

**UNIVERSIDAD DE MÁLAGA**  
**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS**  
**INDUSTRIALES**  
**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA Y**  
**MECÁNICA DE FLUIDOS**



**ESTUDIO EXPERIMENTAL DE FLUJOS**  
**CON ROTACIÓN EN CONDUCTOS**

**TESIS DOCTORAL**

**ANTONIO R. MIRANDA BAREA**

**MÁLAGA, 2014**









UNIVERSIDAD  
DE MÁLAGA



ESCUELA TÉCNICA  
SUPERIOR DE  
INGENIERÍA  
INDUSTRIAL

# **ESTUDIO EXPERIMENTAL DE FLUJOS CON ROTACIÓN EN CONDUCTOS**

**Visado en Málaga 2014**

**MEMORIA DE TESIS presentada para aspirar al grado de DOCTOR por la  
Universidad de Málaga**

**Firmado: ANTONIO R. MIRANDA BAREA**

**DIRECTORES**

**Dr. D. Carlos del Pino Peñas**

**Dr. D. Luis Parras Anguita**



Los doctores D. Carlos del Pino Peñas y D. Luis Parras Anguita del Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecánica de Fluidos de la Universidad de Málaga

### CERTIFICAN

Que D. Antonio R. MIRANDA BAREA ha realizado bajo nuestra dirección la Tesis Doctoral titulada ESTUDIO EXPERIMENTAL DE FLUJOS CON ROTACIÓN EN CONDUCTOS que se recoge en la presente memoria, cumpliendo todos los requisitos legales para optar al grado de DOCTOR, por lo que autorizan su lectura y defensa pública en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de la Universidad de Málaga.

Y para que así conste y surta los efectos oportunos, firman el presente certificado en Málaga a 5 de Noviembre de 2014.

Dr. D. Carlos del Pino Peñas

Dr. D. Luis Parras Anguita





## **Agradecimientos**

En primer lugar, agradezco sinceramente a los doctores Carlos del Pino Peñas y Luis Parras Anguita, directores de esta Tesis por haber confiado en mí para la realización de este trabajo y, muy especialmente, por sus enseñanzas, dedicación y colaboración permanente durante todo el desarrollo, ya que sin su ayuda esta Tesis no hubiera sido posible. Al primero, además, quiero extender mi reconocimiento por su amistad y compañerismo durante la carrera y en el período de prácticas en la Gerencia Municipal de Urbanismo del Excmo. Ayuntamiento de Málaga.

En segundo lugar, vaya también mi agradecimiento por su estimable ayuda y por la cesión de materiales a D. Borja Martínez Arias y a D. Carlos Fabrellas García. También a D. José Francisco Velázquez Navarro siempre dispuesto a prestarme su ayuda en todo momento y al Técnico de Laboratorio D. Sergio Pinazo Ortega. Por extensión, al Área de Mecánica de Fluidos del Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecánica de Fluidos de la Universidad de Málaga por haber facilitado la utilización de todas las instalaciones y al profesor Dr. D. Ramón Fernández Feria por haberme iniciado con su docencia en la Mecánica de Fluidos.

En tercer lugar pero no por menos importante, mi agradecimiento infinito a mis padres por haberme facilitado el largo camino para optar al máximo grado académico, por sus continuos desvelos, incondicional apoyo y sus permanentes dosis de ánimos.



*What is a friend?*

*A single soul dwelling in two bodies.*

(Aristotle, Diogenes Laertius)



a Eva y ...



## Abstract

The present experimental thesis deals with the instabilities appearing in circular pipe flows with a superimposed rigid rotation. Special attention is given to the unstable states that appear when a completely developed Hagen-Poiseuille flow is subjected to a rigid body rotation (RHPF) while discharging into a greater diameter static pipe (sudden expansion of aspect ratio 1:8). These flows were analyzed theoretically in Fernandez-Feria and del Pino (2002), and numerically in Sanmiguel-Rojas and Fernandez-Feria (2005) in a pipe flow, and the unstable states in the sudden expansion were also analyzed numerically in Sanmiguel-Rojas et al. (2008). Three experimental tests support this thesis. First, the transition between the convectively and absolutely unstable states are characterized experimentally by means of spin-down motions, and thus visualizing the effect of the traveling wave propagation upstream to the conduct inlet region. This new experimental methodology is proposed to know the spatio-temporal evolution for a given initial unstable state, finding an excellent agreement for the transition between convectively and absolutely unstable flows. Second, the transition from an unstable laminar flow into a practically turbulent state is formed by increasing the value of the swirl parameter. The main objective is to know what happens at the conduct inlet area especially in the unexplored region of high angular velocity values within the absolute instability region. As the transition cannot be visualized, a frequency analysis by means of Bi-dimensional Fourier Fast Transform (*FFT-2D*) was performed to check the existence of oscillations at the inlet region and thus to characterize this flow transition between unstable states. As a consequence of the stability analyses, a new state named time-dependent has been characterized. This new state has the same trend as the absolute instability: the greater the Reynolds number, the lower the swirl parameter required to reach the time-dependent state. Third, flow visualizations allow us to observe hydrodynamic instabilities of a RHPF discharging into a sudden expansion and their likely relationship with the vortex breakdown phenomenon is also considered. The interest of the topic stems in the fact that the transition of numerical solutions had already been found and characterized by means of simulations in the same geometric

configuration. The experimental results successfully include all the numerical transitions [Sanmiguel-Rojas et al. (2008)] and relate the onset of the absolute instabilities theoretically predicted in Fernandez-Feria y del Pino (2002) to the transient vortex breakdown. The results also show when the 3D instabilities are present in the sudden expansion in a ( $Re$ - $S$ )-plane. These experimental data are in excellent agreement with the numerical simulations and account for the tendency in which this transition was found. However, the experimental information has allowed us to distinguish two different types of pulsating unstable structures which share the same perturbing nature of a shear flow: one travels downstream of the expansion whereas the other interacts with the boundary layer which is found in the joint of the two conducts. Lastly, a new transitional state has been found evolving from convectively unstable flows to absolute instabilities in the form of unstable vortex breakdown. The new state is termed pulsating vortex breakdown.



# Índice general

Índice general.....	11
Capítulo 1. Introducción. ....	15
1.1. Preliminares. Antecedentes y motivación.....	15
1.2. Descripción del flujo en conductos con rotación.....	16
1.2.1. Ecuaciones de conservación. Número de Reynolds.....	16
1.2.2. Flujo laminar. ....	17
1.2.3. Efecto de entrada. Parámetro de giro. ....	18
1.3. Nociones preliminares de estabilidad. ....	20
1.3.1. Introducción a la estabilidad hidrodinámica. ....	21
1.3.2. Ondas espacio-temporales.....	22
1.3.3. Transformada Rápida de Fourier (FFT).....	22
1.3.4. Velocidad de fase y de grupo. ....	24
1.3.5. Estabilidad lineal.....	26
1.3.5.1. Estabilidad espacial y temporal.....	26
1.3.5.2. Inestabilidades convectivas y absolutas. ....	27
1.4. Descripción de los contenidos de la tesis.....	29
Capítulo 2. Montaje experimental. ....	31
2.1. Introducción. ....	31
2.2. Descripción general de la instalación experimental.....	32
2.3. Componentes de la instalación.....	33
2.3.1. Estructura soporte de aluminio.....	35
2.3.2. Tubos de metacrilato. ....	35
2.3.3. Depósito remansador.....	37
2.3.4. Depósitos de acumulación.....	39
2.3.5. Depósito de tinta e inyectores. ....	41
2.3.6. Tuberías.....	41

2.3.7. Bomba de agua. ....	42
2.3.8. Motor de corriente continua y controladora. ....	43
2.3.9. Caudalímetros, probeta graduada y cronómetro. ....	45
2.3.10. Termómetro digital. ....	45
2.3.11. Láser. ....	46
2.3.12. Cámara de video y cámara digital de fotos. ....	47
2.3.13. Lámparas halógenas. ....	47
2.3.14. Aditivos para visualizar. ....	48
2.3.14. Calibración de la velocidad del motor. ....	48
2.4. Interfaz gráfica programada con Matlab©. ....	49
Capítulo 3. Parada parcial o súbita en un flujo de Hagen-Poiseuille con rotación .	51
3.1. Introducción. ....	51
3.2. Resultados y discusión. ....	54
3.2.1. Resultados en el plano $Re-S$ . ....	54
3.2.2. Visualizaciones en la región de entrada. ....	55
3.2.3. Cuantificación de las visualizaciones del flujo. ....	59
3.2.4. Discusión de los resultados. ....	61
3.3. Conclusiones. ....	62
Capítulo 4. Inestabilidades no lineales en la entrada de un conducto con rotación.	65
4.1. Introducción. ....	65
4.2. Resultados y discusión. ....	67
4.3. Conclusiones. ....	77
Capítulo 5. Flujo con giro descargando en una expansión brusca. ....	79
5.1. Introducción. ....	79
5.2. Modificaciones al montaje experimental y procedimiento. ....	82
5.3. Descripción experimental y análisis. ....	83
5.3.1. Flujo estable (sector I). ....	86
5.3.2. Flujo convectivamente inestable (sector II). ....	87
5.3.3. Inestabilidad en la expansión (sector III). ....	89
5.3.3.1. Visualizaciones del flujo. ....	89

---

5.3.3.2. Cuantificación de las visualizaciones del flujo. ....	93
5.3.4. Rotura de vórtice estable (sector IV) .....	97
5.3.5. Rotura de vórtice inestable (sector V).....	98
5.4. Conclusiones. ....	101
Capítulo 6. Conclusiones finales. ....	103
6.1. Contribuciones de la tesis. ....	103
6.2. Trabajos futuros relacionados directamente con la tesis.....	105
Anexo I. Análisis de errores. ....	107
A.I.1. Tipos de errores. ....	107
A.I.2. Descripción de errores. . ....	109
A.I.3. Errores de medida. ....	110
Bibliografía .....	113



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Preliminares. Antecedentes y motivación

La presente tesis es una continuación de estudios de investigación ya realizados por miembros del Área de Mecánica de Fluidos de la Universidad de Málaga sobre las inestabilidades que aparecen en los flujos con giro intenso en conductos de sección constante; es decir, flujos que poseen una importante componente de velocidad en la dirección acimutal además de la componente axial de la velocidad en la dirección del movimiento. La estabilidad de este flujo ya fue analizado teóricamente en Fernández-Feria y del Pino (2002) y numéricamente en Sanmiguel-Rojas y Fernández-Feria (2005). Además, se analizarán los estados inestables que aparecen cuando el flujo desarrollado con una rotación como sólido rígido descarga en un conducto estático de mayor diámetro (expansión brusca, con relación de diámetros 1:8). Esta configuración también fue analizada numéricamente en Sanmiguel-Rojas et al. (2008). El estudio experimental presentado en esta tesis se realiza gracias a las modificaciones realizadas en el montaje existente en el laboratorio de Aerodinámica de vehículos de la Universidad de Málaga [véase el montaje original en Shrestha et al. (2013)]. Por consiguiente, es patente que existen numerosas aportaciones dentro del grupo de investigación en el que se desarrolla la tesis, y que van a ser complementadas mediante el análisis cualitativo y cuantitativo de las visualizaciones directas del flujo.

Existen tres tipos de ensayos experimentales que dan soporte a esta tesis. En primer lugar, se caracteriza el inicio de inestabilidades absolutas en un conducto con rotación mediante una novedosa metodología experimental basada en la parada parcial o total del giro. Este aspecto viene motivado por la complejidad experimental que existe para encontrar un

método fiable que detecte la transición de un flujo convectivo y absolutamente inestable<sup>1</sup> en un conducto con giro de sección constante. En segundo lugar, se pretende conocer qué le ocurre a la entrada del conducto en la inexplorada región de altos valores de la velocidad angular dentro de la zona de inestabilidad absoluta. Este estudio viene motivado por la transición de flujo laminar inestable a otro prácticamente turbulento mediante la única acción del aumento del giro. Por último, el análisis de las inestabilidades hidrodinámicas observadas mediante visualizaciones directas de un flujo con giro intenso que descarga en una expansión brusca, así como su posible relación con el fenómeno de la rotura de vórtice inestable. Esta temática tiene gran interés ya que se habían encontrado y caracterizado con anterioridad la transición de soluciones numéricas mediante simulaciones en la misma configuración geométrica. Con el trabajo experimental desarrollado en esta tesis se les va a dar validez a las simulaciones mediante estados experimentales, aportando además dos estados inestables que no habían sido caracterizados en detalle.

Finalmente, se ha de destacar que cada uno de los capítulos de esta tesis tendrá su propia sección de introducción. Ésta concretará el estudio de investigación realizado y la revisión del estado de la cuestión en relación a la temática específica de investigación. A continuación se describirán, a modo de resumen, algunos conceptos y los parámetros adimensionales que se usan en el trabajo experimental desarrollado a lo largo de esta tesis, junto con algunas nociones sobre estabilidad hidrodinámica.

## **1.2. Descripción del flujo en conductos con rotación**

### **1.2.1. Ecuaciones de conservación. Número de Reynolds**

Para describir el flujo se utilizarán las ecuaciones de Navier-Stokes para flujos incompresibles en su forma adimensional, ya que el fluido de trabajo que se va a utilizar es agua. En esta sección se describirán brevemente las ecuaciones para motivar la presencia del parámetro adimensional que se utilizará posteriormente en los ensayos experimentales. En la ecuación de conservación de la masa en estado estacionario solamente aparece el término convectivo, que refleja que el fluido es incompresible:

---

<sup>1</sup> En la sección 1.3.5.2. se darán las nociones básicas para entender los conceptos de inestabilidad convectiva y absoluta.

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0, \quad (1.1)$$

donde  $\vec{v}$  es la velocidad adimensional del fluido.

$$\vec{v} = \frac{\vec{v}^*}{W_0},$$

siendo  $\vec{v}^* = (u_r^*, u_\theta^*, u_z^*)$  el campo de velocidad dimensional y  $W_0$  la velocidad en el eje del conducto para un flujo de Hagen-Poiseuille.

