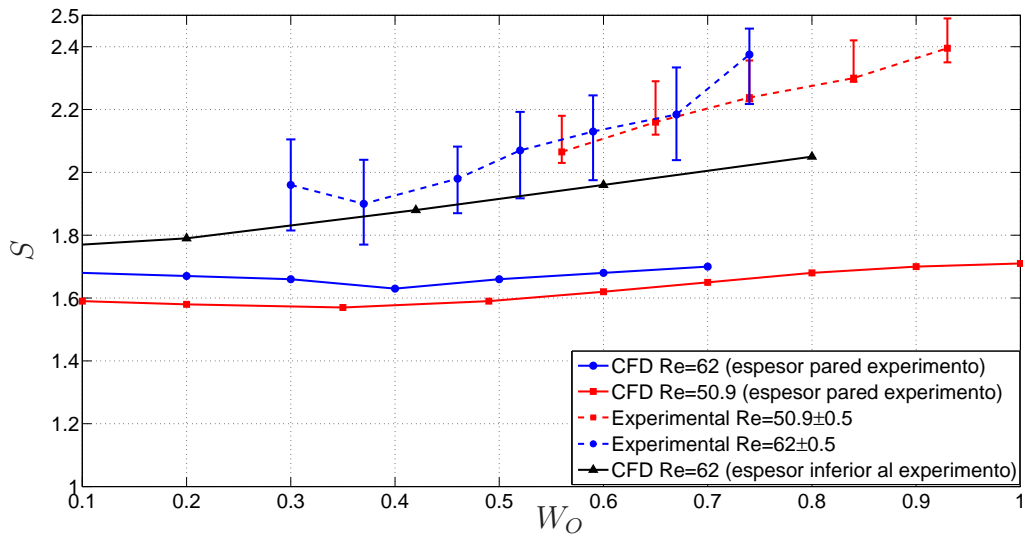


Figura 5.26: Comparación numérica/experimental de la evolución del parámetro de giro crítico S_c respecto al coflujo W_O para $Re = 62 \pm 0.5$ y $Re = 50.9 \pm 0.5$.

capítulo 2 para número de Reynolds muy grandes.

La comparación de los resultados numéricos con los experimentales corroboran la importancia que tienen los efectos viscosos cerca de la boquilla de salida del chorro en el proceso de **RV** para los números de Reynolds considerados experimentalmente.

Capítulo 6

Flujos Reactivos.

6.1. Introducción.

Este capítulo versa sobre la utilización final como quemador del montaje experimental. Para ello se obtuvieron visualizaciones de los procesos de combustión de llamas de difusión, laminares y turbulentas, de propano y metano. Otro punto ha sido la obtención de medidas cuantitativas de la anchura y altura de una llama de difusión laminar, respecto al parámetro de giro S , para una mezcla de propano y nitrógeno. Con todo esto, se ha llegado a verificar que el montaje experimental permite realizar el estudio de flujos reactivos.

6.2. Visualizaciones.

En este apartado se exponen las características de los distintos procesos de combustión realizados en el montaje experimental. Se ha llevado a cabo un estudio cualitativo de los distintos procesos de combustión mediante visualizaciones. El aparato experimental utilizado tan solo permite hacer un estudio de la zona visible de las llamas de difusión.

Para las visualizaciones se han utilizado dos combustibles gaseosos. En primer lugar se ha utilizado metano, que tiene una relación de densidad con respecto al aire aproximadamente de 0.55, en las condiciones de entrada. No se ha utilizado un combustible más ligero, como por ejemplo hidrógeno, por motivos de seguridad.

Una vez comprobado que el quemador cumple con las medidas de seguridad oportunas con metano, se ha realizado el estudio de la combustión de llamas de difusión de propano. La relación de densidad con el aire ahora es mayor que la unidad, aproximadamente de 1.41.

6.2.1. Visualizaciones con metano.

En este apartado, se muestran algunas de las visualizaciones obtenidas para los distintos casos de estudio utilizando metano como combustible. Las visualizaciones se han realizado para obtener resultados cualitativos de los procesos de combustión a estudiar. Esto permite realizar una primera aproximación del fenómeno del efecto del giro sobre las llamas de difusión estudiadas.

La figura 6.1 (a) muestra una llama de difusión laminar sobreventilada estable de metano para el caso $Re = 60 \pm 0.5$, $W_O = 0.5$ y sin giro. El exceso de comburente hace que la llama converja hacia el eje de rotación. La introducción de giro al flujo produce la aparición de modos de inestabilidad helicoidales [figura 6.1 (b), donde el parámetro de giro es aproximadamente $S \approx 0.34$], rompiendo la axilsimetría. Aumentando el parámetro de giro hasta $S \approx 0.56$, la figura 6.1 (c) muestra el desprendimiento de los vórtices formados en la zona de reacción química. La figura 6.1 (d), donde el parámetro de giro es aproximadamente $S \approx 1.06$, se observa un ensanchamiento de la llama en la zona cercana a la boquilla, que posteriormente se reduce hasta alcanzar un diámetro de pluma similar al inicial. Dicho ensanchamiento se asemeja a la zona de recirculación obtenida para la **RV**, y es además similar a las imágenes del estudio Huang and Yang (2009). A pesar de ello, la configuración actual del montaje experimental no permite asegurar la obtención de la **RV** en los procesos de combustión de llamas laminares de difusión, ya que tan solo se puede estudiar la zona visible de la llama, sin conocer los detalles de su campo de velocidad.

Se ha verificado además que el experimento es capaz de producir llamas de difusión subventiladas. El gran volumen de la zona de medida hace que para poder reducir la cantidad de comburente y producir una llama subventilada sea necesario un alto caudal de entrada de combustible, produciendo una llama de difusión turbulenta. La figura 6.2 muestra una de estas llamas sin giro, donde se observa la axilsimetría de la llama. La zona de apertura de la llama se observa débilmente debido a la alta luminosidad de la pluma a la salida de la boquilla. Al proporcionarle giro a la llama de difusión turbulenta, se pueden observar modos helicoidales, rompiendo la axilsimetría.

6.2.2. Visualizaciones con propano.

En este apartado, se muestran algunas de las visualizaciones obtenidas para los distintos casos de estudio utilizando propano como combustible. Las visualizaciones en el espectro visible han permitido analizar la variación de la anchura y altura de llamas de difusión laminar de una mezcla de propano y nitrógeno.

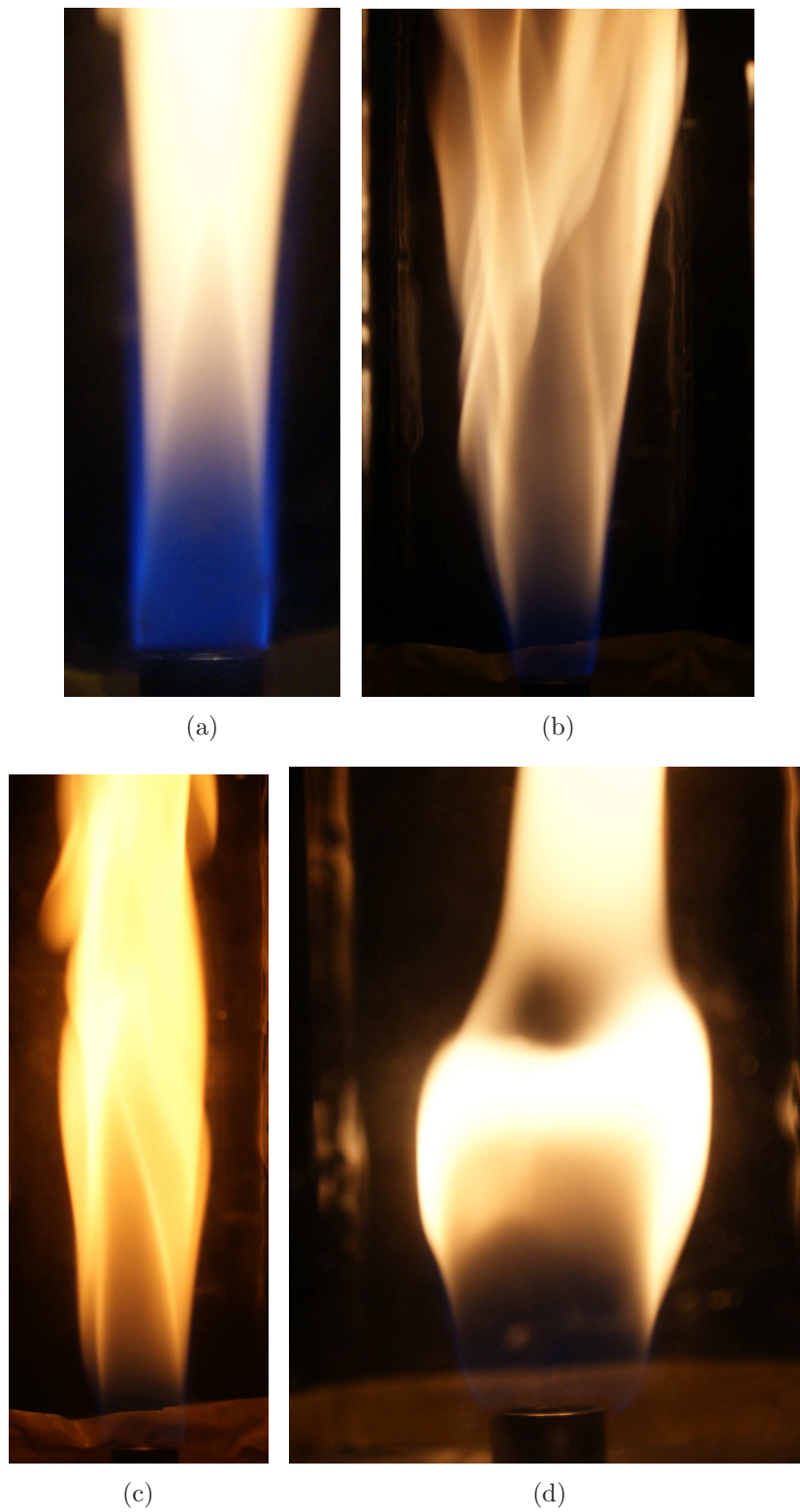


Figura 6.1: Llamas de difusión de metano para $Re \approx 150$, $W_O \approx 0.3$ y $S = 0$ (a), $S \approx 0.34$ (b), $S \approx 0.56$ (c) y $S \approx 1.06$ (d).