En cuanto a la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento, ésta viene dada por:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla \vec{v}) = -\nabla p_r + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{v}. \quad (1.2)$$

Esta última indica que la suma del término temporal y el término convectivo es igual a la suma de los esfuerzos de presión y viscosos. Siendo  $t$  el tiempo adimensional,  $p_r$  la presión reducida adimensional y  $Re$  el número de Reynolds, definido como el cociente entre fuerzas de inercia y fuerzas viscosas:

$$Re = \frac{\rho W_0 R}{\mu} = \frac{W_0 R}{\nu} = \frac{4Q}{\pi d \nu}, \quad (1.3)$$

$\rho$  es la densidad,  $\mu$  la viscosidad dinámica,  $\nu$  es la viscosidad cinemática,  $Q$  el caudal y  $d$  es el diámetro interno del conducto a estudiar (siendo el radio,  $R=d/2$ ).

Por último, destacar que no se incluye la ecuación de conservación de la energía al ser aproximadamente constante la temperatura en nuestro sistema objeto de estudio experimental.

### 1.2.2. Flujo laminar

Teniendo en cuenta que se va a realizar la presente tesis en un régimen mayoritariamente laminar, se debe definir cómo se comporta el flujo y los posibles efectos que experimentalmente pueden aparecer. En primer lugar, un flujo a través de un conducto circular de sección uniforme en régimen laminar se conoce como flujo de Hagen-

Poiseuille. Este tipo de flujos se caracterizan porque predominan en él las fuerzas viscosas, formando en consecuencia un perfil de velocidad axial parabólico (y axilsimétrico) en cuanto se desarrolla completamente, con una velocidad máxima en el eje y velocidad nula en las paredes del conducto como se puede ver en la figura 1.1. Este perfil de velocidad axial adimensional depende del radio adimensional ( $r=r^*/R$ , siendo  $r^*$  el radio dimensional) del conducto de la siguiente manera:

$$u_z = (1 - r^2). \quad (1.4)$$

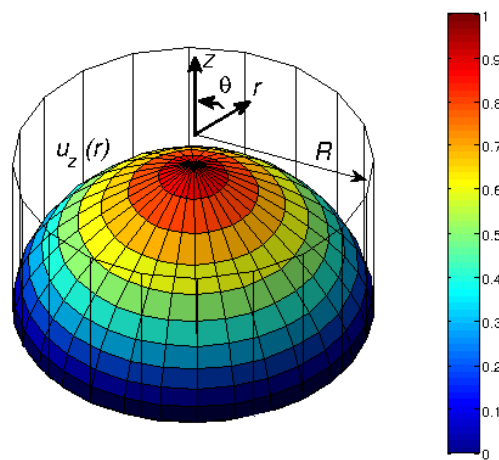


Figura 1.1. Esquema del perfil de velocidad de un flujo de Hagen-Poiseuille en coordenadas cilíndricas, en un conducto de radio  $R$ .

### 1.2.3. Efecto de entrada. Parámetro de giro

Los flujos en conductos con rotación suelen ser no paralelos por dos efectos: por un lado, el desarrollo de la componente axial de la velocidad a medida que el flujo se desarrolla aguas abajo; y por otro lado, por la aplicación de un giro súbito en el conducto cuando el flujo proviene de una tobera convergente estática. Estos dos efectos tendrán lugar en nuestro montaje experimental.

En relación al desarrollo de la componente axial de la velocidad, y para valores moderados del número de Reynolds, existe una zona en la que predomina el denominado "efecto de entrada". En esta parte del dominio espacial, localizada en la región de entrada del conducto de sección constante y circular, el fluido entra con un núcleo con perfil de velocidad uniforme y un pequeño efecto de la viscosidad en los bordes. A medida que



avanza en el conducto, se va desarrollando la capa límite donde la viscosidad sí es importante, con una gran caída de presión, hasta que se desarrolla completamente el perfil parabólico de Hagen-Poiseuille. Todo este proceso se representa de forma esquemática en la figura 1.2.

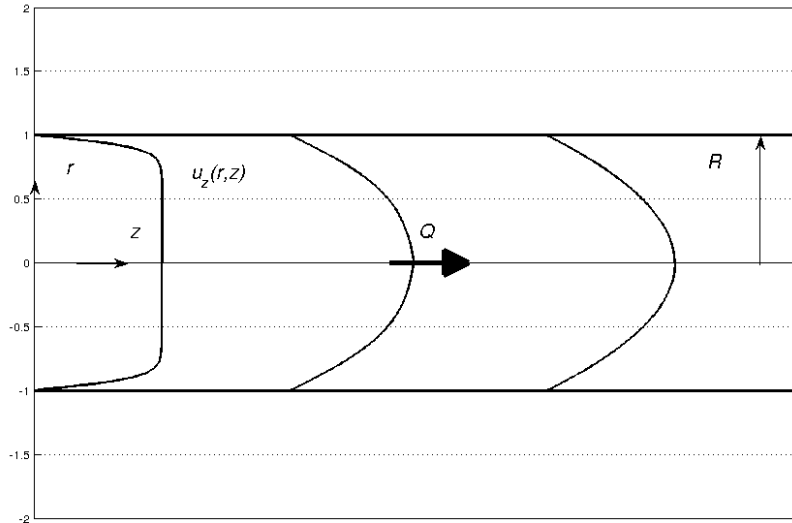


Figura 1.2. Esquema del efecto de entrada en un flujo de Hagen-Poiseuille.

La longitud adimensional de este efecto de entrada, se encuentra que experimentalmente depende del número de Reynolds que tenga el flujo, según el criterio dado por Christiansen & Lemmon (1965):

$$\frac{L_e}{D} \approx 0,06Re. \quad (1.5)$$

Otro parámetro adimensional utilizado en esta tesis doctoral es el denominado parámetro de giro  $S$  (o inverso del número de Rossby). Para el flujo en un conducto circular de sección uniforme se define como:

$$S = \frac{\Omega d/2}{W_o} = \frac{\Omega \pi d^3}{16Q}, \quad (1.6)$$

donde  $\Omega$  es la velocidad angular en rad/s. Al igual que para el caso del flujo de Hagen-Poiseuille simple, a medida que el flujo avanza en la longitud axial, se va desarrollando

también el perfil de velocidad acimutal del movimiento de rotación, tal y como se representa de forma esquemática en la figura 1.3.

Según el criterio descrito en Pedley (1969), existe una longitud mínima adimensional del conducto con giro para que un flujo de Hagen-Poiseuille con una rotación como sólido rígido se desarrolle completamente, partiendo de un flujo uniforme sin giro. Esta longitud queda definida en función del número de Reynolds y el parámetro de giro como:

$$\frac{L_d}{R} = \max\{ReS, Re\}. \quad (1.7)$$

Por lo tanto, al tener una longitud finita en el conducto del montaje experimental, existen limitaciones que serán discutidas posteriormente en relación a los parámetros adimensionales  $Re$  y  $S$  que se pueden explorar.

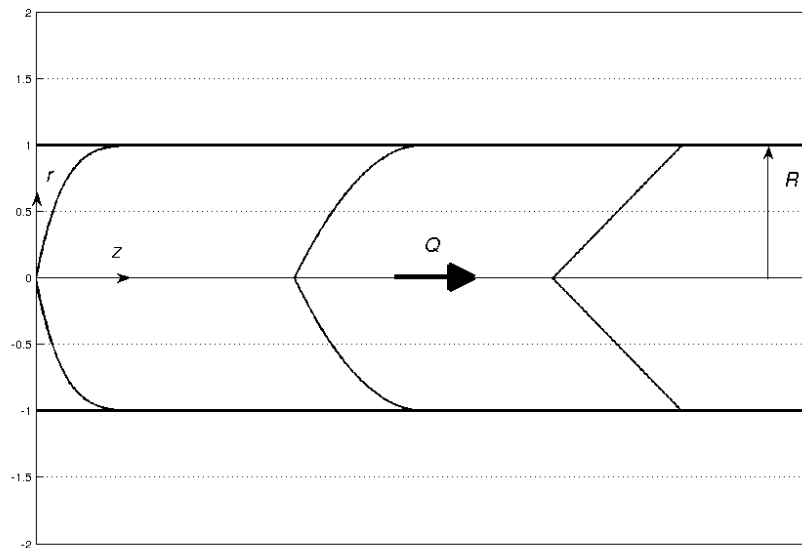


Figura 1.3. Esquema del desarrollo del perfil de velocidades en un movimiento de rotación.

### 1.3. Nociones preliminares de estabilidad

En esta sección se introduce y describe, de forma breve, el procedimiento para realizar un análisis de estabilidad lineal, se definen los parámetros adimensionales usados en el estudio experimental, se describen cómo se obtienen los datos cuantitativos a partir de las

visualizaciones mediante la Transformada Rápida de Fourier y se clasifican, en último lugar, los tipos de inestabilidades.

### 1.3.1. Introducción a la estabilidad hidrodinámica

Un problema que se presenta en las soluciones de las ecuaciones de Navier-Stokes debido a su naturaleza no lineal es la estabilidad hidrodinámica. J. C. Maxwell definió en el siglo diecinueve el concepto de estabilidad del siguiente modo: *“Si en un sistema una variación infinitesimal del presente estado alterase solamente de manera infinitesimal el estado en cualquier momento del futuro, la condición de dicho sistema, ya sea en reposo o en movimiento, se dice que es estable; en cambio, cuando una variación infinitesimal del presente estado puede conllevar a una diferencia finita en el estado del sistema en un determinado tiempo, la condición del sistema se dice que es inestable.”* Esto quiere decir que, dadas unas determinadas condiciones de contorno estacionarias, independientemente de las condiciones iniciales y pasado un cierto tiempo, se llegaría a un flujo cuya solución es estacionaria. Por desgracia, en la práctica esto no suele ocurrir así siempre y resulta que cuando los parámetros que gobiernan el problema están dentro de ciertos rangos, se llega a una solución transitoria. Matemáticamente lo que ocurre es que la solución estacionaria en los casos anteriores es inestable; es decir, que cualquier mínima perturbación de la solución crece con el tiempo de forma indefinida. Como en cualquier flujo real, siempre existen pequeñas perturbaciones, aunque se tenga una solución estacionaria bien definida, puede ser inestable en la práctica.

Para un flujo cualquiera, se puede realizar de forma numérica un estudio de estabilidad lineal. Para el cual se resolverían las ecuaciones de Navier-Stokes para el flujo base con pequeñas perturbaciones por superposición y quedarían en función de estas últimas de la forma siguiente:

$$\nabla \cdot \vec{v}' = 0, \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial \vec{v}'}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{v}' + (\vec{v}' \cdot \nabla) \vec{V} = -\nabla p' + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{v}', \quad (1.9)$$

siendo  $\vec{V}$  el flujo base paralelo (en este caso la solución de Hagen-Poiseuille con rotación como sólido rígido impuesta) y,  $\vec{v}'$  y  $p'$  las pequeñas perturbaciones, de la velocidad y la

presión respectivamente. Estas perturbaciones se pueden representar en forma de ondas con amplitud dependiente de la coordenada radial del conducto:

$$\vec{v}'(r, \theta, z) = \begin{cases} u' = F(r) e^{(iaz+in\theta-i\omega t)}, & (1.10) \\ v' = G(r) e^{(iaz+in\theta-i\omega t)}, & (1.11) \\ w' = H(r) e^{(iaz+in\theta-i\omega t)}, & (1.12) \end{cases}$$

$$p'(r, \theta, z) = \Pi(r) e^{(iaz+in\theta-i\omega t)}, \quad (1.13)$$

siendo  $F, G, H$  y  $\Pi$  las amplitudes;  $a = \gamma + i\alpha$ , donde  $\alpha$  es el número de onda axial,  $\gamma$  es la tasa de crecimiento espacial,  $n$  el número de onda acimutal y  $\omega = \omega_r + i\omega_i$  la frecuencia compleja de las perturbaciones; todas ellas expresadas en magnitudes adimensionales (ver siguiente sección). Teniendo las ecuaciones anteriores y añadiendo las condiciones de contorno del flujo base, se procedería a la resolución del problema autoadjunto para caracterizar los valores críticos que hacen el sistema inestable. Este problema de autovalores se ha resuelto numéricamente en el trabajo realizado por Fernández-Feria y del Pino (2002) para un flujo paralelo de Hagen-Poiseuille con rotación como sólido rígido. Asimismo, en el artículo del Pino et al. (2003) se hace el mismo estudio para flujos no paralelos, es decir, añadiendo la dependencia axial por lo que se tiene en cuenta el efecto de la longitud de entrada descrito anteriormente. Se encontró que las perturbaciones que primero inestabilizan el flujo paralelo tienen asociado un número de onda acimutal  $n=-1$ , siendo por tanto no axilsimétricas. En el caso de un flujo con dependencia axial las perturbaciones más inestables eran  $n=-1$  ó  $-2$ , dependiendo del parámetro de giro.

### 1.3.2. Ondas espacio-temporales

Para la caracterización de las ondas espacio-temporales propagadas en la zona de aguas abajo, se definen la frecuencia y el número de onda adimensionales. La frecuencia se define como el número de veces que se repite un evento en la unidad de tiempo, es decir, es la inversa del período de repetición de dicho evento. Esta magnitud se adimensionaliza con el fin de extrapolar los resultados de este estudio a cualquier flujo genérico sin tener que basarse en una geometría definida. Entonces la frecuencia adimensional  $\hat{\omega}$  se calcula en base a los parámetros del flujo de la siguiente manera:

$$\hat{\omega} = \frac{2\pi R}{T W_0} = \omega \frac{R^2}{v Re}, \quad (1.14)$$

donde  $T$  es el período de repetición de las ondas (s) y  $\omega$  es la frecuencia angular (rad/s) de las ondas. El número de onda por su parte, se define como el número de veces que se repite una onda por unidad de longitud, es decir, es la inversa de la longitud de onda. Esta magnitud se adimensionaliza del mismo modo que antes:

$$\hat{\alpha} = \frac{R}{\lambda} = \alpha R, \quad (1.15)$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda (m) y  $\alpha$  el número de onda ( $m^{-1}$ ).

### 1.3.3. Transformada Rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform*)

Para el análisis experimental de las frecuencias y longitudes de onda definidas anteriormente se debe realizar un procesamiento de imágenes. Para ello una vez se obtengan los vídeos del experimento, se desarrolla un programa para crear una imagen de la evolución temporal y espacial de la intensidad de luz en el eje del conducto. Se crea entonces una imagen denominada diagrama espacio-temporal, siendo la coordenada espacial y la coordenada temporal los ejes de abscisa y ordenada, respectivamente. Dicha imagen digital se procesa con el algoritmo de Transformada Rápida de Fourier (*FFT*) ya implementado en *Matlab*© con el fin de obtener el espectro de frecuencias y números de onda de las perturbaciones propagadas en el conducto, con un bajo coste computacional. Este comando *FFT* se puede emplear en una dimensión (1D, calculamos o bien la frecuencia o bien la longitud de onda) o en dos dimensiones (2D, conocemos ambos simultáneamente).

Se define entonces la Transformada Rápida de Fourier 1D y su inversa en función de la longitud del vector de entrada, según las siguientes expresiones:

$$X(k) = \sum_{j=1}^N x(j) \omega_N^{(j-1)(k-1)}, \quad (1.16)$$

$$x(j) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x(k) \omega_N^{-(j-1)(k-1)}, \quad (1.17)$$

donde  $\omega_N = e^{(2\pi i)/N}$ , siendo  $i = \sqrt{-1}$  el complejo imaginario. En la primera expresión se describe la Transformada de Rápida de Fourier  $X(k)$  de la señal de entrada  $x(j)$ , y en la segunda expresión se describe la Transformada de Rápida de Fourier Inversa.

Hay que tener en cuenta además el Teorema de *Nyquist* para poder replicar con exactitud la forma de una onda, por lo que es necesario que la frecuencia de muestreo sea superior al doble de la máxima frecuencia a muestrear. En nuestro caso, como se comentará más adelante, la frecuencia de muestreo se puede caracterizar con gran resolución debido a que no hay limitación en el tiempo de adquisición de imágenes, pero para el caso del número de onda se tienen ciertos problemas técnicos en cuanto a la resolución espacial, debido al dominio que captura la imagen que es escaso para números de onda pequeños (o grandes longitudes de onda).

### 1.3.4. Velocidad de fase y de grupo

La velocidad de fase de una onda se define como la velocidad a la que ésta se propaga, es decir, si se tiene una onda espacio-temporal de amplitud de la forma  $A \cdot \sin(\alpha z - \omega t)$ , se tendría una velocidad de fase:

$$c = \frac{\omega}{\alpha}. \quad (1.18)$$

En la definición anterior, tanto la frecuencia como la longitud de onda hacen referencia a su parte real, ya que serán calculados experimentalmente. Por otra parte, ésta no es la velocidad que se observa cuando se analiza un movimiento ondulatorio. Si se tiene un tren de ondas de longitud infinita, ésta puede constar de una sola longitud de onda y de una sola frecuencia. Pero una onda de estas características no es adecuada para transmitir una señal, porque una señal implica algo que empieza en un cierto instante y termina en un cierto tiempo más tarde. Una onda de esta forma se denomina pulso. Por consiguiente, si se mide la velocidad con la que la señal se transmite, se refiere a la velocidad con la que este pulso viaja. Es importante destacar que dicho pulso no es armónico puesto que su amplitud no es constante. Por tanto sería necesario realizar un análisis de Fourier de la

onda y ver que existen distintas frecuencias acopladas. Entonces si se tiene una onda con una diferencia de frecuencias y longitudes de onda muy pequeña, se podría representar de la forma:

$$\begin{aligned} A(\sin(\alpha z - \omega t) + \sin(\alpha' z - \omega' t)) &= \\ &= 2A \cos \frac{1}{2} [(\alpha' - \alpha)z - (\omega' - \omega)t] \sin(\alpha z - \omega t). \end{aligned} \quad (1.19)$$

Esta última representa a un movimiento ondulatorio de amplitud modulada y se definiría su velocidad de propagación de la siguiente manera:

$$c_g = \frac{\omega' - \omega}{\alpha' - \alpha} = \frac{\partial \omega}{\partial \alpha}, \quad (1.20)$$

que es el resultado de la propagación de un grupo de ondas, definida como velocidad de grupo real. Un paquete de ondas se propaga a través del flujo base hacia direcciones axiales crecientes con velocidades de grupo positivas. Por consiguiente, los pequeños factores de amplificación tanto espaciales como temporales están relacionados entre sí, no con la velocidad de fase (1.18), sino con la velocidad de grupo  $c_g$  de las ondas (1.20). Esta afirmación no es de extrañar si se tiene en cuenta que para un conjunto de ondas con diferentes frecuencias  $\omega$ , la velocidad a la que se mueve un paquete de ondas que mantienen la frecuencia constante no es la velocidad de fase, sino la velocidad de grupo.

Finalmente, la velocidad de grupo compleja se define como

$$v_g = c_g + i \frac{\partial \omega}{\partial \gamma}, \quad (1.21)$$

siendo  $\gamma$  la tasa de crecimiento espacial. Esta velocidad tendrá sentido matemático, pero no será empleada para una caracterización experimental.

### 1.3.5. Estabilidad lineal

#### 1.3.5.1. Estabilidad espacial y temporal

La relación de dispersión es la ecuación básica que contiene toda la información sobre la estabilidad lineal del flujo del problema de autovalores planteado en (1.8)-(1.13). En realidad esta relación es la curva neutra que define la separación entre un flujo estable e inestable, es decir, es la relación que nos indica si las ondas, caracterizadas por los valores  $a$ ,  $n$  y  $\omega$ , son estables o inestables en el flujo considerado para los distintos valores de los parámetros.

La estabilidad temporal es aquella en la que se supone que el número de onda es imaginario puro ( $a=i\alpha$ ) y se buscan autovalores complejos  $\omega=\omega_r+i\omega_i$  que satisfacen la denominada relación de dispersión  $D(a, n, \omega, Re, S)=0$ . Es decir, se pretende saber si perturbaciones del tipo  $e^{i(az+n\theta-\omega t)}$ , que son ondas cuya velocidad de fase en la dirección del flujo crecen o decrecen con el tiempo, comportamiento que viene fijado por el signo de la parte imaginaria de  $\omega$ . De esta forma, para cada valor de  $Re$  y  $S$ , el flujo es temporalmente estable si  $\omega_i < 0$  para todos los valores de  $a$  y  $n$ . Por el contrario, el flujo será inestable si  $\omega_i > 0$  para algún valor de  $a$  y  $n$  (ya que las perturbaciones crecerían en el tiempo). Por este motivo a  $\omega_i$  se le suele denominar, factor de amplificación de la onda (su equivalente en la estabilidad espacial sería  $\gamma$ ). La transición de estable a inestable viene dada por un valor crítico del número de Reynolds (o del parámetro de giro  $S$ ), para el que  $\omega_i$  se anula para un cierto valor de  $a$  y  $n$ .

La estabilidad espacial es aquella en la que se supone que  $\omega$  es real y se buscan soluciones de la relación de dispersión con  $a=\gamma+i\alpha$ . Este tipo de análisis se suele utilizar principalmente en flujos casi unidireccionales puesto que experimentalmente es más fácil excitar con una determinada frecuencia  $\omega$  un determinado punto del flujo y comprobar si perturbaciones con esa frecuencia crecen o no aguas abajo del flujo. Es decir, una perturbación ondulatoria del tipo  $e^{i(az+n\theta-\omega t)}$  será espacialmente estable para un determinado valor de  $Re$  ó  $S$  si la parte imaginaria de  $a$  es positiva, puesto que la amplitud de la perturbación decaerá a medida que ésta se mueve con el flujo en la dirección axial con una velocidad de fase  $c=\omega/\alpha$ . Así pues, el flujo será espacialmente inestable para ese valor de  $Re$  si  $\gamma > 0$  para todo  $\omega$  y  $n$ . Por el contrario, el flujo será espacialmente estable si



$\gamma < 0$  para al menos un valor de  $\omega$  y  $n$ . Por este motivo a  $\gamma$  se le suele denominar factor de amplificación de la onda (y es equivalente a  $\omega_i$  en la estabilidad temporal).

El problema de estabilidad temporal da lugar a un problema de autovalores lineal y son resueltos numéricamente sin ninguna dificultad. Sin embargo, el problema de estabilidad espacial es el resultado de un problema de autovalores no lineal, por lo que su resolución numérica es más costosa. Sin embargo, es preferible el cálculo de un problema de estabilidad espacial porque da mayor información a lo hora de ser validado o comparado con un experimento. Obviamente, si un flujo es inestable temporalmente, debe serlo también espacialmente, por lo que las transiciones de estable a inestable desde el punto de vista temporal deben coincidir con las transiciones desde un punto de vista espacial.

### **1.3.5.2. Inestabilidades convectivas y absolutas**

Para una mejor comprensión del presente estudio se deben definir y diferenciar bien los conceptos de inestabilidad convectiva e inestabilidad absoluta. Un flujo se dice que es convectivamente inestable cuando las perturbaciones que desestabilizan el flujo base sólo se propagan en la dirección del flujo o aguas abajo, afectando solamente a esta zona del dominio espacial [ver figura 1.4 (a)]. Se podría definir como un tipo de inestabilidad realizado mediante un análisis lineal y espacial, es decir, aquel análisis que desprecia términos de segundo orden y que, además, tiene como entrada la frecuencia y como salida el número de onda axial en el problema de autovalores. En cuanto a un flujo absolutamente inestable se caracteriza porque las perturbaciones se propagan en todas direcciones [aguas arriba y aguas abajo, véase figura 1.4 (b)], desestabilizándolo completamente en todo el dominio espacial. Se podría decir que es un tipo de inestabilidad que se relaciona con aquellas denominadas globales.

Otra forma de describir la diferencia entre inestabilidad convectiva y absoluta es la siguiente. Si se supone que en un determinado instante  $t=0$  se introduce una perturbación infinitesimal en el origen de coordenadas en un flujo con  $V>0$ . Si el flujo es inestable desde el punto de vista temporal la amplitud de la perturbación crecerá a medida que transcurre el tiempo y la perturbación puntual inicial también se irá expandiendo espacialmente. El flujo se dice que es convectivamente inestable si los límites espaciales de la perturbación se mantienen siempre en  $z>0$  y se desplazan hacia las  $z$  crecientes; es decir, la perturbación es convectada por el flujo. Transcurrido un cierto tiempo, la

perturbación original sale fuera del dominio del flujo, que vuelve a su estado original no perturbado. Por el contrario, el flujo se dice que es absolutamente inestable si la perturbación inicial, además de crecer su amplitud con el tiempo, se extiende tanto para valores de  $z$  positivos como negativos. En este caso, la perturbación se propaga también corriente arriba, modificando de una forma permanente el flujo base original que tras la inestabilidad pasa a tener una estructura diferente, aunque la fuente de la perturbación haya cesado.

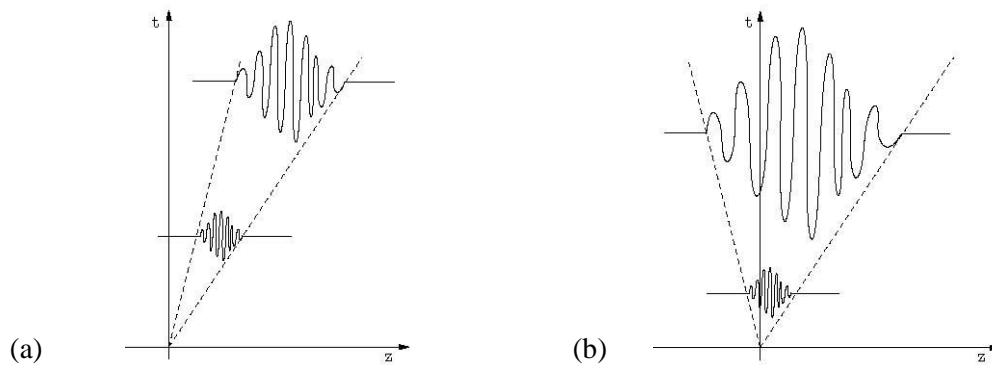


Figura 1.4. Diagrama espacio-temporal de una onda convectiva (a) y absoluta (b) [Huerre y Monkewitz (1990)].

Partiendo de los conceptos anteriores, se dice que la velocidad de grupo real nula es condición necesaria pero no suficiente para que ocurra la transición desde un flujo convectivamente inestable a absolutamente inestable. Sin embargo, una condición necesaria y suficiente para que ocurra dicha transición sería que la velocidad de grupo compleja (1.21) fuese nula, tal y como se detalla en el estudio de estabilidad espacial y lineal realizado por Fernández-Feria y del Pino (2002) para un flujo de Hagen-Poiseuille con rotación como sólido rígido. La diferencia básica entre ambos tipos de inestabilidades es que en las convectivas la velocidad de grupo de las perturbaciones inestables es siempre positiva ( $c_g > 0$ , tiene el mismo sentido que el flujo base), mientras que la velocidad de grupo de las perturbaciones que son inestables absolutamente son nulas o negativas ( $c_g < 0$ ) para algunos modos. Para un valor constante de número de Reynolds, se encontraron en este trabajo perturbaciones que crecían aguas arriba al aplicar un determinado valor del parámetro de giro, a pesar de que el caudal fuera siempre positivo.

#### 1.4. Descripción de los contenidos de la tesis

En el primer capítulo se exponen una serie de fundamentos teóricos de los flujos en conductos con rotación, definiendo una serie de términos y parámetros adimensionales como el número de Reynolds y el parámetro de giro, junto con una serie de nociones preliminares sobre inestabilidad y los diferentes tipos de inestabilidades, que serán de gran utilidad para la comprensión de los capítulos posteriores.

El montaje experimental se incluye en el capítulo 2. En él se describen todas las partes y componentes que constituyen el dispositivo generador de flujos con giro y todos los aspectos relacionados con la geometría y funcionalidad de los componentes que lo forman. Además se comenta la interfaz gráfica (implementada con *Matlab*®) utilizada para la obtención de los datos experimentales.

En el capítulo 3 se realiza una caracterización experimental del flujo desarrollado de Hagen-Poiseuille con giro como sólido rígido en un conducto circular de sección constante entre los estados convectivamente inestable y absolutamente inestable mediante una parada parcial o súbita del giro. Mediante este procedimiento experimental, se permite distinguir con facilidad el tipo de inestabilidad del flujo visualizando el efecto de la propagación de las ondas en la zona de entrada del conducto.