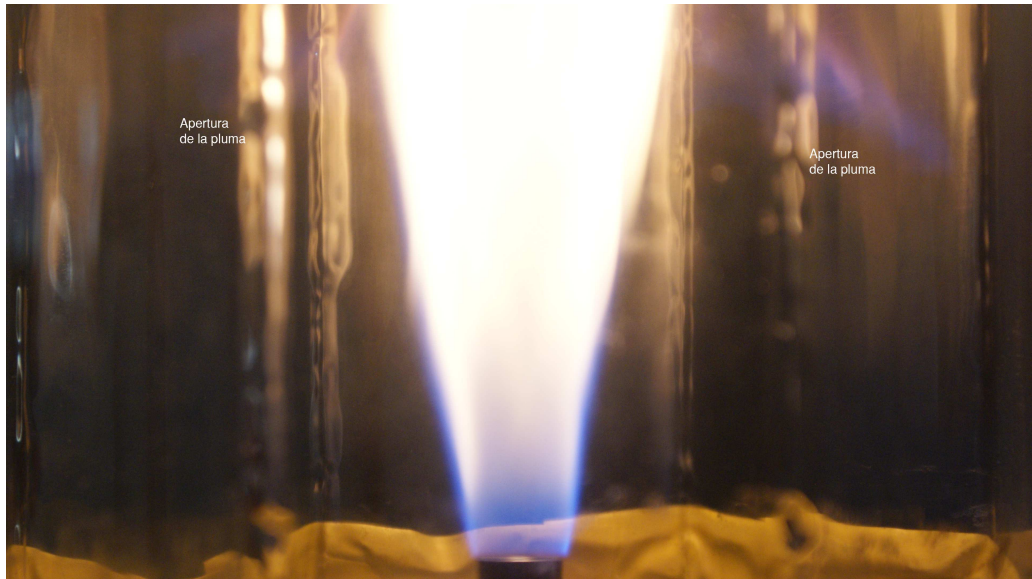


Figura 6.2: Llama subventilada de difusión turbulenta de metano para $Re = 60 \pm 0.5$, $W_O = 0.5$ sin giro.

La figura 6.3 muestra las llamas laminares de difusión de la combustión de propano para el caso de $Re \approx 150$, $W_O \approx 0.1$, $S \approx 0.1$ (a) y $S \approx 1.85$ (b). En la figura 6.3 (a) se observa la rotura de la axilsimetría producida por el giro, apareciendo un modo de inestabilidad helicoidal. La figura 6.3 (b) muestra una distribución de la llama similar a una rotura de rotura de vórtices no axilsimétrica, ya que hay un ensanchamiento muy cerca de la zona de salida del combustible y una disminución de la sección de la llama al pasar la zona de recirculación.

Estas visualizaciones han permitido realizar un el estudio del tamaño de las llamas de difusión cuyo combustible tiene una densidad relativa con la del aire aproximadamente igual a la unidad. Así la figura 6.5 muestra la relación entre la anchura y la altura de la llama respecto al parámetro de giro S . Para ello ha utilizado una mezcla de 10 % de propano y 90 % de nitrógeno en volumen. Las correspondientes visualizaciones se muestran en la figura 6.4, para $Re = 70 \pm 0.5$, $W_O \approx 0.5$, y $S = 0$ (a), $S = 1.08$ (b), $S = 1.64$ y $S = 2.5$ (d). Se observa como al aumentar el parámetro de giro la altura de la llama se reduce y la anchura aumenta.

6.3. Conclusiones.

En este capítulo se han presentado algunos resultados experimentales preliminares del estudio de la combustión de flujos reactivos con coflujo y giro intenso. La adquisición de datos ha sido realizada mediante visualizaciones directas sobre la llama, y se ha podido

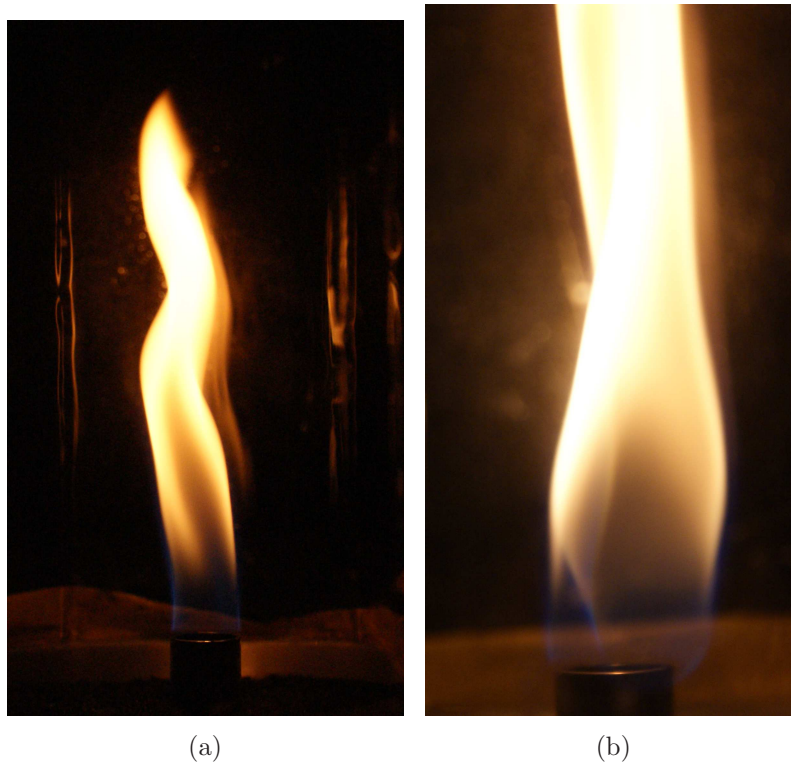


Figura 6.3: Llamas sobreventiladas de difusión laminares de propano para $Re \approx 150$, $W_O \approx 0.3$ $S \approx 0.1$ (a) y $S \approx 1.85$ (b).

observar, de un modo cualitativo, el efecto producido por el giro en las llamas laminares de difusión.

Se ha estudiado el efecto del giro sobre llamas de difusión laminares de propano (densidad relativa aproximada con el aire de 1.41), metano (densidad relativa aproximada con el aire de 0.55) y la mezcla de propano y nitrógeno (densidad relativa aproximadamente aire unidad). Se ha podido observar como la inclusión de giro rompe la axilsimetría de la llama, introduciendo inestabilidades helicoidales.

No se ha podido verificar la rotura de vórtices, ya que los aparatos de medida que actualmente dispone el laboratorio de Mecánica de Fluidos de la Universidad de Málaga no permiten la medida cuantitativa de velocidades de flujos reactivos fuertemente exotérmicos.

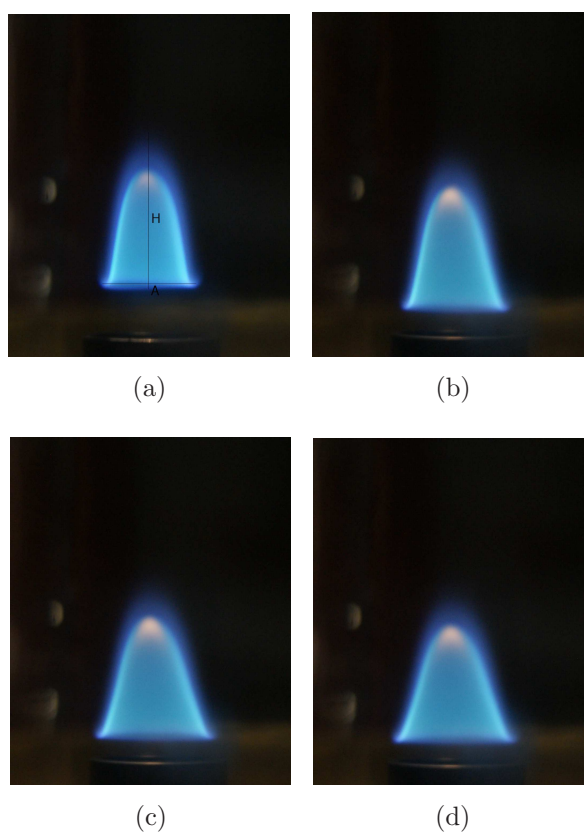


Figura 6.4: Llamas de difusión laminares de una mezcla de propano con nitrógeno (10 % – 90 %), para $Re = 70 \pm 0.5$, $W_O \approx 0.5$ y $S = 0$ (a), $S = 1.08$ (b), $S = 1.64$ (c) y $S = 2.5$ (d).

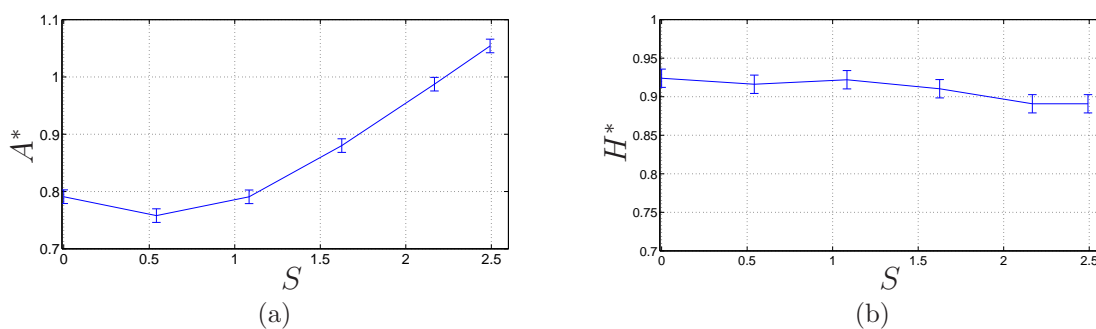


Figura 6.5: Variación de la anchura (a) y de la altura (b) de la llama de difusión laminar de la mezcla propano/nitrógeno para $Re = 70 \pm 0.5$, $W_O = 0.5$ y varios valores de S .

Capítulo 7

Conclusiones y trabajos futuros.

7.1. Contribuciones de la tesis.

Esta tesis se ha dedicado al estudio teórico, numérico y experimental de varios aspectos relacionados con la estructura tridimensional de chorros con giro que descargan en un ambiente a través de una expansión brusca, donde puede existir una corriente coaxial (coflujo W_O). Desde el punto de vista teórico se ha realizado el estudio axilsimétrico de la descarga de un gas ligero, no reactivo, en el límite de altos números de Reynolds, y se ha comparado con la descarga de un gas de la misma densidad que el ambiente, obteniendo la relación entre el valor del coflujo W_O y el parámetro de giro crítico S_c a partir del cual aparece la **RV**. Se ha podido observar la dependencia con la relación de densidades entre ambas especies y con el número de Mach. Los resultados teóricos han dejado claro que, para obtener la **RV** de la descarga de un gas más ligero que el ambiente, es necesario introducir un valor del parámetro de giro superior que para el caso de la descarga homogénea. Para el caso de la descarga de un gas más ligero que el ambiente se ha considerado una relación de densidades entre ambas especies de $\epsilon = 0.07$, que corresponde a H_2 en aire. Por otro lado se ha tenido en cuenta el efecto de la compresibilidad, a través del número de Mach, estudiando siempre casos en régimen subsónico. El número de Mach se ha variado entre $Ma = 0$ y $Ma = 0.5$, y se ha obtenido que el valor del parámetro de giro crítico S_c disminuye al aumentar el valor de Ma .

El estudio teórico se ha realizado a través de una aproximación cascilíndrica de las ecuaciones del movimiento, válida para altos números de Reynolds Re . Se ha utilizado un código en *Matlab* que utiliza como condición inicial una solución de semejanza obtenida para distancias muy cercanas a la salida del chorro. Con esta aproximación, la aparición de la **RV** se caracteriza por la ruptura de la solución de las ecuaciones parabólicas. En este estudio teórico, el valor de S_c disminuye con el coflujo para todos los casos estudiados.

Se ha realizado la simulación numérica axilsimétrica y tridimensional de las ecuaciones completas mediante el programa informático *Ansys–Fluent*©. Los números de Reynolds de estudio, con los que se han comparado los resultados experimentales, han sido siempre inferiores a 75. Se ha comprobado que para estos números de Reynolds el fenómeno de rotura de vórtices es siempre axilsimétrico. Para valores de coflujo bajos, la tendencia encontrada del parámetro de giro crítico S_c es la misma que en el estudio teórico, disminuye al aumentar el coflujo. Pero aparece un valor mínimo del parámetro de giro crítico que invierte esta tendencia para valores moderados de W_O de modo que la curva de S_c respecto W_O sea creciente. Este hecho evidencia la importancia de los efectos viscosos para valores altos del coflujo cuando el número de Reynolds es moderadamente bajo.

Se ha realizado un montaje experimental, versátil, que permite la variación independiente de la velocidad de giro, el caudal del chorro, el caudal del coflujo y la relación de densidades entre los especies. Este montaje ha permitido realizar los casos estudiados en la simulación completa, obteniendo las mismas tendencias de las curvas del parámetro de giro crítico respecto al coflujo. La información cuantitativa de la descarga de gases no reactivos se ha obtenido mediante las técnicas *PIV* y *LDA*, gracias a la inclusión de partículas microscópicas de aceite de oliva. Además, los materiales en los que se ha realizado el montaje experimental permiten el estudio de flujos reactivos.

La simulaciones numéricas axilsimétricas comparan muy favorablemente con los resultados experimentales en los casos estudiados. También explican que las pequeñas discrepancias encontradas se deben a la gran relevancia que tienen los efectos viscosos para los números de Reynolds analizados, especialmente en la boquilla por donde sale el chorro y se mezcla con el coflujo.

Como última parte, se ha realizado un estudio preliminar cualitativo de la combustión de flujos reactivos con coflujo (aire) y giro en el montaje experimental diseñado en esta tesis. Se ha podido observar el efecto que produce el giro en llamas laminares de difusión de metano, propano, y una mezcla de 90 % propano y 10 % de nitrógeno (con relación de densidad respecto al aire aproximadamente la unidad). Se ha comprobado mediante estos ensayos con flujos reactivos cómo se produce una asimetría al introducir el giro en llamas laminares de difusión.

7.2. Trabajos futuros directamente relacionados con la tesis.

Tras la realización de este trabajo quedan abiertas todavía muchas incógnitas en la comprensión del complicado comportamiento que poseen la descarga, a través de un ex-

pansión brusca, de chorros con giro y coflujo, teniendo en cuenta el fenómeno de la **RV** y los efectos de la diferencia de densidades y la compresibilidad. Estas futuras líneas deben basarse en los tres pilares básicos del presente estudio, es decir, el estudio teórico, la simulación numérica, y la experimentación.

En primer lugar, es necesario desarrollar el estudio de la estabilidad espacial, con y sin variación axial, de los chorros, incluyendo la transición de inestabilidad convectiva a absoluta. Además, una vez realizado el estudio de estabilidad espacial, el análisis de la estabilidad global (lineal) del flujo solventaría la dificultad encontrada en las regiones donde la variación axial no fuese pequeña.

Por otro lado, la existencia de discrepancias entre los resultados de la simulación numérica y los experimentales hace que sea necesario realizar un estudio más profundo sobre el efecto de borde (de la boquilla) en los flujos con giro intenso. Esto haría que se aproximaran los resultados de la simulación numérica con los resultados experimentales.

Experimentalmente, es necesario realizar un mayor número de medidas *PIV* este-reoscópico para conocer con más detalle el campo de velocidad tridimensional. Igualmente, se ha diseñado el montaje experimental para dotarlo de una gran versatilidad. Este hecho puede ser aprovechado con varias alternativas. Cambiando el motor eléctrico y la relación de engranajes, lo que permitiría aumentar la velocidad de giro, abarcando un mayor rango de números de Reynolds y facilitando el estudio experimental de la descarga con giro de gases bastante más ligeros que el ambiente. Además, se puede introducir otro motor de corriente continua que controlara la velocidad de giro del depósito exterior y, de esta forma, estudiar un mayor número de casos, con velocidades relativas de giro entre el chorro y el coflujo, tanto positivas como negativas, según el sentido de giro entre ambos. Se contempla además la posibilidad de añadir cualquier otro dispositivo o mecanismo perturbador al montaje experimental, en las cuales se gradúe la amplitud y la frecuencia de los pulsos, para producir inestabilidades forzadas en un flujo con o sin giro. Al usar flujos reactivos, sería interesante introducir partículas de óxido metálico para poder adquirir datos mediante la técnica *PIV*, aportando una mayor información del campo de velocidad. Finalmente, para el estudio tanto de flujos reactivos como no reactivos, sería interesante disminuir geoméricamente la relación de aspecto entre los diámetros del chorro y la expansión brusca, lo que facilitaría el estudio de un mayor rango de coflujos.

Apéndice A

English summary of the doctoral thesis.

A.1. Introduction

The present work is a contribution to the study of reactive and non-reactive swirling flows discharging in a sudden expansion, with or without the presence of an uniform coaxial flow (co-flow). This study has been done from a theoretical, numerical and experimental points of view. In a first approximation, the axial evolution of the slender jet is modeled by parabolic equations for nonreactive flows. This code has been developed in Matlab, and it starts with a self-similar solution of the swirling jet very close to the nozzle. This theoretical simulation allows us the change of the relationship between the jet and co-flow densities, and includes the effects of the compressibility of the structure of a light gas discharging in an atmosphere with a heavier gas through the Mach number of the jet, only for subsonic cases. Moreover, the viscous flow is analyzed numerically through axisymmetric and 3D numerical simulations and, finally, from the experimental point of view, a burner has been designed and built in the laboratory. We run several experiments with special attention to the discharge of air in air and fuel (methane and propane) in air. This experimental set up is able to vary independently the flow rate, the co-flow, and the rotational velocity of the pipe, from which the swirling jet discharges.

Several theories assert that the onset of the vortex breakdown (**VB**) is a transition between two inviscid states [Benjamin (1962); see also Buntine and Saffman (1995)], while others justify its appearance from hydrodynamic instabilities present in the flow [Ludwig (1951)]; still others have try to explain it as a failure of the viscous boundary layer in the axis [Hall (1972); see also Fernandez-Feria et al. (1995)]. Both, inviscid and viscous equations present divergent solutions when **VB** appears, [Wang and Rusak (1997), Beran

and Culik (1992)]. Generally, it can be distinguished several types of breakdown which are mostly axisymmetric, other in which a filament in the axis takes the shape of a simple or double spiral and, finally, those where the shape presents different structures depending on the geometry in which **VB** takes place [Sarpkaya (1971, 1974)]. There is large amount of information on the **VB** in swirling jets with incompressible flows, both theoretically and numerically [e. g., Ruith et al. (2003), Revuelta (2004), Revuelta et al. (2004a, 2004b)], and experimentally [Sarpkaya (1971, 1974), Panda and Maclaughlin (1994), Billant et al. (1998), Gallaire et al. (2004), Liang and Maxworthy (2005), Toh et al. (2010)]. The effect of compressibility on different types of swirling flows were studied in several works [see, e. g., Keller (1994), Mahesh (1997), Rusak and Lee (2002), Perez-Saborid et al. (2002), Herrada et al. (2003)], but fewer data have been reported on the **VB** in swirling jets of light chemical species discharging into a heavier ambient. Actually, the **VB** phenomenon is still a problem with a significant theoretical and technological interest in fluid dynamics [Sanmiguel-Rojas et al. (2008), Koh (2010) and Meliga (2011), Oberteithner (2011), among others], despite of having several reviews in the last decades [eg, Hall (1972), Leibovich (1978), Escudier (1988), Delery (1997) and Wang and Rusak (1997)]. The onset of the recirculation region after the **VB** has a practical interest from the engineering point of view, more specifically in the field of chemical engineering processes such as chemical reactors and combustion chambers, enhancing the fuel and oxidizer mixing, reducing the emission of pollutants [Lefebvre (1999), Ji and Gore (2002)].