Como continuación de los análisis de estabilidad, en el capítulo 4, se ha caracterizado un nuevo estado denominado *dependiente en el tiempo*, que tiene la misma tendencia que la inestabilidad absoluta. Al no poder visualizar la transición, se utilizará un análisis en frecuencia mediante Transformada Rápida de Fourier Bidimensional (*FFT-2D*) para detectar si hay o no oscilaciones en la zona de la entrada, y caracterizar así los estados del flujo.

En el quinto capítulo se realiza un estudio de las inestabilidades que se encuentran en la unión del conducto que gira (aguas abajo) y el conducto estático (expansión brusca). En él los resultados experimentales recogen satisfactoriamente todas las transiciones dadas a conocer desde un punto de vista numérico [Sanmiguel-Rojas et al. (2008)] y también encuentran una relación entre el inicio de las inestabilidades absolutas analizadas teóricamente [Fernández-Feria y del Pino (2002)] y la rotura transitoria de vórtice, indicando cuando las inestabilidades tridimensionales están presentes en la expansión

brusca, dando cuenta, además, de la tendencia en la que esta transición fue hallada experimentalmente. Además se ha detectado un nuevo estado de transición que evolucionaba desde flujos convectivamente inestables a inestabilidades absolutas con forma de rotura de vórtice inestable.

Para finalizar, en el sexto capítulo se presentan las contribuciones y conclusiones más importantes de esta tesis, y se comentan asimismo las futuras líneas de investigación que aún quedan abiertas.

Se incluye un anexo sobre análisis de errores, finalizando esta memoria con las referencias bibliográficas.

## Capítulo 2

### Montaje experimental

#### 2.1. Introducción

En el presente capítulo se describirán todas las partes y componentes que forman el montaje experimental existente en el laboratorio de Mecánica de Fluidos de la Universidad de Málaga y con el que se han realizado los experimentos. Además, se detallarán y justificarán las modificaciones realizadas y las sustituciones de piezas que se han tenido que llevar a cabo tomando como referencia un montaje experimental anterior y se expondrán en el último apartado los resultados obtenidos de la calibración del motor de corriente continua.

Como se comprobará en capítulos posteriores, este trabajo está centrado en varias zonas de estudio o zonas de interés donde tienen lugar los fenómenos que han sido caracterizados experimentalmente. La primera de ellas sería la denominada zona de entrada del conducto que gira aguas arriba, la segunda es la zona de salida o aguas abajo, y por último lo que denominaremos expansión brusca. Conviene precisar que las zonas de entrada y salida se sitúan en un conducto circular de sección uniforme en el que se desarrolla un flujo de Hagen-Poiseuille sometido a una rotación como sólido rígido. La zona de expansión brusca está constituida por un conducto estático, que tiene una relación de diámetros 1:8 con respecto al conducto que gira. Lo que se pretende mediante este trabajo experimental es observar y caracterizar los diferentes estados que tienen lugar en las zonas de entrada y salida del conducto que gira, así como en la zona de unión con la expansión brusca.

La variedad de estados depende de la combinación de dos parámetros: el número de Reynolds ( $Re$ ) y el parámetro de giro ( $S$ ). Las escalas características incluyen la velocidad máxima en el eje del tubo del perfil parabólico  $W_0$  de Hagen-Poiseuille y la velocidad angular  $\Omega$ , definiéndose la primera en términos del flujo por medio de la siguiente relación

$W_0=8Q/(\pi d^2)$ . Se recuerda de nuevo aquí que usando la velocidad  $W_0$  y la longitud característica  $d/2$ , se puede definir el número de Reynolds como  $Re=4Q/(\pi d\nu)$  donde  $d$  es el diámetro del conducto circular y  $\nu$  la viscosidad cinemática que depende de la temperatura. El otro parámetro adimensional es el parámetro de giro,  $S$ , basado en la velocidad de rotación  $\Omega$  del tubo y de la velocidad del flujo  $Q$  de acuerdo con la siguiente expresión  $S= (\Omega d/2)/W_0= \Omega\pi d^3/(16Q)$ .

## 2.2. Descripción general de la instalación experimental

El experimento, cuyo esquema se muestra en la figura 2.1, consiste en un depósito principal (depósito acumulación superior situado a una altura de 2,7 metros desde el suelo), un depósito remansador provisto de un difusor y panel de abeja (*honeycomb*) que reducen las perturbaciones a la entrada del tubo que está sometido a rotación, el tubo que gira (que tiene un diámetro  $d=19 \pm 0,04$  mm y una longitud  $L_p=1.960$  mm), un tubo que no está sometido a rotación y que es donde se visualizarán los fenómenos de la expansión brusca (que tiene un diámetro  $D=162 \pm 0,04$  mm y una longitud  $L_{pe}=990$  mm), un depósito con tinta (situado a una altura de 3 metros desde el suelo), un depósito de acumulación inferior donde se encuentra una bomba (de la casa comercial *ESPA*, modelo *DECOR 60/A*) que impulsará el fluido hasta el depósito de acumulación superior, y un motor de corriente continua, de la casa comercial *Faulhaber* (que controla la rotación del tubo mediante una controladora, *UnoMotion* conectada por USB a un ordenador personal).

Para el experimento de *spin-down* (parada brusca del conducto que gira) se ha instalado un nuevo caudalímetro (250 l/h) en paralelo con el inicialmente instalado (20 l/h) para llegar a mayores valores del número de Reynolds, con dos válvulas de regulación de caudal a la salida de cada caudalímetro y otras dos válvulas de seguridad para la descarga en el depósito inferior y para el depósito de acumulación superior, respectivamente.

Además de las anteriores, para el experimento de la expansión brusca, se han instalado dos válvulas manuales de seguridad: una para controlar la entrada del fluido en el tanque de acumulación y la segunda para regular el flujo de tinta inyectado a la zona de expansión brusca mediante dos inyectores, con un diámetro de 1,5 mm, entre el tubo que gira y el plato de aluminio donde comienza la expansión brusca.

### 2.3. Componentes de la instalación

A continuación se enumeran los diferentes componentes de los que consta la instalación:

- Estructura soporte de aluminio.
- Dos tubos de metacrilato (uno sometido a giro y otro estático de mayor diámetro).
- Depósito remansador de entrada al tubo.
- Dos depósitos de acumulación (uno situado a nivel de suelo y otro en altura).
- Depósito de tinta y dos inyectores.
- Tuberías de agua.
- Bomba de agua (*ESPA DECOR-60/A*).
- Dos válvulas manuales de seguridad.
- Motor de corriente continua (*Faulhaber 3863A024C*).
- 2 caudalímetros (20 l/h, 250 l/h), probeta tabulada y cronómetro.
- Termómetro digital (*TESTO 110*).
- Dos lámparas halógenas (1.000 W).
- Láser continuo verde de 500 mW (*Shangai Dream Lasers Technology CO, Ltd, DPSS 532*).
- Cámara de video (*SONY HD AVCHD Handycam 4.0*) y cámara digital REFLEX (*Canon XRebel*).
- Aditivos para las visualizaciones (*Kalliroscope<sup>®</sup> AQ-1000* y *Rhodamine-6G<sup>®</sup>*).

Como ya se ha comentado anteriormente, para la realización de los experimentos se han tenido en cuenta tres zonas bien diferenciadas [ver figuras 2.1(a)-(b)]. Una primera zona se ubica en la región de unión del depósito remansador con el tubo con giro (1) lo que se ha denominado aguas arriba. Una segunda zona que se ubica en la zona final del conducto que gira, antes de entrar en la expansión brusca, que se ha denominado aguas abajo (2) y por último la entrada en la expansión brusca (3).

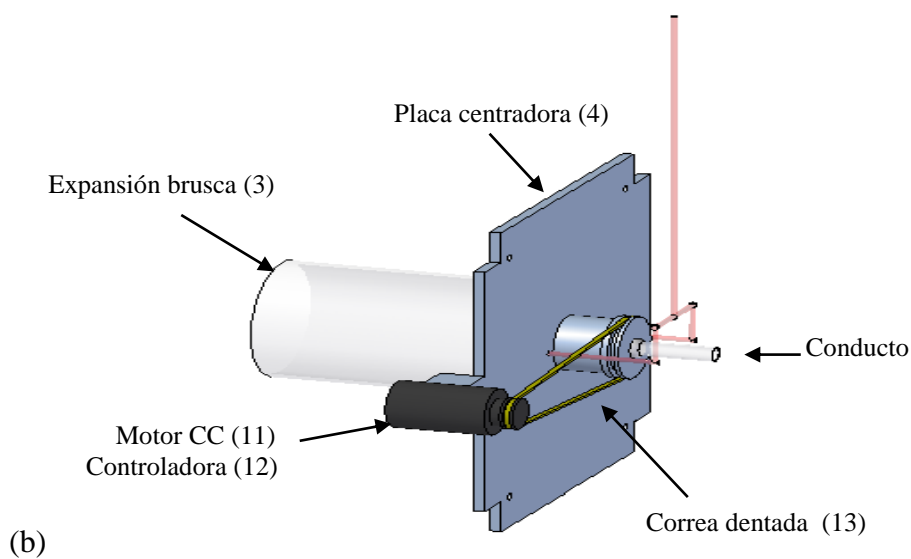
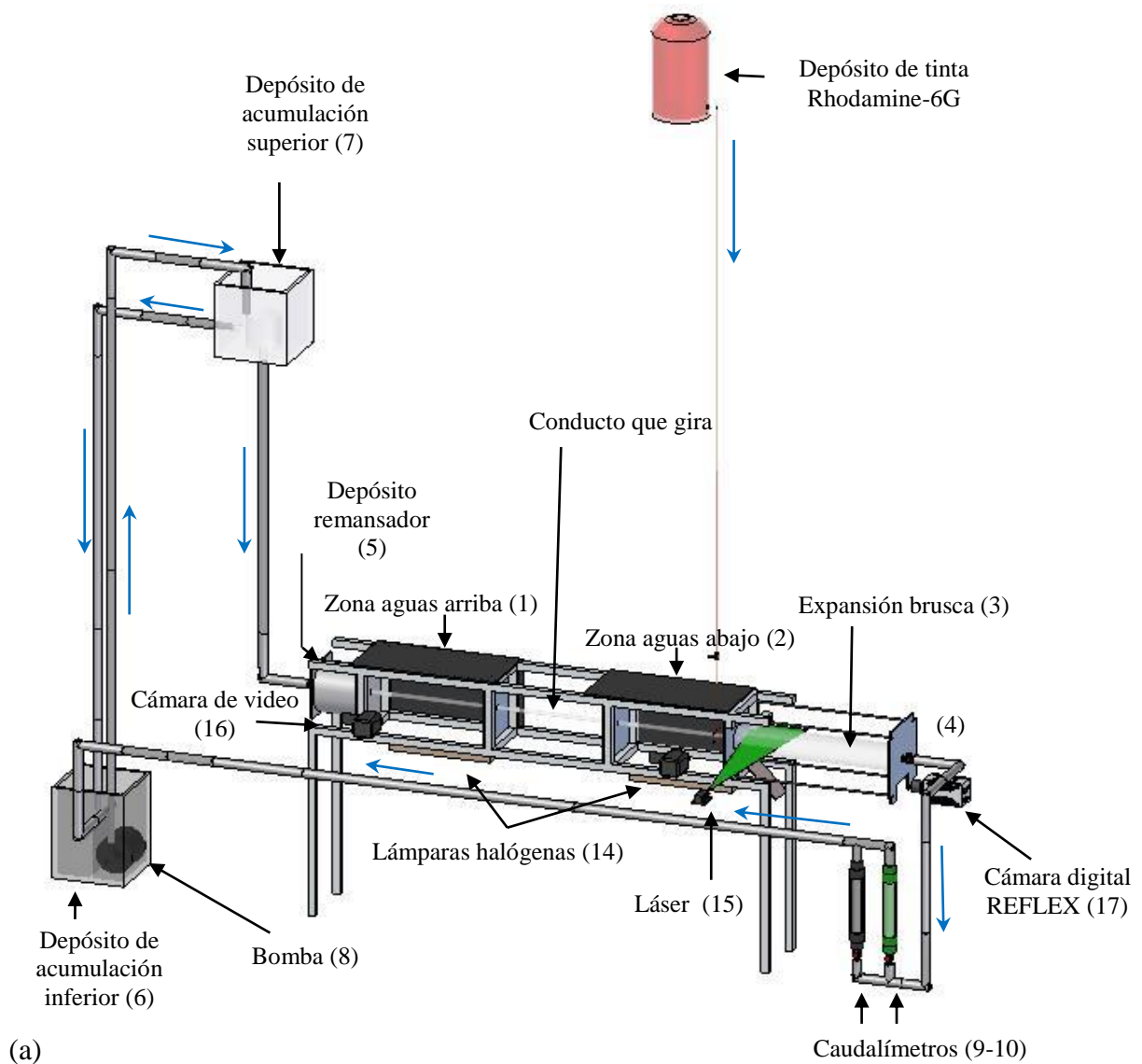


Figura 2.1. Esquema del montaje experimental (a). Esquema de la unión del conducto que gira y la expansión brusca (b).



El tubo se mantiene a nivel mediante unas placas de aluminio (4), que son intercaladas cada 500 mm. En la zona de entrada o aguas arriba, se encuentra un depósito remansador con un difusor y una contracción (5) que permite uniformizar el flujo. El fluido se mueve gracias a la diferencia de altura constante. Para bombear el fluido desde el depósito de acumulación inferior (6) hasta el depósito de acumulación superior (7) utilizaremos una bomba inmersa en el depósito inferior (8). El caudal se mide mediante unos caudalímetros (9-10) y una probeta tabulada. El tubo sometido a giro (zonas 1-2) lo hace gracias a un motor de corriente continua (11), cuya velocidad es controlada por una controladora (12) mediante un PC. La unión tubo-motor se realiza con una correa dentada (13), la zona de interés (1-2) se ilumina mediante lámparas halógenas (14) y la zona correspondiente a la expansión brusca (3) mediante un láser (15). Para la grabación de videos se utilizará una cámara digital de video (16) y para la realización de fotografías instantáneas se empleará una cámara digital REFLEX (17).