The main objective of this study is to contribute the understanding of the phenomenon of **VB**, taking into account the variation of the Reynolds number of the jet, the co-flow and the swirl parameters and density ratio between the species. The **VB** phenomenon appears in flows with a high level of swirl and it is characterized by the presence of a stagnation point in the axial flow, followed by a recirculation bubble. Given the scope of this thesis work on the **VB**, which concerns about viscous and ideal aspects of reactive and non-reactive flows, it was considered appropriate to focus on the theoretical and experimental aspects. Thus, it will be considered the theoretical aspect only from the point of view of the quasicylindrical approximation and varying the density ratio between the fluid entering through the pipe and the co-flow, without chemical reaction. The light jet is important, for example, in combustion processes, which very often the fuel components are light gas species, such as hydrogen, discharging into a gaseous environment where the oxidant molecules (oxygen or air) are much heavier. It was also shown visualizations of the **VB** for different values of the swirl parameter. The appearance of the **VB** takes place for a certain critical rotation value and it is associated with a transformation of a top-hat flow, which decelerates in the axis until there is a stagnation point. It was considered appropriate to

generate experimentally a swirling viscous flow inside a sudden expansion pipe whose wall rotates. Then, the jet with azimuthal velocity imposed as rigid body rotation discharges downstream in a sudden expansion, which corresponds to the measurement area. The **VB** will be generated in this zone. To this end, it is provided an experimental setup to force a circular-section swirling jet discharging onto a cylinder with a constant and bigger diameter. With this set up we will carry out three different studies in this setup. The first is the axisymmetrical and three-dimensional numerical simulation of a steady state laminar flow. It reproduces the geometry of the experiment and it will be performed with the help of a commercial numerical code with a finite volume method (ANSYS-Fluent©). Secondly, it has been obtained information from the experiment qualitatively by displaying with an oil and air emulsion (Mie-Scattering technique) and, quantitatively, using laser Doppler anemometry (*LDA*) and particles image velocimetry (*PIV*). Finally, it has been shown laminar diffusion flames with rotation.

For a better theoretical understanding of the flow conditions at the beginning of the **VB** in swirling combustion systems, where the swirl is used to improve the mixing between hydrogen or other light fuel jet with air, it is interesting to characterize the appearance of the **VB** and to analyze the similarities or differences relative to an incompressible and compressible swirling jet. We have carried out the analysis of subsonic cases. These cases are relevant from a theoretical point of view and this is one of the novel aspects developed in this work. This is the main objective of the theoretical part described in this thesis, developed by solving parabolic equations. The value of the critical swirl parameter corresponds to a failure of the parabolic equations, since they do not allow a reversible flow (or negative axial velocity). Besides, the flow is usually turbulent, while the scope of this study focuses only on the laminar case. Furthermore, there are few experiments available with a sudden expansion where the input profile is parabolic and laminar. Though the experimental work developed in this thesis is original, it should be noted that similar experiments to those analyzed here were performed at the LadHyx. In this and other related works, the jet discharged into a sudden expansion with an uniform velocity profile and no co-flow [see, e.g., Billant et al. (1998)]. In our study, we vary independently the rotation and the co-flow rate, and also analyze the effect of the (smaller) density of the discharging swirling jet.

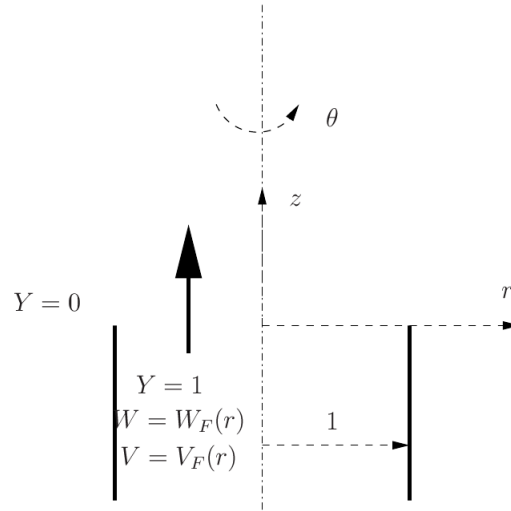


Figura A.1: Sketch of the dimensionless geometry and boundary conditions at $z = 0$.

A.2. Theoretical study using the quasicylindrical approximation.

In this section, we summarize the first part of the thesis about the axisymmetric, quasicylindrical description of a swirling light gas jet discharging into a heavier ambient. It has been developed a numerical code in MATLAB that is able to solve the axisymmetric, quasicylindrical approximation of the Navier-Stokes equations in cylindrical polar coordinates, applied to the nondimensional geometry shown in figure A.1, to obtain directly the steady state solution. For simplicity, we consider only two chemical species, the one introduced with the swirling jet (the *fuel*, which will be a light molecular species such as H_2), with a mass fraction denoted by Y , and that in the ambient gas where the jet discharges (the oxidant or heavy molecular species, such as O_2 or air), with mass fraction given by $1 - Y$. Chemical reactions are neglected.

The main result of this section is the establishing of a formulation where the swirl parameter S , the co-flow parameter W_O , density ratio between both species (ϵ) and compressibility effects (Mach number) are taken into account to study the structure of the jet and the conditions for **VB**. The other interest of this study is to provide information to design an experimental set up. Figure A.2 summarizes all the values of the critical swirl number of the **VB** onset as a function of the co-flow W_O computed for $Ma = 0, 0.1,$ and 0.5 , and for $\epsilon = 1$ (a single species) and 0.07 (H_2 as the light gas yet). The trend of the critical swirl parameter¹ $S_c(W_O)$ for $Ma = 0.5$ and $\epsilon = 1$ or $\epsilon = 0.07$ are analo-

¹The critical swirl parameter S_c is the minimum value of the swirl parameter for which **VB** is achieved.

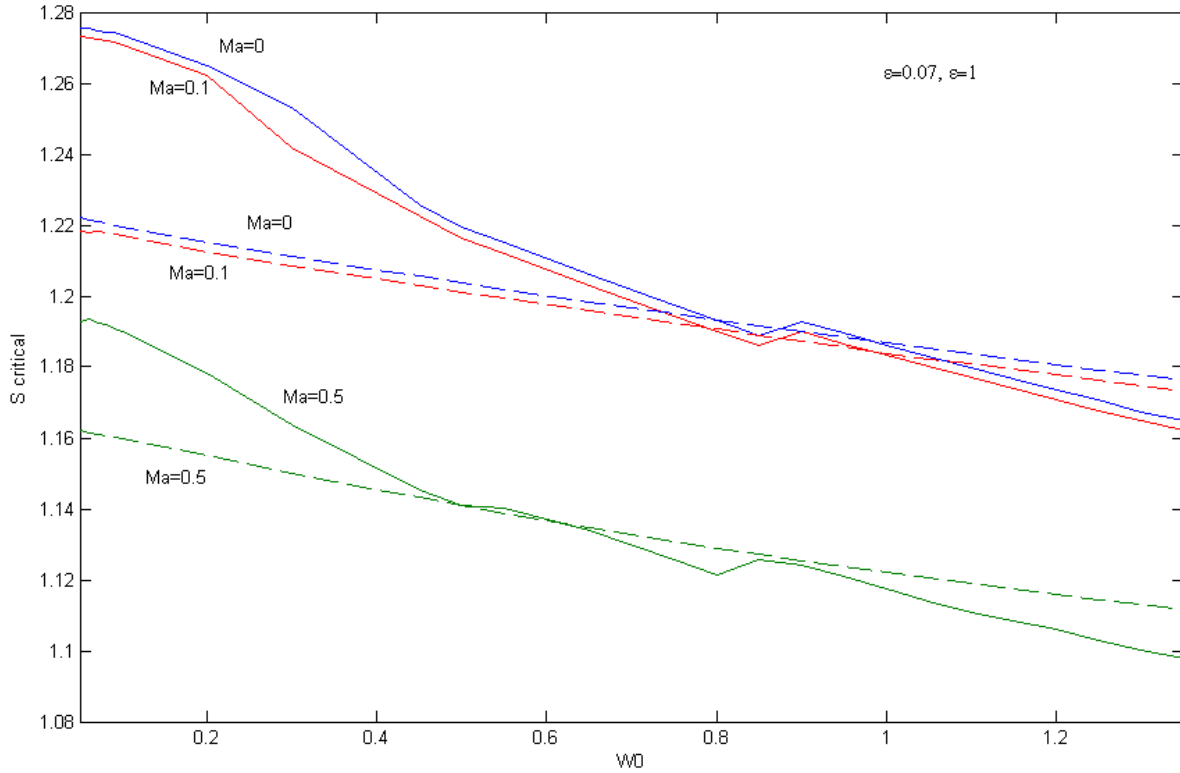


Figure A.2: Evolution of S_c vs W_O for $\epsilon = 1$ (dashed lines) and $\epsilon = 0.07$ (solid lines) for $Ma = 0$, $Ma = 0.1$ and $Ma = 0.5$.

gous. For weak compressibility effects, $Ma = 0.1$, the results are obviously very similar to those corresponding to the incompressible case $Ma = 0$. For more details, please read Gallardo-Ruiz, J.M. et al. (2010).

A.3. Experimental set up

An experimental set up has been designed and built to simulate the problem of the discharge of a swirling jet, with co-flow, into a quiescent atmosphere. The design has been done basing our calculation on the quasicylindrical numerical simulations described above. Once this experimental set up has been built, we have measured the velocity field using two different methods, *Laser Doppler Anemometry (LDA)* and *Particle Image Velocimetry (PIV)*. In this preliminar experimental work, we have just validated the design of the experiment and then we have determined the range of Reynolds numbers in which we will carry out our experimental study. To that end, special care was taken to obtain a stable base flow [see, e.g. Fernandez-Feria and del Pino (2002), del Pino et al

This corresponds to the change from positive to a negative value of the axial velocity at the axis.