### **2.3.1. Estructura soporte de aluminio**

Para poder fijar y nivelar todas las piezas de la instalación se cuenta con una estructura fabricada con perfiles de aluminio. Esta configuración resulta muy útil y versátil, ya que es muy fácil realizar cualquier adaptación con sólo añadir perfiles y escuadras. Consta de tres pares de patas, cada una de ellas regulables en altura para poder nivelar la instalación, y de cuatro vigas horizontales. Además para apoyar y centrar el tubo, la estructura cuenta con 4 placas metálicas regulables longitudinal y transversalmente. Las placas de los extremos tienen instalados rodamientos para poder realizar el acople con el tubo. Las placas centrales sólo llevan unos casquillos de teflón para que el tubo pueda centrarse y girar a su vez sin dañar la parte externa. En la figura 2.1 se muestra un esquema de la estructura metálica y de las placas.

### **2.3.2. Tubos de metacrilato**

Los tubos de metacrilato son transparentes para poder visualizar y analizar los fenómenos que tienen lugar en el flujo sometido a rotación. Tal y como se ha comentado, el conducto que gira tiene 1.960 mm de longitud con 19 mm y 24,8 mm de diámetros interior y exterior, respectivamente. Este tubo es la pieza que con mayor precisión hay que ajustar, puesto que al final de éste, se debe conseguir un flujo de Hagen-Poiseuille totalmente desarrollado con un giro como sólido rígido y sin perturbaciones [Darbyshire y Mullin (1995), Hopf et al. (2003), Leite (1958), Paterson y Abernathy (1972), Wygnanski y

Champagne (1973)]. Para ajustarlo, se deben centrar perfectamente las cuatro placas centradoras, para que el tubo esté lo más alineado posible y evitar así cualquier tipo de oscilación del mismo. Esto se consigue mediante un nivel digital de 0,1° de precisión. Después hay que hacer el acoplamiento con los rodamientos de las planchas de los extremos. Para ello, se inserta un retén y una junta recubierta de cinta de teflón, evitando así cualquier tipo de fuga de agua. Esta junta se aprieta con una rosca. El rodamiento del final del tubo va embragado a una polea de 60,06 mm de diámetro con 20 dientes, a la cual le transmite el par generado por el motor a través de una correa dentada que une la polea del tubo con la del motor, que tiene un diámetro de 50,66 mm y 17 dientes (véase figura 2.2).

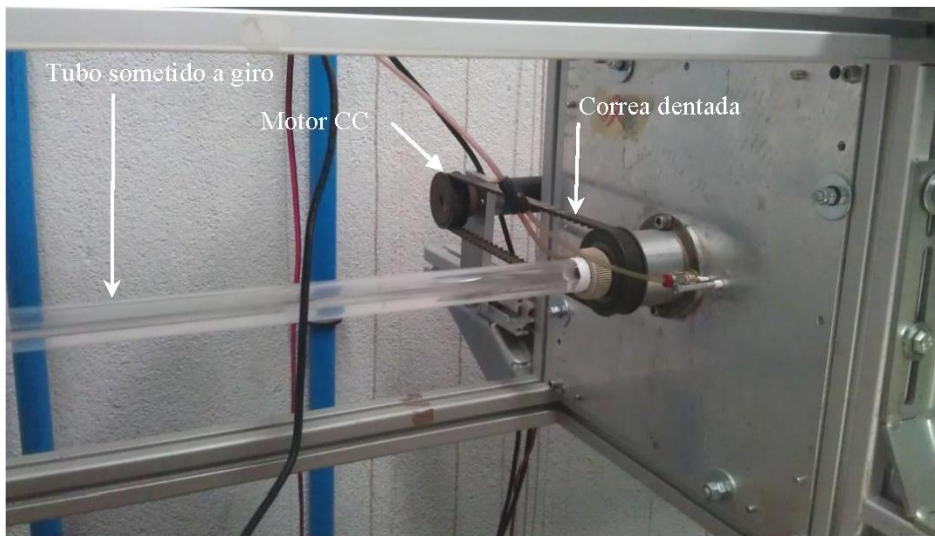


Figura 2.2. Esquema del tubo que gira antes de la expansión brusca. Detalle de la correa dentada.

El segundo tubo, denominado expansión brusca, tiene 990 mm de longitud con 152 mm y 161 mm de diámetros interior y exterior, respectivamente. Esta pieza va apoyada en dos superficies planas verticales: una es la placa centradora del extremo del tubo, donde se realiza la unión de ambos tubos y otra plancha de metacrilato. Para el apoyo se aprietan las placas contra la expansión comprimiéndola mediante cuatro varillas roscadas con tuercas en los bordes exteriores de la placa, teniendo esta última una hendidura circular fresada mediante torno numérico del mismo espesor que el de la pared del tubo. En esta hendidura se coloca una junta tórica y se recubre con vaselina, para evitar así cualquier tipo de fuga de agua.

Un problema que surge a la hora de llenar de agua la expansión, es que hay que extraer todas las burbujas de aire, una vez que el nivel del agua ha superado los orificios de entrada y salida de las placas. Para ello, el extremo de la pared superior del tubo cuenta con dos taladros roscados, pudiéndose extraer de esta forma el aire que quede, para después taponarlos. Además, para poder vaciar la expansión por completo, se decidió perforar la pared inferior del tubo. Estos taladros y sus terminaciones no influyen en la geometría del problema que se estudia.

Como ya se ha descrito, la expansión se hace a través de la última placa centradora. En ella se inserta el tubo, que va unido a un cilindro interior que tiene la placa, del mismo diámetro que el tubo. Este cilindro atraviesa la placa terminando en una boquilla que forma un ángulo recto con la superficie limítrofe con la expansión. Éste es, sin ninguna duda, el punto más crítico de todo el experimento, pues tiene que estar perfectamente ajustado para minimizar cualquier perturbación que pueda introducir el borde.

### **2.3.3. Depósito remansador**

Con el fin de conseguir un flujo lo más laminar posible, es decir, sin que estén presentes turbulencias, se dispone de un depósito a la entrada del tubo con una serie de elementos interiores que remansan el fluido. A éste llega el agua procedente del depósito de acumulación superior. Puede verse una imagen exterior del mismo en la figura 2.3. En éste se ha pretendido minimizar las posibles turbulencias aguas abajo, originadas por un insignificante movimiento residual en el depósito. Por idénticos motivos se utiliza el panel de abeja y una tobera convergente para la entrada al tubo con giro, de acuerdo con lo expuesto inicialmente por Reynolds (1883) y ratificado posteriormente por Bandyopadhyay (1985), Darbyshire y Mullin (1995), Draad et al. (1998), Fox et al. (1968), Nishi et al. (2008), Paterson y Abernathy (1972).

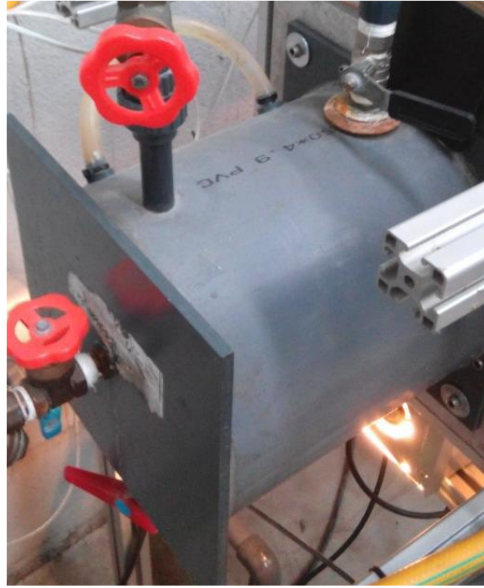


Figura 2.3. Detalle exterior del depósito remansador.

Interiormente se compone de tres elementos: un cilindro cuya tapa es sólida y cuyos laterales son una rejilla metálica, un panel de abeja (*honeycomb*) y una tobera convergente. Su funcionamiento puede verse en la figura 2.4, que se muestra a continuación.

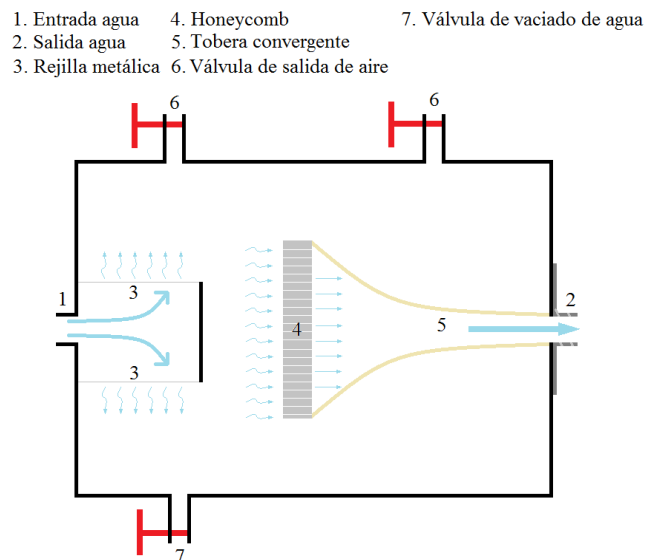


Figura 2.4. Detalle interior del depósito remansador.

Tal y como se desprende de la figura 2.4, al entrar el agua procedente de la tubería [figura 2.4-(1)] choca la tapa del cilindro y pasa a través de la rejilla [figura 2.4-(3)], la cual elimina parte de la turbulencia y disminuye la velocidad del fluido. Después el agua pasa

a una zona de acumulación donde el agua sigue remansándose. Aguas abajo, el fluido atraviesa el panel de abeja (*honeycomb*) [figura 2.4-(4)], consiguiéndose así un flujo axial y sin turbulencia. Antes de salir del depósito y entrar al tubo [figura 2.4-(2)], el agua circula por una tobera convergente [figura 2.4-(5)] donde se consigue un perfil de velocidad axial, que puede ser plano o parabólico, según el número de Reynolds a la entrada. En nuestro caso y debido a que los números de Reynolds son inferiores o cercanos a 400, los perfiles de velocidad axial son casi parabólicos. Se ha comprobado en trabajos previos [véase Sánchez Escudero (2010)], en los que se ha medido cuantitativamente la velocidad del fluido mediante *LDA* (del inglés Laser Doppler Anemometry), que con el mismo perfil de tobera convergente del que se dispone en el montaje experimental en el depósito remansador (véase figura 2.4) para números de Reynolds superiores a 1.500 el perfil de velocidad axial es totalmente plano. Por tanto, en el rango de números de Reynolds entre 400 y 1.500 el perfil de velocidad axial pasaría de ser totalmente parabólico a ser uniforme. La pared del depósito posee dos válvulas en la parte superior [figura 2.4-(6)] para extraer el aire cuando se llena. Posteriormente se añadió una tercera válvula en la parte inferior [figura 2.4-(7)] para vaciarlo.

#### 2.3.4. Depósitos de acumulación

Se dispone de dos depósitos con el fin de acumular el fluido que recirculará por el experimento. Uno de ellos está a 20 cm del suelo y el otro está a una altura de 2,7 metros desde el suelo. Ambos están fabricados de metacrilato.

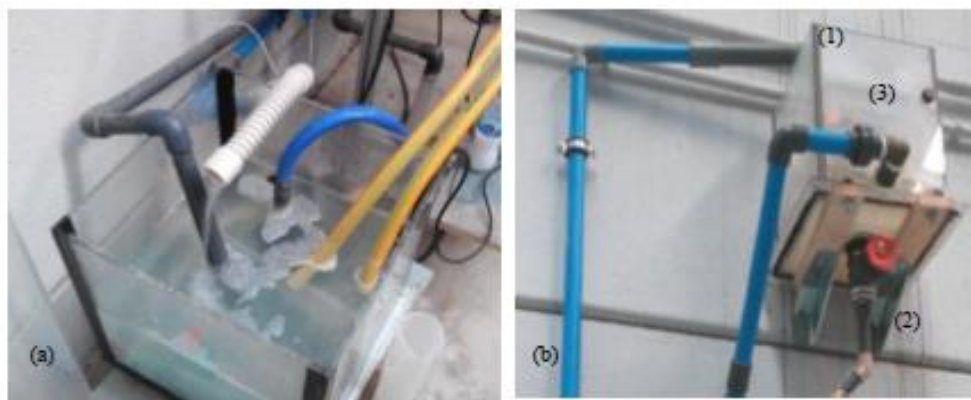


Figura 2.5. Detalle del depósito inferior (a) y del depósito superior (b).

La función del primer depósito [véase figura 2.5(a)] es alimentar la bomba de agua situada a nivel del suelo y sumergida en el depósito. Con el fin de ayudar a la bomba a conseguir más altura de bombeo se optó por subir unos 20 cm este depósito, respecto a la instalación original. En este depósito descarga agua la tubería de retorno sobrante, la tubería de salida del experimento y la tubería de mezcla. Además, se dividió el depósito en dos compartimentos con una placa de pequeña altura. Esto se hizo con el fin de que las posibles burbujas que pudiesen crear las tuberías en la descarga no llegasen a la admisión de la bomba.

El segundo depósito [véase figura 2.5(b)-1] tiene la misión de surtir agua al experimento y está colocado a una altura de unos 2,7 m. Un esquema del mismo se muestra en la figura 2.6, donde se observa su funcionamiento que consiste en que el agua procedente de la bomba (véase figura 2.1) entra en un cilindro y sale de éste a través de unos orificios en los laterales, pasando a un compartimento inundado de agua. Una pequeña parte del agua sale por la base hacia la tubería de entrada del experimento [véanse figuras 2.1-2.5(b)-2]. El agua sobrante vuelve al depósito inferior por la tubería de retorno sobrante [véanse figuras 2.1-2.5(b)-3]. La configuración del depósito es de esta manera porque así se asegura el caudal lo más constante posible, al ser la variación de la altura del agua muy pequeña (menos de 1 mm de oscilación en la superficie libre frente a los 2.700 mm de diferencia de cota) lo que asegura un número de Reynolds constante.

1. Tubería impulsión bomba.
2. Tubería entrada experimento.
3. Tubería retorno sobrante

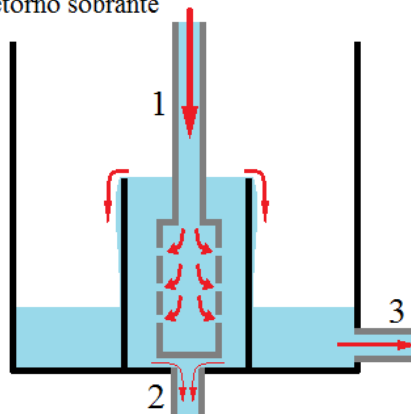


Figura 2.6. Detalle del depósito superior.