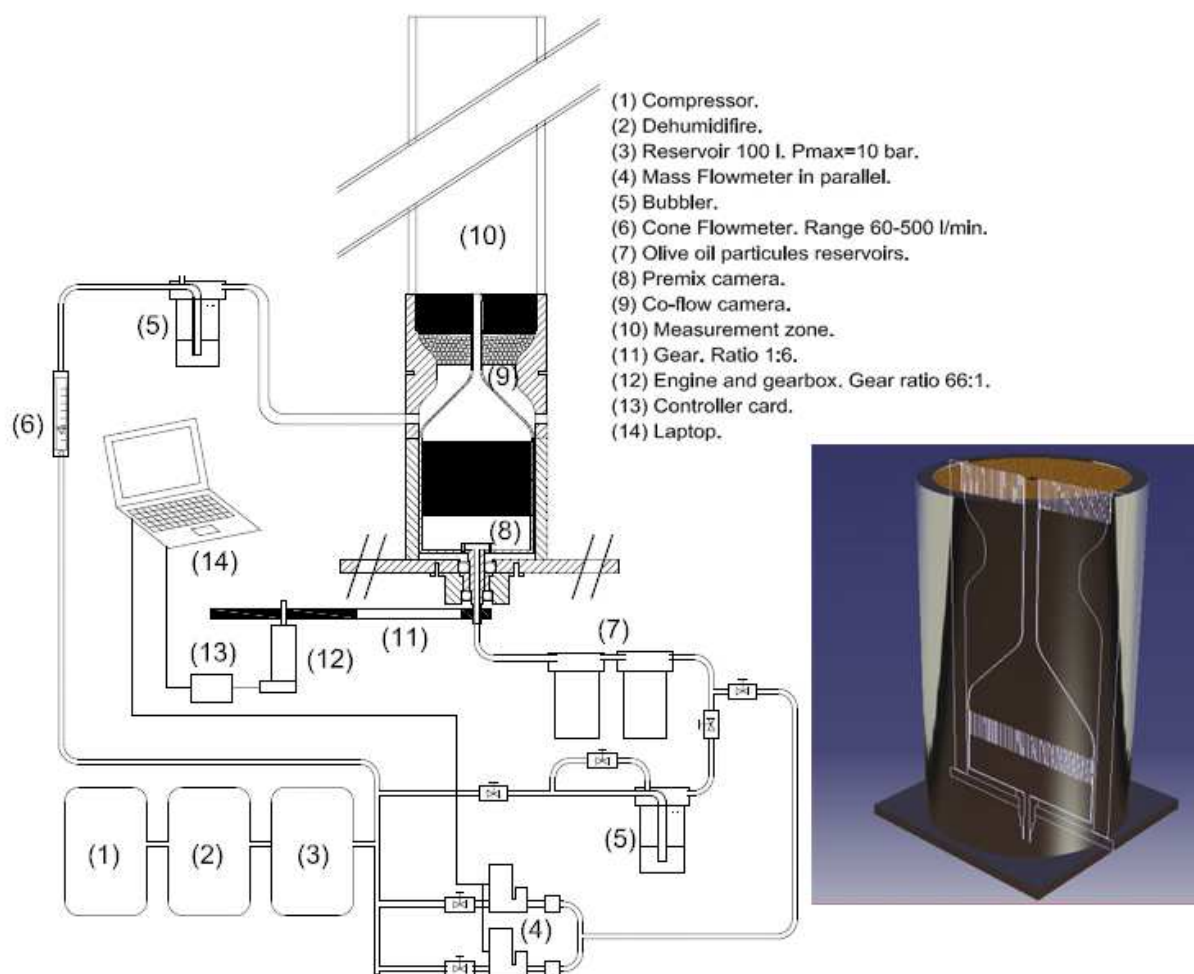


Figura A.3: Sketch of the experimental set up.

(2003) and Shrestha et al (2013)].

Figure A.3 shows a sketch of the experimental set up and a tridimensional image of the section intersecting along the rotational axis of the main part of the experimental device. With this experimental setup we have characterized the structure of the flow for different values of the Reynolds number, swirl parameter and co-flow parameter and the conditions for \mathbf{VB} . Some of these experimental results are summarized in the next section, together with the numerical results.

A.4. Numerical simulation and comparison with experimental results

We sum up here some numerical results obtained with the full Navier-Stokes equations, by means of axisymmetric and tridimensional simulations. The geometry of the model and the mesh has been done using the software *Gambit*[©], and the numerical simulation has been developed in *Fluent*[©], both from *Ansys*[©]. This software solves the Navier-Stokes equations with a finite volume method.

The geometry of the model has been simplified with respect to the experimental set up, but allowing exactly the same boundary conditions of the experiment. The initial conditions have been included to obtain the same velocity profiles. Due to the fact that the Reynolds number has always been below 75, it has been used a laminar flow model.

Figure A.4 shows the comparison between numerical and experimental results of the axial velocity W contours for the case with Reynolds number of 62 ± 0.5 , co-flow $W_O = 0.56$ and different values of the swirl parameter. While the swirl parameter increases, the maximum axial velocity at the axis decreases, due to the pressure drop produced in the axis by the swirl. Thus, figure A.4 (a) and A.4 (b) show how the axial velocity in the axis decreases as the swirl increases. In addition, for $S = 2.49$ [figure A.4 (c)], which corresponds to the critical swirl parameter (S_c) for the onset of **VB**, a good agreement is again found between numerical and experimental results.

Figure A.5 (a) shows a comparison of the axial velocity at the axis obtained numerically (steady state, 3D) and experimentally (*PIV*) for two values of the Reynolds number. One can observe that there is an excellent agreement between the experimental data and the numerical computations till negative values of the axial velocity are reached. After this, there is no agreement because the flows seems to be non steady after the **VB** (the bigger the errorbars in the *PIV* measurements, the bigger the fluctuations). To sum up the relation between of the critical swirl parameter (S_c) against co-flow (W_O) we depict in figure A.5 (b) the final results. In this plot, there are some discrepancies between numerical and experimental results when the same geometry is simulated numerically. It has been also shown in the same figure A.5 (b) how this offset between the values of S_c predicted numerically and those obtained experimentally could be adjusted varying the nozzle thickness in the numerical simulations. Thus, the discrepancy is justified due to the edge effects, that generate a separation of the boundary shear layer.

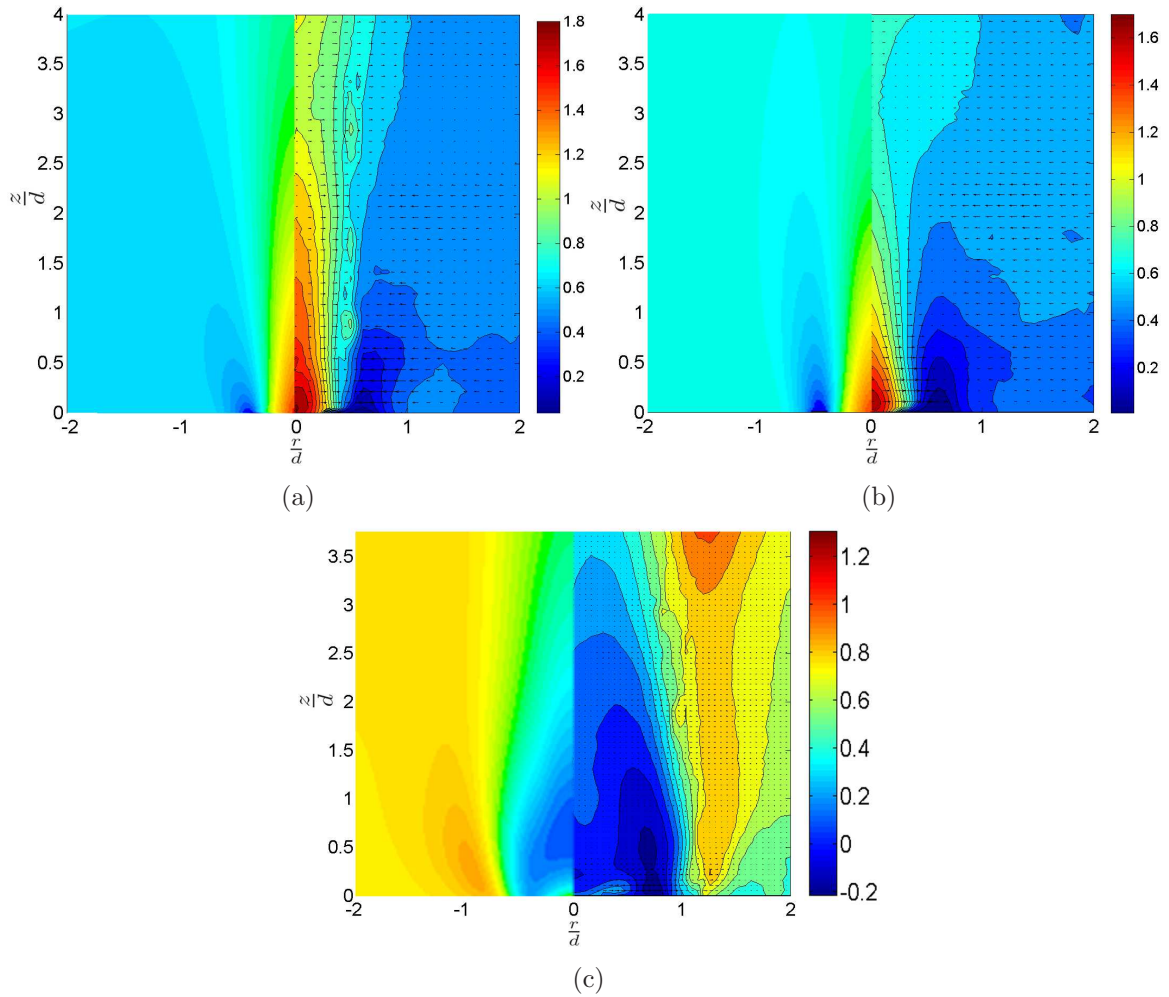


Figura A.4: Numerical/experimental comparison of axial velocity W contours for $Re = 62 \pm 0.5$, $W_O = 0.56$, $S = 0$ (a), $S = 0.81$ (b) and $S = 2.49$ (c). This last value corresponds to a swirl parameter greater than the critical one.

A.5. Combustion

To finish this work, it has been tested reactive flows in the experimental set up. The swirling burner has been tested using propane (density approximately 1.5 times air density) and methane (density approximately 0.5 times air density). Figures A.6 (a), A.6 (b) and A.6 (c) show non-premixed diffusion flames of methane, propane and the mixture of propane/nitrogen respectively. The mixture of 10% of propane and 90% of nitrogen obtains gas with a density similar to air, obtaining a ratio between densities of fuel and co-flow gas of unity. The values of Reynolds number are approximately equal to 70.

Figure A.7 (a) and (b) show the evolution of height and width of propane/nitrogen mixture diffusive flames as the swirl parameter is increased. These experimental results

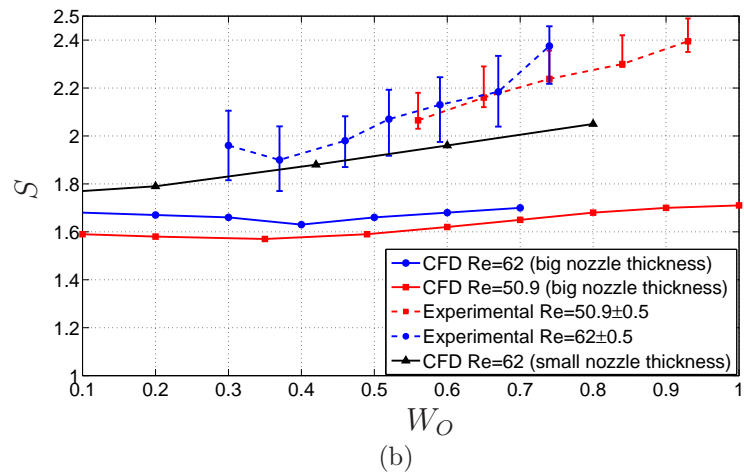
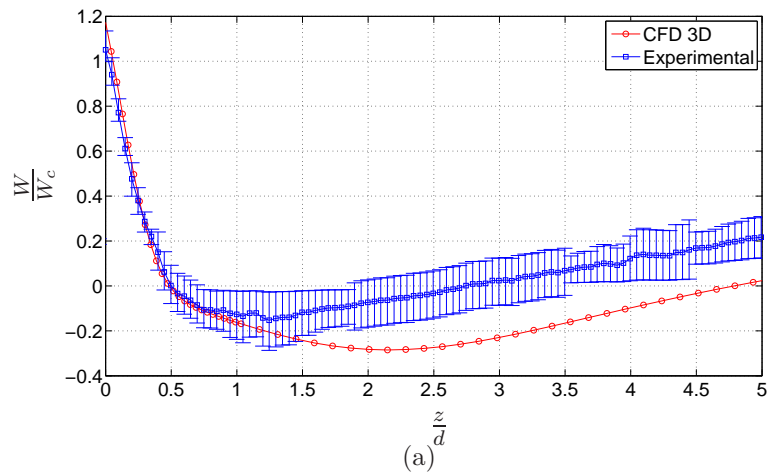


Figura A.5: Numerical/experimental comparison of the evolution of the axial velocity W at the axis for $Re = 50.9 \pm 0.5$ $W_O = 0.47$ and $S = 2.22$ (a), and the evolution of S_c vs W_O for $Re = 50.9 \pm 0.5$ and $Re = 62 \pm 0.5$ (b).

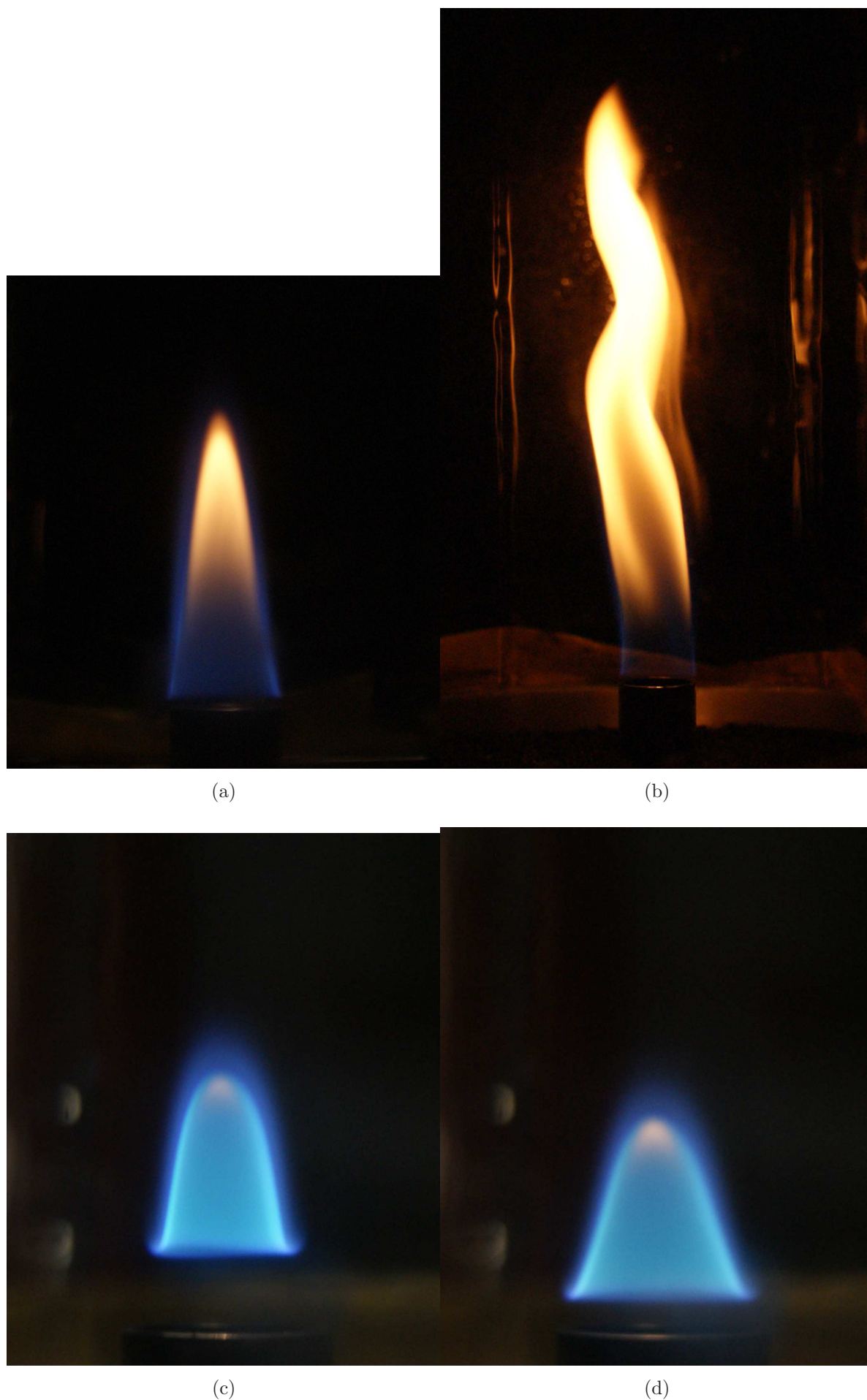


Figura A.6: Combustion of methane without swirl (a), propane with swirl (b), mixture of propane/nitrogen without swirl (c) and mixture of propane/nitrogen with swirl (d).

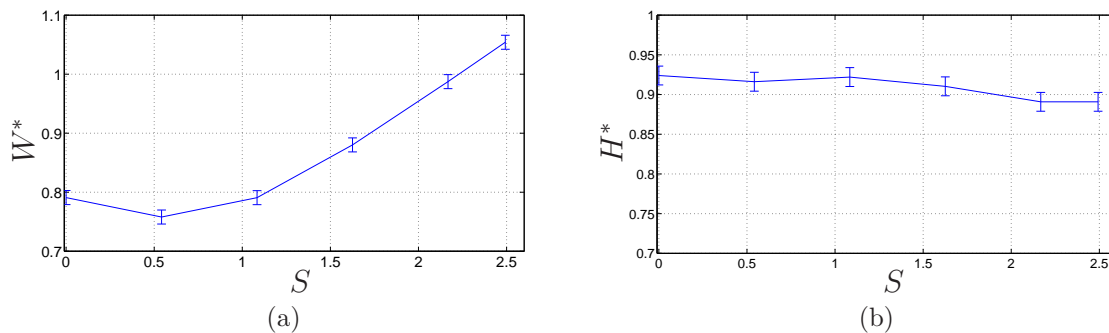


Figure A.7: Variation with S of the dimensionless width (a) and height (b) for a propane/nitrogen mixture flame ($Re \approx 70 \pm 0.5$ and $W_O \approx 0.5$).

show that the height of the flame decreases slightly with S while the width increases for $S \gtrsim 0.5$.

References

- Abramowitz, M. and Stegun, I. A.. *Handbook of mathematical functions*. Dover, New York, 1965.
- Ash, R.L. and Khorrami, M.R. Vortex stability. In S. I. Green, editor, *Fluid vortices*, pages 317–372. Kluwer, Dordrecht (The Netherlands), 1995.
- Benjamin, T. Theory of the vortex breakdown. *J. Fluid Mech.*, **14**, 593–629, 1962.
- Beran, P. and Culik, F. The role of nonuniqueness in the development of vortex breakdown in tubes. *J. Fluid Mech.*, **242**:491–597, 1992.
- Billant, P., Chomaz, J.M. and Huerre, P. Experimental study of vortex breakdown in swirling jets. *J. Fluid Mech.*, **376**:183–219, 1998.
- Buntine, J.D. and Saffman, P.G. Inviscid swirling flows and vortex breakdown. *Proc. R. Soc. Lond. A*, **449**:139–153, 1995.
- Canuto, C. Hussaini, M.Y., Quarteroni, A. and Zang, T.A. *Spectral methods in fluid dynamics*. Springer-Verlag, New York, 1988.
- Darmofal, N.R. Experimental and numerical comparison for axisymmetric vortex breakdown in pipes. *Computers and Fluids*, **24**, 331–351, 1995.
- Delery, J.M. Aspects of vortex breakdown. *Prog. Aero. Sci.*, **30**:1–59, 1997.
- del Pino, C., Ortega-Casanova, J. and Fernandez-Feria, R. Nonparallel stability of the flow in an axially rotating pipe. *Fluid Dyn. Research*, **32**:261–281, 2003.

- Escudier, M.P. Vortex breakdown: observations and explanations. *Prog. Aero. Sci*, 25: 189–229, 1988.
- Fernandez-Feria, R., Fernandez de la Mora, J. and Barrero, A. Solution breakdown in a family of self-similar nearly inviscid axisymmetric vortices. *J. Fluid Mech.*, 305:77–91, 1995.
- Fernandez-Feria, R. and del Pino, C. The onset of absolute instability of rotating Hagen-Poiseuille flow: A spatial stability analysis. *Phys. of Fluids*, 14:3087–3097, 2002.
- Gallaire, F., Rott, S. and Chomaz, J.M. Experimental study of a free and forced swirling jet. *Phys. Fluids*, 16:2907–2917, 2004.
- Gallardo-Ruiz, J.M., del Pino, C. and Fernandez-Feria, R. Quasicylindrical description of a swirling light gas jet discharging into a heavier ambient gas. *Phys. Fluids*, 22:113601 1–18, 2010.
- Gyllenram, W., Nilsson, H. and Davidson, L. On the failure of the quasicylindrical approximation and the connection to vortex breakdown in turbulent swirling flow. *Phys. Fluids*, 19:045108, 2007.
- Hall, M. Vortex breakdown. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 4:195–218, 1972.
- Herrada, M.A., Perez-Saborid, M. and Barrero, A. Vortex breakdown in compressible flows in pipes. *Phys. Fluids*, 15:2208–2218, 2003.
- Ji, J. and Gore, J.P. Flow structure in lean premixed swirling combustion. In *Proceedings of the Combustion Institute*, volume 29, pages 861–867. Elsevier, Amsterdam, 2002.
- Keller, J.J. On the practical application of vortex breakdown theory to axially axisymmetrical and three-dimensional compressible flows. *Phys. Fluids*, 6:1515–1523, 1994.
- Lefebvre, A.H. *Gas turbine combustion, 2nd ed.* Taylor and Francis, New York, 1999.
- Leibovich, S. The structure of vortex breakdown. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 10:221–346, 1978.
- Liang, H.Z. and Maxworthy, T. An experimental investigation of swirling jets. *J. Fluid Mech.*, 525:115–159, 2005.
- Loiseleux, T. and Chomaz, J.M. 2003. Breaking of rotational symmetry in a swirling jet experiment. *Phys. Fluids*, **15(2)**, 511–523.
- Ludwig, H. 1951. Die ausgebildete Kanalströmung in einem rotierenden System. *Ingenieur-Archiv.*, 4-5:296–308, 1951.
- Mahesh, K. A model for the onset of breakdown in an axisymmetric compressible vortex. *Phys. Fluids*, 8:3338–3345, 1997.