### 2.3.5. Depósito de tinta e inyectores

Se ha incorporado también al montaje experimental un depósito de tinta (*Rhodamine-6G*<sup>®</sup>) que inyectará tinta en la expansión brusca, mediante unos inyectores, tal y como se muestra en la figura 2.7. El sistema de tuberías del flujo de tinta acaba en dos pequeños conductos (1,5 mm de profundidad y anchura) mecanizados especialmente en la placa de metacrilato a la entrada de la expansión brusca, para que la tinta se mueva aguas abajo a través del pequeño escalón (de aproximadamente 1,5 mm) entre el tubo con giro y la placa de aluminio. El sellado de estos pequeños conductos se asegura con anillos circulares entre la placa de metacrilato y el marco de aluminio. Todas las partes estaban alineadas con precisión al marco de aluminio que constituye la estructura con un inclinómetro digital con una tolerancia de  $\pm 0,1^\circ$ . La tinta tiene una longitud de onda de absorción equivalente a la emisión del láser verde (532 nm) lo que hace resaltar la estructura de la traza en el flujo (véase capítulo 5).

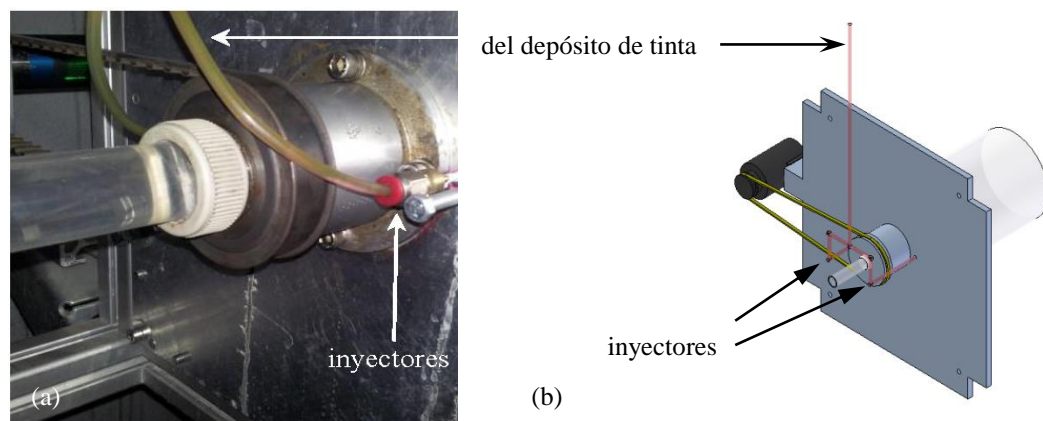


Figura 2.7. Fotografía (a) y esquema (b) de los inyectores de tinta en la expansión brusca.

### 2.3.6. Tuberías

Se dispone de una red de tuberías y mangueras para conducir el agua de un sitio a otro de la instalación. En la figura 2.1 puede verse cómo están dispuestas cada una de ellas y los recorridos del agua de circulación a través del experimento. Por la tubería de admisión de la bomba circula el agua desde el depósito inferior a la bomba. Por la tubería de impulsión de la bomba circula el agua desde la impulsión de la bomba hasta el depósito de acumulación superior. El agua sobrante del depósito de acumulación superior circula desde éste hasta el depósito de acumulación inferior a través de la tubería de retorno sobrante. La tubería de entrada al experimento es la que va desde el depósito de

acumulación superior hasta el depósito remansador. Finalmente, la tubería de salida del experimento conduce el agua desde la salida de la expansión, pasando por el caudalímetro, hasta el depósito de acumulación inferior de nuevo. Ésta se utiliza para una mezcla rápida de todo el agua con el fin de equilibrar las temperaturas en todos los puntos. Se puede conseguir hacer pasar por ella un caudal bastante mayor que por la de salida del experimento, ya que esta última tiene bastante más pérdida de carga, debido a la presencia del caudalímetro.

### 2.3.7. Bomba de agua

Para circular el agua, a través del experimento, se dispone de una bomba de la casa comercial *ESPA* modelo *DECOR-60/A* (véase figura 2.8), con su curva característica, proporcionada por el fabricante junto con el punto de trabajo:  $(H, Q)=(2.7, 803)$ . Esta bomba es idónea para el fin que se pretende: mover caudales de agua mayores que la que se tenía instalada en el equipo originalmente y evitar que se caliente demasiado el agua con el paso del tiempo. Así, la temperatura no afecta al fluido de trabajo y por tanto no variamos sus propiedades [Draad et al. (1998)]. Para la altura entre depósitos ( $H=2,7$  m), la bomba circula un caudal máximo de 803 ml/s (si no se tuviesen en cuenta las pérdidas en el conducto de entrada al depósito superior), cumpliéndose sobradamente las necesidades requeridas ya que nos moveremos en torno a caudales entre 1 ml/s y 70 ml/s para fijar los valores del número de Reynolds de interés en este trabajo (entre 35 y 2.500).

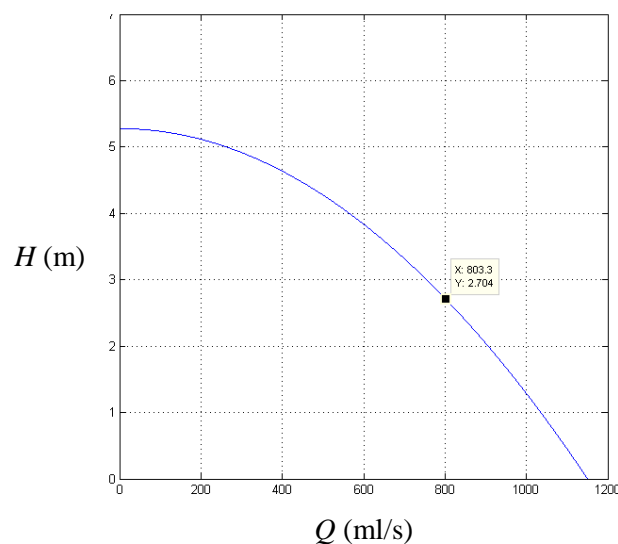


Figura 2.8. Curva característica de funcionamiento H-Q de la bomba *ESPA DECOR-60/A*.



Como se ha mencionado anteriormente, la bomba que se ha descrito no es la que inicialmente se encontraba en la instalación. En primer lugar había instalada una potente bomba que movía grandes caudales pero ocasionaba problemas serios de calentamiento del agua. Fueron varias las propuestas que se hicieron para solventar este problema, desde hacer un *by-pass* a la bomba para que circulara más agua y así se calentase menos, hasta hacer una ducha intermedia para refrigerar el agua por el contacto directo con el aire. En principio se decidió cambiarla por una bomba de menor potencia evitando así los problemas de calentamiento, pero tenía el problema de alcanzar un menor rango de caudales. Por tanto se decidió instalar una bomba de otro fabricante, con una potencia moderada pero de mayor rango de caudales, solucionándose el problema.



Figura 2.9. Imagen de la bomba *ESPA DECOR-60/A*.

Se justifica la selección de la bomba hidráulica de la casa comercial *ESPA* modelo *DECOR-60/A*, debido a que cumplía sobradamente las necesidades de abastecimiento de caudal y no tenía apenas problemas de calentamiento que afectase a la temperatura del fluido durante su funcionamiento. Como cabía esperar, al medir la diferencia de temperatura entre la entrada y la salida se comprobó que ésta era inferior a  $0,5^{\circ}\text{C}$ , con lo cual se pudo dar por válida la elección de la bomba.

### **2.3.8. Motor de corriente continua y controladora**

Se utiliza un motor de corriente continua de la marca *Faulhaber* modelo *3863A024C* [figura 2.10(a)] para hacer girar el tubo a una velocidad constante. Este motor tiene una reducción interna de 14:1. Se maneja a través de la controladora *UnoMotion 55/3 v2 USB* [figura 2.10(b)] que mantiene el valor de consigna de velocidad del tubo introducido a través del ordenador. La controladora se comunica con el motor a través del *encóder*. Éste es de la marca *Avago*, modelo *HEDS 5540A12*. Es un *encóder* de montaje estándar, con

cuatro canales de salida, una resolución de 500 ciclos por vuelta y un diámetro del disco perforado de 6 mm.

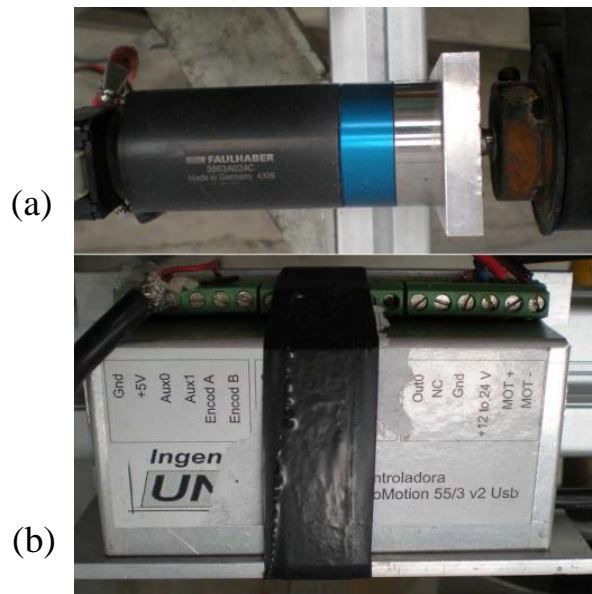


Figura 2.10. Detalle del motor *Faulhaber* modelo 3863A024C (a) y controladora *UnoMotion 55/3 v2* (b).

El final del eje del motor va acoplado a una polea, la cual mueve una correa dentada, que a su vez mueve la polea del tubo, como puede observarse en la figura 2.11. Los parámetros de la controladora están ajustados para un control óptimo en las velocidades requeridas. Además, se ha comprobado mediante una calibración que el valor de consigna de la velocidad y el valor de la velocidad real coinciden. La zona de saturación queda muy lejos de las velocidades de giro que se necesitan.

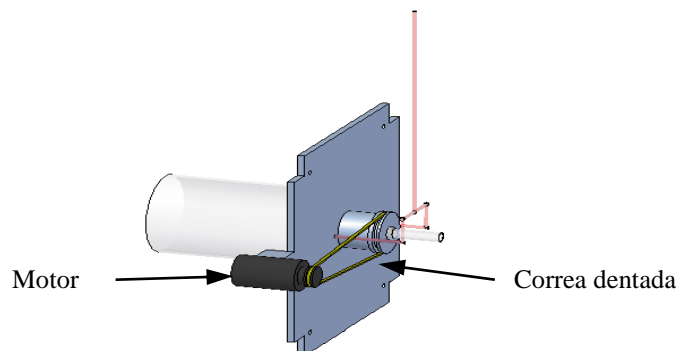


Figura 2.11. Detalle del motor y de la correa dentada.

### 2.3.9. Caudalímetros, probeta graduada y cronómetro

En primera instancia, el experimento estaba equipado con un caudalímetro [véase (9) en figura 2.1] que permitía alcanzar hasta valores del número de Reynolds de 450. Como quiera que estos valores eran insuficientes, se instaló un segundo caudalímetro [véase (10) en figura 2.1] en paralelo, lo que permitía alcanzar valores del número de Reynolds de hasta 10.000.

Los caudalímetros de los que dispone la instalación sólo sirven de referencia para saber en qué rango de caudales aproximadamente se encuentra el experimento. Son caudalímetros de bola y se ha comprobado que su precisión no es muy buena. Para medir el caudal que circula por la instalación se hace uso de una probeta graduada de 1 litro de capacidad con un diámetro de 61,6 mm y una resolución de 10 ml, además de un cronómetro de 0,01 s de resolución. La forma de obtener el caudal, así como los detalles de los errores cometidos, se explicarán en capítulos posteriores.

### 2.3.10. Termómetro digital

Para medir la temperatura del fluido se hace uso de un termómetro digital con su correspondiente sonda, de la casa comercial Testo modelo 110. La temperatura de funcionamiento varía desde  $-20^{\circ}\text{C}$  hasta  $50^{\circ}\text{C}$ , por lo que cubre holgadamente el rango de temperatura necesario utilizado en nuestro experimento, el cual se mueve entre  $10^{\circ}\text{C}$  hasta  $30^{\circ}\text{C}$ . La exactitud de la sonda es de  $\pm 0,2^{\circ}\text{C}$  y la resolución de  $0,1^{\circ}\text{C}$  (figura 2.12).



Figura 2.12. Termómetro digital Testo 110.

### 2.3.11. Láser

Con el objetivo de iluminar el fluido se utiliza un láser de la marca *Shanghai Dream Lasers Technology Co. Ltd.*, modelo *DPSS 532 nm Low Noise Green Laser* con una potencia máxima de 500 mW. A la salida del rayo y alineado con éste se adaptó un juego de lentes para transformar el puntero en un haz plano. El juego consta de una lente cilíndrica, que abre el ángulo del haz lo máximo posible (en torno a  $22^\circ$ ). Además lleva incorporada una lente esférica que disminuye el espesor del haz plano hasta un mínimo en una cierta distancia focal, que en nuestro caso es de 200 mm.



Figura 2.13. Detalle del Láser modelo *DPSS 532*.

El láser se instaló frente a la expansión, como puede verse de forma esquemática en la figura 2.1 y mediante una fotografía en la figura 2.13. Se orienta de tal forma que el haz plano vaya alineado con el eje de la expansión, así se consigue visualizar un plano radial-axial del fluido [plano  $(r, z)$  en coordenadas cilíndricas]. Además, la unión con la estructura metálica es articulada, lo que permite el cambio de orientación y ver con detalle lo que ocurre en el fluido aguas abajo dentro de la expansión.

### 2.3.12. Cámara de video y cámara digital de fotos

La cámara digital *SONY HD AVCHD Handycam 4.0 Megapixels HDD (Hard Disc Drive)* y con objetivo *Carls Zeiss Vario-Sonnar T 1.8/5.1-51*, ha sido utilizada para la realización de los videos analizados para la obtención de visualizaciones y resultados. La velocidad de captura de imágenes es de 1/25 segundos. También se ha utilizado la cámara digital de fotos *Canon XRebel*, para la realización de las fotografías instantáneas.

### 2.3.13. Lámparas halógenas

Para la visualización del flujo en el conducto que gira, en las zonas de aguas arriba y aguas abajo, mediante el aditivo *Kalliroscope® AQ-1000 Rheoscopic concentrate*, se han utilizado dos lámparas halógenas de 1.000 W (dos bombillas halógenas de 500 W aproximadamente en cada una). Cada lámpara está constituida por una caja metálica de chapa encerrando dentro ambas bombillas y cerradas en los laterales por dos ventiladores de refrigeración. Esta configuración permite dejar una pequeña ranura en la parte superior por donde escapa el haz de luz para enfocararlo hacia el plano de simetría del conducto a estudiar. No obstante se han utilizado un par de placas de madera para concentrar de un modo más fino el haz de luz sobre el conducto. Se puede observar una imagen del tipo de lámpara utilizado en la figura 2.14.



Figura 2.14. Detalle de la lámpara halógena utilizada en la visualización de los fenómenos que ocurren en la zona de aguas arriba y aguas abajo en el conducto que gira.

### 2.3.14. Aditivos para visualizar

Para poder destacar la estructura del flujo al iluminarlo con las lámparas halógenas (aguas arriba y abajo) y con el láser (expansión brusca) es preciso añadir al agua algún tipo de fluido que ayude a este propósito. Se ha optado por usar el fluido *AQ-1000 Rheoscopic concentrate* de la marca *Kalliroscope*<sup>®</sup> para visualizar el fluido en la zona de entrada y salida en el conducto que gira y *Rhodamine-6G*<sup>®</sup> en la expansión brusca. También se ha utilizado un tinte trazador en el agua para determinar el volumen, velocidad y las direcciones de flujo. Como otros compuestos similares, *Rhodamine-6G*<sup>®</sup> es fluorescente y fácilmente detectable. Por ello se utiliza en los instrumentos llamados fluorómetros. Estas sales se utilizan ampliamente en aplicaciones de biotecnología, tales como microscopía de fluorescencia, citometría de flujo y la espectroscopia de correlación de fluorescencia. La *Rhodamine-6G*<sup>®</sup> también se utiliza en láseres de colorante y es excitada por el segundo armónico (532 nm) de un láser de Nd-YAG o de un láser de nitrógeno. Este colorante tiene una fotoestabilidad muy alta, un coste moderado y su rango láser está cerca de su máximo de absorción (~ 530 nm). La longitud de onda de este láser de colorante está comprendido entre 555 y 585 nm, con un máximo en 566 nm) para visualizar el fluido en la zona de la expansión brusca. Por otro lado el *Kalliroscope*<sup>®</sup> *AQ-1000* es fabricado a base de partículas que tienen el aspecto de escamas de pescado [Savas (1985)]. Las escamas se orientan en la dirección de máxima variación de la velocidad, reflejando de esta forma la luz que incide sobre ellas. El fabricante no muestra ninguna propiedad física del compuesto, aunque garantiza la mínima variación de las propiedades del agua al mezclarse con ellas, siendo su uso muy simple. En el caso del *Kalliroscope*<sup>®</sup> se añade un poco del producto al agua directamente en el depósito de acumulación inferior y se esperan varios minutos a que se mezcle todo. Si no es suficiente el proceso se repite hasta que las visualizaciones resulten óptimas. En el caso de la *Rhodamine-6G*<sup>®</sup> se echará una cucharada, de unos dos gramos aproximadamente, al depósito de tinta, que tiene una capacidad aproximada de 25 l, y que está lleno de agua.

### 2.3.15. Calibración de la velocidad del motor

Con el fin de comprobar si la velocidad de consigna que se introduce por ordenador para que el motor gire es la misma que éste tiene realmente, se ha realizado una calibración del mismo utilizando un osciloscopio. Este osciloscopio digital es de la marca *RGOL* (modelo *DS1000B*).

El osciloscopio se ha conectado a la salida del *encóder* del motor, donde los cables de conexión entre el *encóder* y la controladora se conectan a esta última. Las comprobaciones se han hecho para diez velocidades distintas, desde 100 rpm hasta 1.000 rpm en intervalos de 100 rpm. Primeramente, para cada velocidad se han tomado 10 muestras, anotando la frecuencia que marcaba el osciloscopio. Después, para las mismas velocidades se han tomado otras 10 muestras para procesarlas mediante un código desarrollado en Matlab<sup>®</sup>. Los datos para el procesamiento se han extraído del osciloscopio en formato *.csv (comma separated values)*. El resultado final es una dependencia lineal con un coeficiente de correlación cercano a la unidad, lo que indica la bondad del ajuste.

#### **2.4. Interfaz gráfica programada con Matlab<sup>®</sup>**

Se ha programado una interfaz gráfica con Matlab<sup>®</sup> con la finalidad de poder calcular el número de Reynolds ( $Re$ ) y el parámetro de giro ( $S$ ) en base a la temperatura del fluido, que da la viscosidad cinemática; el caudal y la velocidad de rotación del motor que se tengan en el experimento en un momento dado. También para permitir calcular de forma inversa (mediante un selector) el caudal y velocidad de giro del motor en base al número de Reynolds y parámetro de giro que se pretenda obtener mediante el ajuste de las variables anteriores. Todo ello en tiempo real, facilitando así la rapidez a la hora de realizar el ajuste del experimento. Puede verse una imagen de esta interfaz en la figura 2.15.

Se ha añadido también una gráfica del plano  $Re$ - $S$  (en el caso de estudio de la zona de aguas arriba y aguas abajo) para saber en qué zona de actuación nos encontramos. Así las dos líneas continuas que aparecen en la figura 2.15 se corresponden con las transiciones de flujo estable a convectivamente y absolutamente inestables [Fernández-Feria y del Pino (2002)]. Bajo dicha gráfica, se han colocado dos botones para facilitar la tarea de adquisición de datos, un botón *Guardar Punto* mediante el cual se almacenan los valores de los parámetros en un fichero de arrays de datos. En cuanto al otro botón, *Representar Gráfica Actual*, sirve para que una vez se tengan guardados los puntos que se hayan clasificado, se puedan representar en una gráfica indicando de ese modo, en el plano  $Re$ - $S$ , los diferentes estados.

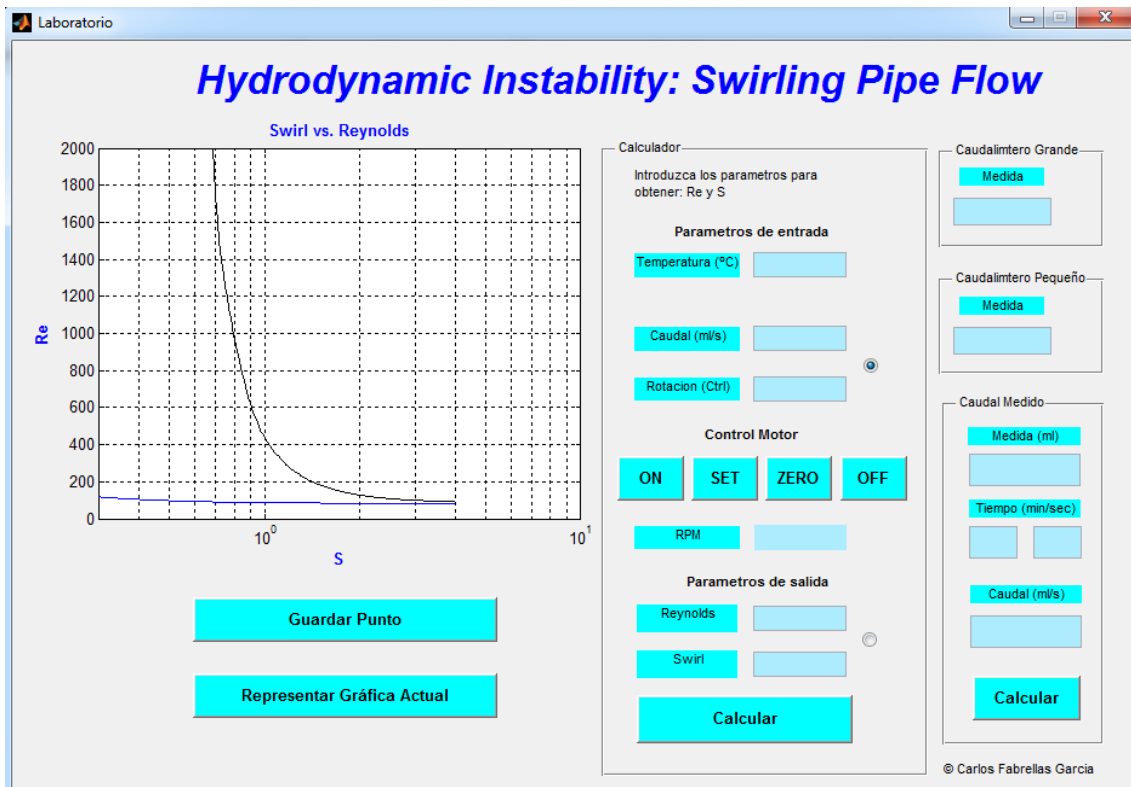


Figura 2.15. Imagen de interfaz gráfico en Matlab<sup>®</sup>.

Por otro lado, gracias a la herramienta *Matlab*© se ha podido programar, mediante la misma interfaz gráfica, un control de la velocidad mediante el envío de instrucciones a la controladora *UnoMotion*. Para ello se ha situado, como puede verse en la figura 2.15, una celda para escribir el parámetro a enviar a la controladora junto con otra celda abajo indicando la velocidad del motor (en rpm). También se han añadido botones tales como *ON* (conectar), *OFF* (desconectar), *SET* (enviar) y *ZERO* (detener el giro del motor).



## Capítulo 3

### Parada parcial o súbita en un flujo de Hagen-Poiseuille con rotación<sup>2</sup>

#### 3.1. Introducción

El problema de la aplicación de una rotación brusca a un fluido incompresible partiendo del reposo, denominado *spin-up* ha sido estudiado desde hace décadas en el interior de distintas geometrías axilimétricas [ver una revisión en Duck y Foster (2001), Park y Hyun (2008) para la caracterización de inestabilidades lineales y no lineales]. Entre las geometrías más estudiadas se encuentran las esferas, con y sin estratificación, por su importancia en flujos ambientales [Greenspan y Howard (1963) y Clark et al. (1971)], el toroide [Madden y Mullin (1994)] y los cilindros de sección circular sin flujo axial. Esta última geometría se ha estudiado o bien mediante una combinación de dos discos paralelos a una determinada distancia [ver el trabajo pionero de Wedemeyer (1964)], o bien suponiendo que esta distancia es pequeña, lo que simularía las condiciones en un disco [Krymov (1990)]. Sin embargo, en este trabajo analizaremos lo que le ocurre al flujo de Hagen-Poiseuille con la superimposición de una rotación como sólido rígido (denominado de ahora en adelante RHPF) cuando el giro deja de aplicarse en un determinado instante mediante una parada súbita (*spin-down*). De hecho, son numerosos los estudios que compararan el comportamiento del fluido cuando, o bien éste es sometido a un giro instantáneo partiendo del reposo, o bien a una parada súbita cuando el flujo con giro es estacionario [Bien y Penner (1971), Nietzel y Davis (1981), Cui (2003), Ogawa y Murakami (2004), Hewitt et al. (2011)]. La principal característica de estos estudios comparativos se corresponde a las zonas donde aparecen las inestabilidades (frecuentemente en la capa límite cercana a la pared sometida a rotación o el eje de

---

<sup>2</sup> Enviado a *J. Fluid Mech.*, bajo el título *Spin-down in rotating Hagen-Poiseuille flow: a simple criterion to detect the onset of absolute instabilities.*

simetría) y el conocimiento de los tiempos necesarios para observar experimentalmente el cambio en la estructura del flujo. Así, en relación al estudio del problema dinámico del *spin-down* de un fluido confinado en una determinada forma geométrica axilsimétrica, se han analizado teórica, numérica y experimentalmente los casos de un toroide sometido a una parada súbita [del Pino et al. (2008)], y para distintas relaciones de las velocidades de rotación inicial y final en esta misma forma geométrica incluido el cambio del sentido de giro o *spin-over* [Hewitt et al. (2011)] numérica y teóricamente. Además se han analizado los casos de un cilindro circular sin flujo axial [Weidman (1976), Dolzhanskii et al. (1992)], que también simula las condiciones en un cilindro infinito si la distancia entre las tapas superior e inferior es muy grande [Krymov y Manin (1986)]. De todos estos estudios en una geometría cilíndrica circular, el más relacionado con el experimento propuesto en nuestro estudio fue realizado por Weidman (1976). Éste generalizó el criterio dado por Wedemeyer (1964), llegando a la conclusión de que las inestabilidades no lineales en el problema de *spin-up* aparecen de forma más rápida que las del caso del *spin-down*. Se ha de destacar que han existido dificultades para analizar experimentalmente las evoluciones temporales del campo de velocidad en el problema del *spin-down* en un cilindro sin flujo axial, en cuyo caso las simulaciones numéricas han aportado una mejor caracterización y una mayor descripción de los mecanismos físicos que tienen lugar en este tipo de problemas [Lopez y Weidman (1996)]. Además, en el caso de un cilindro finito sin flujo axial con parada súbita se han encontrado tres características en el flujo [Neitzel y Davis (1981)]: en primer lugar, el proceso es no lineal; en segundo lugar, es un problema inestable con aparición de estructuras tridimensionales incluso para flujos altamente viscosos y, finalmente, es un problema inestable poco estándar al ser el estado estacionario sin giro un flujo estable. Igualmente, este problema de una parada brusca se ha estudiado también en un cilindro con un gradiente térmico para simular los procesos solares [Sakurai (1970)], dado el enorme interés que despierta en la Astrofísica (con o sin presencia de flujos magnéticos), así como en otros problemas y geometrías por la importancia en otras disciplinas como la Oceanografía [Maxworthy y Browand (1975)].