Meliga, P. and Gallaire, F. Control of axisymmetric vortex breakdown in a constricted pipe: Nonlinear steady states and weakly nonlinear asymptotic expansions. *Phys. Fluids*, 23:084102, 2011.

Oberleithner, K. Sieber, M. Nayeri, C.N., Paschereit, C.O., Petz, C., Hege, H.C., Noack, B.R. and Wygnanski, I. Three-dimensional coherent structures in a swirling jet undergoing vortex breakdown: stability analysis and empirical mode construction. *J. Fluid Mech.*, 679:383–414, 2011.

Panda, J. and Maclaughlin, D.K. Experiments on the instabilities of a swirling jet. *Phys. Fluids*, 6:263–276, 1994.

Perez-Saborid, M., Herrada, M.A., Gomez-Barea, A. and Barrero, A. Downstream evolution of unconfined vortices: Mechanical and thermal aspects. *J. Fluid Mech.*, 471:51–70, 2002.

Revuelta, A., Sánchez, A.L. and Liñán, A. The virtual origin as a first-order correction for the far-field description of laminar jets. *Phys. Fluids*, 14:1821, 2002.

Revuelta, A. On the axisymmetric vortex breakdown of a swirling jet entering a sudden expansion pipe. *Phys. Fluids*, 16:3495–3498, 2004.

Revuelta, A., Sánchez, A.L. and Liñán, A. The quasi-cylindrical description of submerged laminar swirling jets. *Phys. Fluids*, 16:848–851, 2004a.

Revuelta, A., Sánchez, A.L. and Liñán, A. Confined swirling jets with large expansion ratios. *J. Fluid Mech.*, 508:89–98, 2004b.

Rosner, D.E. *Transport processes in chemically reacting flow systems*. Butterworth-Heinemann, Boston, 1986.

Ruith, M.R., Chen, P., Meiburg, E. and Maxworthy, T. Three-dimensional vortex breakdown in swirling jets and wakes: direct numerical simulation. *J. Fluid Mech.*, 486:331–378, 2003.

Rusak, Z. and Lee, J.H. The effect of compressibility on the critical swirl of vortex breakdown in a pipe. *J. Fluid Mech.*, 461:301–319, 2002.

Sánchez, A.L., Vera, A. and Liñán, A. Exact solutions for transient mixing of two gases of different densities. *Phys. Fluids*, 19:078102, 2006.

Sánchez-Sanz, M., Rosales, M. and Sánchez, A.L. The hydrogen laminar jet. *Int. J. Hydrog. Energy*, 35:3919–3927, 2010.

- Sanmiguel-Rojas, E., Burgos, M.A., del Pino, C. and Fernandez-Feria, R. Three-dimensional structure of confined swirling jets at moderately large Reynolds numbers. *Phys. Fluids*, 20:044104, 2008.
- Sarpkaya, T. On stationary and travelling vortex breakdown. *J. Fluid Mech.*, **45**, 545–559, 1971.
- Sarpkaya, T. Effect of the adverse pressure gradient on vortex breakdown. *AIAA Journal*, **12**, 602–607, 1974.
- Schlichting, H. Laminare Strahlausbreitung. *Z. angew. Math. Mech. (ZAMM)*, 13:260–263, 1933.
- Schlichting, H. *Boundary layer theory*. McGraw-Hill, New York, 7th edition, 1987.
- Shrestha, K., Parras, L., del Pino, C., Sanmiguel Rojas, E. and Fernandez-Feria, R. Experimental evidence of convective and absolute instabilities in rotating Hagen-Poiseuille flow. *J. of Fluid Mech.*, Accepted, 2013.
- Toh, I.K., Honnery, D. and Soria, J. Axial plus tangential entry swirling jet *Exp. in Fluids*, 48:309–325, 2010.
- Wang, S. and Rusak, Z. The dynamics of swirling flows in a pipe and transition to axisymmetric vortex breakdown. *J. Fluid Mech.*, 340:177–223, 1997.

Apéndice B

Conclusions of the doctoral thesis.

This work deals with the theoretical analysis, numerical simulations and experimental tests of the three dimensional structure of swirling flows discharging onto a quiescent atmosphere through a sudden expansion, with an axial co-flow.

From the theoretical point of view, the study of a light, non-reactive, jet discharging onto a heavier gas ambient has been carried out by means of a Matlab code. The behavior of a light jet has been compared with a heavier one. Thus, we have considered the case of density ratio between the jet and the ambient gas of $\epsilon = 0.07$, corresponding to a Hydrogen-Air mixture, and we have compared these results with those for the homogeneous, single-species jet case ($\epsilon = 1$). We focus our study on the critical swirl parameter S_C . This is defined as the minimum value of the rotation at which the vortex breakdown phenomenon, **VB**, appears. To that end, a quasi-cylindrical approximation of the conservation equations, valid for high Reynolds numbers, has been used. To start the numerical integration of these equations we have developed a general self-similar solution that is valid close to the jet exit. The onset of the **VB** was characterized by the failure of the quasi-cylindrical approximation because only positive axial velocities are allowed. The theoretical results showed that the **VB** was achieved for a light gas introducing a value of the swirl parameter higher than for the homogeneous discharge. This is explained by the larger axial gradient of the pressure at the axis near the flow exit due to the increasing axial momentum outside the jet, so that **VB** was reached for a smaller value of the swirl. In the case of a light swirling jet ($\epsilon \ll 1$), the critical swirl for vortex breakdown was generally larger than in the case of an homogeneous jet ($\epsilon = 1$). This is explained by the fact that the swirl was less effective in creating the abrupt axial gradient of the pressure drop near the axis that precedes **VB** as the swirl S increases when the relative mass of the jet was smaller, so that one needed a larger swirl intensity to reach the appropriate axial pressure gradient for breakdown in the light gas jet case. Furthermore, the co-flow

W_O has been varied from a value near zero to 1.35, and the Mach number Ma from 0 to 0.5. We found that there is a relationship between the value of the axial co-flow W_O and the critical swirl parameter S_c . In all the cases considered the critical swirl S_c decreases as the co-flow W_O increases till $W_O \approx 1$. For $W_O \gtrsim 1$, the opposite effect of axial co-flow dominates, and S_c becomes slightly smaller for $\epsilon \ll 1$ than for $\epsilon = 1$. Finally, the effect of compressibility (Ma) was always to diminish S_c due to the abrupt temperature rise near the jet exit when S was high enough, which enhances the axial pressure rise at the flow exit and makes the swirling jet more susceptible to **VB**. This last result was in qualitative agreement with previous ones for compressible (shock-free) **VB** in different types of vortices.

On the other hand, the axisymmetric and three-dimensional numerical simulations have been carried out using the software *Ansys – Fluent*©. The cases have been compared with those obtained experimentally, and for Reynolds numbers lower than 75. During the numerical simulations, we did not notice any three-dimensional effect in the flow, so the **VB** structures were always axisymmetric in all the cases studied. The tendency of the critical swirl parameters was similar to the theoretical one for low values of the axial co-flow, so S_C decreases as the W_O increases. However, there was a minimum value of S_c , for a certain value of the axial co-flow, W_O . This change the inviscid tendency, so S_c increases with W_O . This fact is due to the relevant effect of the viscosity in the shear layer for high values of the axial co-flow.

We have designed and built an experimental set up, which allowed the variation of the rotational velocity of the nozzle, the flow rate of the jet, the flow rate of the axial co-flow and the density ratio between the species, independently. Thanks to this experimental set-up we were able to study the same cases of the numerical simulations, obtaining the same data for the relationship between S_c and W_O . The quantitative information of the discharge of non-reactive flows has been obtained by the *PIV* and *LDA* technics, adding micro-drops of olive oil. Flow visualizations were also obtained successfully and the showed almost an axisymmetric structure of the **VB**. To finish this section, we paid our attention on the comparison of the experimental and the numerical data of the critical swirl parameters. We found a small disagreement between the numerical and the experimental results. This was later explained with the thickness of the wall of the nozzle. The greater of the thickness of the nozzle in the numerical simulation, the bigger the azimuthal velocity was at the exit of the jet. Therefore, the numerical value of the critical swirl parameter S_c was lower than the experimental one. Reducing the thickness of the wall of

the nozzle in the numerical simulations, we obtained similar results to the experimental ones.

Finally, this experimental set-up was made with materials that allow high temperature atmosphere, so reactive flow (flames) were also analyzed. We have carried out a brief qualitative study of swirling reactive flows with axial co-flow (air) to observe the effect of the rotation in combustion processes. We reported the effect produced by the swirl in laminar diffusive flames of methane, propane and a mixture of 90 % of propane and 10 % of nitrogen (obtaining a density ratio with air approximately unity). We also checked the lack of symmetry in swirling laminar diffusion flames.

Bibliografía

- Abramowitz, M. y Stegun, I. A.. *Handbook of mathematical functions*. Dover, New York, 1965.
- Ash, R.L. y Khorrami, M.R. Vortex stability. In S. I. Green, editor, *Fluid vortices*, pages 317–372. Kluwer, Dordrecht (The Netherlands), 1995.
- Benjamin, T. Theory of the vortex breakdown. *J. Fluid Mech.*, **14**, 593–629, 1962.
- Beran, P. y Culik, F. The role of nonuniqueness in the development of vortex breakdown in tubes. *J. Fluid Mech.*, 242:491–597, 1992.
- Billant, P., Chomaz, J.M. y Huerre, P. Experimental study of vortex breakdown in swirling jets. *J. Fluid Mech.*, 376:183–219, 1998.
- Brown, G. L. y Lopez, J.M. Axisymmetric vortex breakdown. Part 2. Physical mechanisms. *J. Fluid Mech.*, 221:553–576, 1990.
- Buntine, J.D. y Saffman, P.G. Inviscid swirling flows and vortex breakdown. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 449:139–153, 1995.
- Canuto, C. Hussaini, M.Y., Quarteroni, A. y Zang, T.A. *Spectral methods in fluid dynamics*. Springer-Verlag, New York, 1988.
- Darmofal, N.R. Experimental and numerical comparison for axisymmetric vortex breakdown in pipes. *Computers and Fluids*, **24**, 331–351, 1995.
- Delery, J.M. Aspects of vortex breakdown. *Prog. Aero. Sci*, 30:1–59, 1997.
- del Pino, C., Ortega-Casanova, J. y Fernandez-Feria, R. Nonparallel stability of the flow in an axially rotating pipe. *Fluid Dyn. Research*, 32:261–281, 2003.
- del Pino, C., Parras L., Felli M. y Fernandez-Feria Structure of trailing vortices: Comparison between particle image velocimetry measurements and theoretical models *Phys. of Fluids*, 23:013602, 2011.

- Escudier, M.P. Vortex breakdown: observations and explanations. *Prog. Aero. Sci.*, 25: 189–229, 1988.
- Fernandez-Feria, R., Fernandez de la Mora, J. y Barrero, A. Solution breakdown in a family of self-similar nearly inviscid axisymmetric vortices. *J. Fluid Mech.*, 305:77–91, 1995.
- Fernandez-Feria, R. y del Pino, C. The onset of absolute instability of rotating Hagen-Poiseuille flow: A spatial stability analysis. *Phys. of Fluids*, 14:3087–3097, 2002.
- Gallaire, F., Rott, S. y Chomaz, J.M. Experimental study of a free and forced swirling jet. *Phys. Fluids*, 16:2907–2917, 2004.
- Gallardo-Ruiz, J.M., del Pino, C. y Fernandez-Feria, R. Quasicylindrical description of a swirling light gas jet discharging into a heavier ambient gas. *Phys. Fluids*, 22:113601 1–18, 2010.
- Görtler, H. Decay of swirl in an axially symmetrical jet far from the orifice. *Revista Math. Hisp.-Amer.*, 14:143–178, 1954.
- Gyllenram, W., Nilsson, H. y Davidson, L. On the failure of the quasicylindrical approximation and the connection to vortex breakdown in turbulent swirling flow. *Phys. Fluids*, 19:045108, 2007.
- Hall, M.G. The structure of concentrated vortex cores. In *Progress in Aeronautical Sciences, Vol. 7*, pages 53–110. Pergamon, New York, 1966.
- Hall, M. Vortex breakdown. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 4:195–218, 1972.
- Herrada, M.A., Perez-Saborid, M. and Barrero, A. Vortex breakdown in compressible flows in pipes. *Phys. Fluids*, 15:2208–2218, 2003.
- Huang, R. F. e Yen, S. C. Aerodynamic characteristics and thermal structure of nonpremixed reacting swirling wakes at low Reynolds numbers. *Combustion and Flame.*, 155: 539–559, 2008.
- Huang, Y. e Yang, V. Dynamics and stability of lean-premixed swirl-stabilized combustion. *Prog. Energy. Combust. Sci.*, 35:293–364, 2009.
- Ji, J. y Gore, J.P. Flow structure in lean premixed swirling combustion. In *Proceedings of the Combustion Institute*, 29:pelnaty0 861–867. Elsevier, Amsterdam, 2002.

- Keane, R. D. y Adrian, R. J. Theory of cross-correlation analysis of PIV images. *Applied Sci. Res.*, 49:penalty0 191–215, 1992.
- Keller, J.J. On the practical application of vortex breakdown theory to axially axisymmetrical and three-dimensional compressible flows. *Phys. Fluids*, 6:1515–1523, 1994.
- Latornell, D. J. y Pollard, A. Some observations of shear layer instabilities in laminar flow through axisymmetric sudden expansions. *Phys. Fluids*, 29: 2828, 1986.
- Lefebvre, A.H. *Gas turbine combustion, 2nd ed.* Taylor and Francis, New York, 1999.
- Leibovich, S. The structure of vortex breakdown. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 10:221–346, 1978.
- Lessen, M. On the stability of the free laminar boundary layer between parallel streams. *NACA-R-979*, 1949.
- Liang, H.Z. y Maxworthy, T. An experimental investigation of swirling jets. *J. Fluid Mech.*, 525:115–159, 2005.
- Loiseleux, T. y Chomaz, J.M. 2003. Breaking of rotational symmetry in a swirling jet experiment. *Phys. Fluids*, **15**(2), 511–523.
- Long, R.R. A vortex in an infinite viscous fluid. *J. Fluid Mech.*, 11:611–624, 1961.
- Lucca-Negro, O. y O'Doherty, T. Vortex breakdown: a review. *Prog. Energy Combust. Sci.*, 27:431–481, 2001.
- Ludwig, H. 1951. Die ausgebildete Kanalströmung in einem rotierenden System. *Ingenieur-Archiv.*, 4-5:296–308, 1951.
- Mahesh, K. A model for the onset of breakdown in an axisymmetric compressible vortex. *Phys. Fluids*, 8:3338–3345, 1997.
- Mattner, T.W., Joubert, P.N. y Chong, M.S. 2002. Vortical flow. Part 1. Flow through a constant-diameter pipe. *J. Fluid Mech.*, **463**, 259–291.
- Meliga, P. y Gallaire; F. Control of axisymmetric vortex breakdown in a constricted pipe: Nonlinear steady states and weakly nonlinear asymptotic expansions. *Phys. Fluids*, 23: 084102, 2011.
- Meunier, P. y Leweke, T. Analysis and minimization of errors due to high gradients in particle image velocimetry. *Exp. Fluids*, 35:penalty0 408, (2003).

- Oberleithner, K. Sieber, M. Nayeri, C.N., Paschereit, C.O., Petz, C., Hege, H.C., Noack, B.R. y Wygnanski, I. Three-dimensional coherent structures in a swirling jet undergoing vortex breakdown: stability analysis and empirical mode construction. *J. Fluid Mech.*, 679:383–414, 2011.
- Ortega-Casanova, J., Campos, N. y Fernandez-Feria, R. 2011. Experimental study on sand bed excavation by impinging swirling jets. *J. of Hyd. Res.*, **49(5)**, 601–610.
- Panda, J. y Maclaughlin, D.K. Experiments on the instabilities of a swirling jet. *Phys. Fluids*, 6:263–276, 1994.
- Perez-Saborid, M., Herrada, M.A., Gomez-Barea, A. y Barrero, A. Downstream evolution of unconfined vortices: Mechanical and thermal aspects. *J. Fluid Mech.*, 471:51–70, 2002.
- Raffel, M., Willert, C. y Kompenhans, J. Particle image velocimetry. *Springer*, 1998.
- Revuelta, A., Sánchez, A.L. y Liñán, A. The virtual origin as a first-order correction for the far-field description of laminar jets. *Phys. Fluids*, 14:1821, 2002.
- Revuelta, A., Sánchez A. L. y Liñán, A. Confined Axisymmetric Laminar Jets with Large Expansion Ratios. *J. Fluid Mech.*, 456:319–352, 2002a.
- Revuelta, A. On the axisymmetric vortex breakdown of a swirling jet entering a sudden expansion pipe. *Phys. Fluids*, 16:3495–3498, 2004.
- Revuelta, A., Sánchez, A.L. y Liñán, A. The quasi-cylindrical description of submerged laminar swirling jets. *Phys. Fluids*, 16:848–851, 2004a.
- Revuelta, A., Sánchez, A.L. y Liñán, A. Confined swirling jets with large expansion ratios. *J. Fluid Mech.*, 508:89–98, 2004b.
- Rosner, D.E. *Transport processes in chemiacally reacting flow systems*. Butterworth-Heinemann, Boston, 1986.
- Ruith, M.R., Chen, P., Meiburg, E. y Maxworhy, T. Three-dimensional vortex breakdown in swirling jets and wakes: direct numerical similation. *J. Fluid Mech.*, 486:331–378, 2003.
- Rusak, Z. y Lee, J.H. The effect of compressibility on the critical swirl of vortex breakdown in a pipe. *J. Fluid Mech.*, 461:301–319, 2002.

- Sánchez, A.L., Vera, A. y Liñán, A. Exact solutions for transient mixing of two gases of different densities. *Phys. Fluids*, 19:078102, 2006.
- Sánchez-Sanz, M., Sanchez, A. L. y Liñán, A. Laminar cold jets in high temperature atmospheres. *New Trends in Fluid Mechanics Research*, Tsinghua University Press & Springer, ISBN 978-7-302-15894-3, 2007
- Sánchez-Sanz, M., Rosales, M. y Sánchez, A.L. The hydrogen laminar jet. *Int. J. Hydrog. Energy*, 35:3919–3927, 2010.
- Sanmiguel-Rojas, E., Burgos, M.A., del Pino, C. y Fernandez-Feria, R. Three-dimensional structure of confined swirling jets at moderately large Reynolds numbers. *Phys. Fluids*, 20:044104, 2008.
- Sarpkaya, T. On stationary and travelling vortex breakdown. *J. Fluid Mech.*, **45**, 545–559, 1971.
- Sarpkaya, T. Effect of the adverse pressure gradient on vortex breakdown. *AIAA Journal*, **12**, 602–607, 1974.
- Schlichting, H. Laminare Strahlausbreitung. *Z. angew. Math. Mech. (ZAMM)*, 13:260–263, 1933.
- Schlichting, H. *Boundary layer theory*. McGraw-Hill, New York, 7th edition, 1987.
- Shrestha, K., Parras, L., del Pino, C., Sanmiguel Rojas, E. y Fernandez-Feria, R. Experimental evidence of convective and absolute instabilities in rotating Hagen-Poiseuille flow. *J. of Fluid Mech.*, Accepted, 2013.
- Terradellas, F. y Royuela, O. Gestión centralizada de consumo de gases en laboratorios: una necesidad resuelta mediante caudalímetros máscicos digitales. *Técnicas de Laboratorio*, 299:132–137, 2005
- Toh, I.K., Honnery, D. y Soria, J. Axial plus tangential entry swirling jet *Exp. in Fluids*, 48:309–325, 2010.
- TSI Incorporated Data acquisition, analysis and display software. *TSI Incorporated* 2004.
- Wang, S. y Rusak, Z. The dynamics of swirling flows in a pipe and transition to axisymmetric vortex breakdown. *J. Fluid Mech.*, 340:177–223, 1997.