Si bien la transición entre inestabilidades convectivas y absolutas para el RHPF ha sido estudiada de forma numérica y se han dado diversos criterios matemáticos para la búsqueda de autovalores absolutamente inestables [Fernández-Feria y del Pino. (2002) o Sulov (2006)], su manifestación de forma numérica mediante simulaciones directas

[Sanmiguel-Rojas et al. (2005)] e incluso el intento sin éxito para encontrar soluciones de amplitud finita [Barnes (2000)], existen pocos estudios que sean capaces de caracterizar experimentalmente el inicio de inestabilidades absolutas en el RHPF [Shrestha et al. (2013)]. Tal y como se verá en las siguientes secciones, este trabajo presenta otra alternativa para dar un criterio sencillo en el que se observa experimentalmente la transición a inestabilidades absolutas. Este hecho es el que motiva principalmente el trabajo que se presenta a continuación, que puede ser entendido también como un estudio novedoso del problema en un cilindro de sección circular cuando es sometido a una parada parcial o súbita de la velocidad angular partiendo de una rotación como sólido rígido en estado estacionario. Así, y para nuestro conocimiento, no existen estudios previos del problema de *spin-down* que tengan en cuenta la presencia de una componente axial de la velocidad en el flujo, tal y como se presenta de forma original en este trabajo. Nos centraremos en la zona de la entrada del conducto, al ser en esta parte del dominio espacial donde tiene lugar la manifestación del inicio de la inestabilidad absoluta.

Por otro lado, y debido a que prestamos especial interés en la zona de entrada en la cual se desarrolla el RHPF, se destacan dos trabajos relacionados con este flujo no paralelo. El estudio realizado por Pedley (1969) analiza de forma analítica las inestabilidades inherentes a los flujos viscosos con rotación y establece un criterio mediante el cual se detalla la longitud mínima adimensional que necesitaría para desarrollarse totalmente el RHPF, siendo ésta el máximo entre los valores del número de Reynolds y el producto del número de Reynolds y el parámetro de giro. Este criterio es muy conservador, tal y como se desprende del análisis numérico y de estabilidad hidrodinámica realizado en el análisis de estabilidad no paralela en del Pino et al. (2003), ya que la longitud necesaria para su desarrollo se encuentra cercana al 40% de la longitud establecida por el criterio de Pedley. Más adelante también se discutirá con detalle este criterio desde un punto de vista experimental, mediante los resultados de la curva de transición convectiva-absoluta obtenida mediante las visualizaciones.

Este trabajo se organiza como sigue. Primeramente, se describen y discuten los resultados en la región de entrada del conducto con rotación sometido a una parada parcial o total de la velocidad de giro. En segundo lugar, se caracterizan las ondas observadas mediante diagramas espacio-temporales y, finalmente, se establece una discusión del criterio de Pedley teniendo en cuenta los resultados en el plano  $Re-S$ .

## 3.2. Resultados y discusión

### 3.2.1. Resultados en el plano $Re-S$

Tal y como se ha comentado en la introducción, este estudio complementa los trabajos de estabilidad hidrodinámica realizados teóricamente por Fernández-Feria y del Pino (2002) y del Pino et al. (2003), numéricamente en Sanmiguel-Rojas et al. (2005) y experimentalmente en Shrestha et al. (2013); haciendo un mayor énfasis en el análisis de la transición entre las inestabilidades convectivas y absolutas, en un flujo RHPF a la entrada de un conducto circular de sección uniforme. En esta sección describiremos los diferentes estados que se encontraron experimentalmente a la entrada del conducto, cuando el flujo se está desarrollando hacia un RHPF. Los resultados que se describirán han sido analizados cualitativa y cuantitativamente mediante visualizaciones directas del flujo para distintos valores del número de Reynolds,  $Re$ , y del parámetro de giro,  $S$ .

Todos los estados experimentales, caracterizados mediante la metodología experimental presentada en este capítulo se resumen en la figura 3.1. En ella se observa que los resultados cercanos a la transición entre el flujo convectivo (C.I.) y absolutamente inestable (A.I.) obtenidos experimentalmente concuerdan bastante bien con los datos teóricos facilitados por Fernández-Feria y del Pino (2002) para el modo más inestable con número azimutal  $n=-1$  (línea continua y discontinua para el inicio C.I. y A.I., respectivamente). Cabe destacar también que el análisis de la región donde el flujo es estable (E) se ha descartado porque está fuera del alcance del objetivo del presente estudio, que se centra en el inicio de la inestabilidad absoluta. No obstante, y a la vista de los resultados mostrados en la figura 3.1, existen regiones donde la curva teórica no coincide con los datos experimentales. Esta discusión se va a hacer en la última sección de este capítulo, donde se analizará la validez de la longitud de entrada para que se desarrolle un RHPF. En nuestro caso, tal y como se vaticinaba por limitaciones experimentales relacionadas con la longitud del conducto en Shrestha et al. (2013), la curva teórica es válida para un región con números de Reynolds inferiores a un valor aproximado de 400-450.

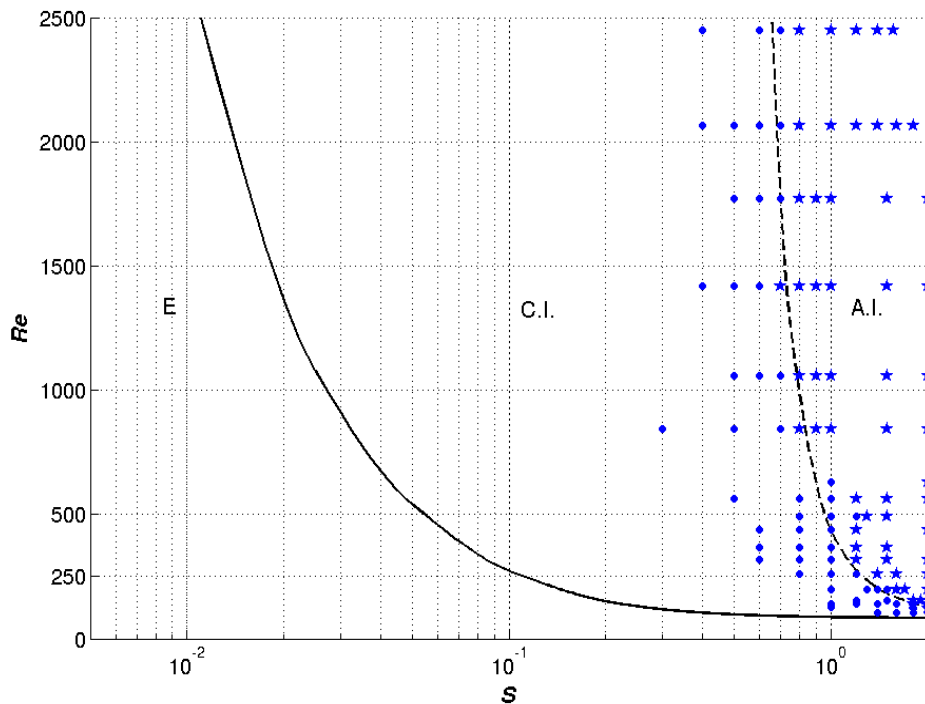


Figura 3.1 Gráfica de los estados y resultados experimentales en el plano  $Re$ - $S$ : estable (E), convectivamente inestable (C.I., círculos), absolutamente inestable (A.I., estrellas) en la región de entrada. En la misma gráfica pueden observarse las curvas teóricas, de transición del flujo estable (E) a convectivamente inestable (línea continua) y la de transición de convectivamente inestable a absolutamente inestable (línea discontinua) obtenidas en el trabajo teórico realizado por Fernández-Feria y del Pino (2002).

### 3.2.2. Visualizaciones en la región de entrada

Los resultados experimentales descritos en este capítulo se han obtenido mediante la adición de partículas de *Kalliroscope*<sup>®</sup> [Savas (1985), Abcha et al. (2008)] al flujo, que destaca la estructura del mismo gracias a una fuente de luz incidente. Se ha iluminado la zona de entrada del conducto con rotación en un plano  $(r, z)$  mediante un haz de luz proveniente de una lámpara halógena y se han grabado vídeos mediante una cámara digital a 25 imágenes por segundo.

El inicio de la inestabilidad absoluta ya fue caracterizado experimentalmente en Shrestha et al. (2013) mediante la aparición de una estructura espiral en la zona de entrada del conducto [ $d \leq z \leq 7d$ ], tal y como se observa en la figura 3.2. El flujo en el conducto va siempre en dirección positiva, es decir, el caudal va desde la izquierda hacia la derecha en todas las imágenes que se van a dar en este capítulo. En las instantáneas de la figura 3.2, se diferencia un flujo con número de Reynolds igual a 500 y convectivamente

inestable para un parámetro de giro,  $S=0,8$  (a), y absolutamente inestable,  $S=1,5$  (b). Sin embargo, la visualización directa del flujo absolutamente inestable y la consecuente aparición de espirales en la zona de la entrada del conducto no llegaba a ser muy nítida justo en la zona de transición [ver figura 2(d) de Shrestha et al. (2013)]. Por este motivo fue necesario acudir a un diagrama espacio-temporal en la zona de entrada para que las estructuras espirales en la entrada fuesen más claras. De esta forma, el comienzo de la inestabilidad absoluta se observaba experimentalmente mediante una secuencia de espirales en la región de entrada del conducto que, consecuentemente, se manifestaba con la existencia de bandas con una tonalidad distinta que eran paralelas al eje temporal del diagrama espacio-temporal, siendo el dominio espacial el eje de simetría,  $r=0$  [ver figura 4(c) de Shrestha et al. (2013)]. Así pues, el problema de la observación experimental directa a partir de visualizaciones justo en la zona de la transición se incrementaba a medida que aumentaba el número de Reynolds, donde era más difícil observar la estructura espiral que se presenta en la figura 3.2 (b). Por este motivo se ha planteado otra alternativa para establecer de una forma experimental a partir de visualizaciones la transición a la inestabilidad absoluta. Para este fin, nos basaremos en una parada parcial o súbita del giro.

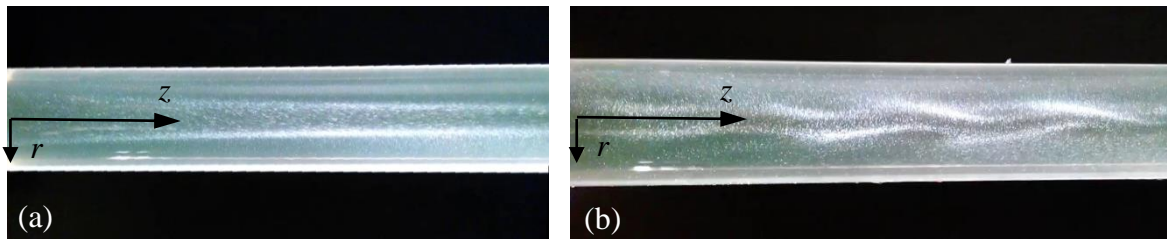


Figura 3.2. Imagen de un flujo convectivamente inestable para  $Re=500$  y  $S=0,8$  (a) y flujo absolutamente inestable para  $Re=500$  y  $S=1,5$  (b). El dominio espacial se corresponde con  $d \leq z \leq 7d$ .

Para la caracterización de los estados del flujo a la entrada del conducto, convectivamente y absolutamente inestables, se ha recurrido a un nuevo método experimental para la distinción de estos estados, que se describirá a continuación. Este nuevo procedimiento experimental se basa en la naturaleza de las inestabilidades hidrodinámicas [Huerre y Monkewitz (1990)]: mientras que las convectivas tienden a perturbar el flujo aguas abajo, las absolutas influyen en todo el dominio espacial, incluida la zona de entrada del conducto donde el flujo se está desarrollando y es supuestamente estable. Esto se debe a que el tren de ondas convectivas producido por las perturbaciones tienden a propagarse

con más intensidad aguas abajo, es decir, la velocidad del grupo de ondas es positiva ( $c_g > 0$ ). Sin embargo, las inestabilidades de tipo absoluto tienden a desestabilizar también el flujo en la zona donde se está desarrollando el RHPF a la entrada del conducto, con lo cual se podía observar como el cambio desde la típica estructura cónica inicial [figura 3.2 (a)] a la ya mencionada estructura espiral [figura 3.2 (b)]. Esto es debido a que las ondas producidas por las inestabilidades absolutas tienden a propagarse con más intensidad tanto aguas arriba como aguas abajo, es decir, la velocidad del grupo de ondas es negativa ( $c_g < 0$ ). La transición tiene lugar de forma matemática para una velocidad de grupo nula y este es el punto crítico desde el punto de vista experimental: saber exactamente cuándo tiene lugar la transición.

En base a lo explicado anteriormente, para el análisis experimental se ha fijado un  $Re$  y un parámetro de giro  $S$  para alcanzar un determinado RHPF. Una vez establecido el estado inicial en el conducto, se ha reducido la velocidad de giro del motor una determinada cantidad, que ha ido desde el 1% (variación infinitesimal) hasta el 100%, lo que supone una parada súbita. Sin embargo, para una determinada reducción de la velocidad angular, que depende del número de Reynolds, se ha podido identificar claramente la transición a la inestabilidad absoluta. El cálculo del valor relativo de la reducción de la velocidad angular necesaria para que se dé una inestabilidad se discutirá posteriormente. En primer lugar, será necesaria la descripción de la evolución temporal del flujo RHPF a la entrada del conducto. La metodología experimental consiste en variar el parámetro de giro desde un estado inicial que puede ser convectivo u absoluto hasta un estado final con otro valor del parámetro de giro menor que el inicial y que es totalmente aleatorio. Mediante la realización de este procedimiento experimental, se ilustra en la figura 3.3 una secuencia temporal en el plano  $(r, z)$  para un número de Reynolds 250 y estados iniciales convectivos [ $S=1$ , figura 3.3 (a)] y absolutos [ $S=2$ , figura 3.3 (b)], con una parada del 50% en el valor del parámetro de giro. En la evolución temporal de las imágenes, se facilita la evidencia experimental de la transmisión de las ondas producidas por las perturbaciones en la región de la entrada. De esta forma se hace patente qué ocurre en la región de entrada del conducto al aplicar una disminución en el valor del parámetro de giro. Como criterio para distinguir si las ondas se propagan o no hacia la entrada se ha observado una variación drástica entre las perturbaciones que originalmente eran convectivas (a), o absolutas (b). En la secuencia (b), se ha representado con una flecha el alcance de la propagación de inestabilidades en dirección aguas arriba, hacia la entrada

del conducto. Esta deformación es consecuencia de la propagación de una onda aguas arriba, confirmando así el carácter absoluto de la inestabilidad. En algunos casos, se llega incluso a perder en la zona aguas arriba del propio conducto, que al ser opaca no permite la visualización. Sin embargo, en los casos que inicialmente son convectivamente inestables no llegan a alterar la estructura de la entrada.

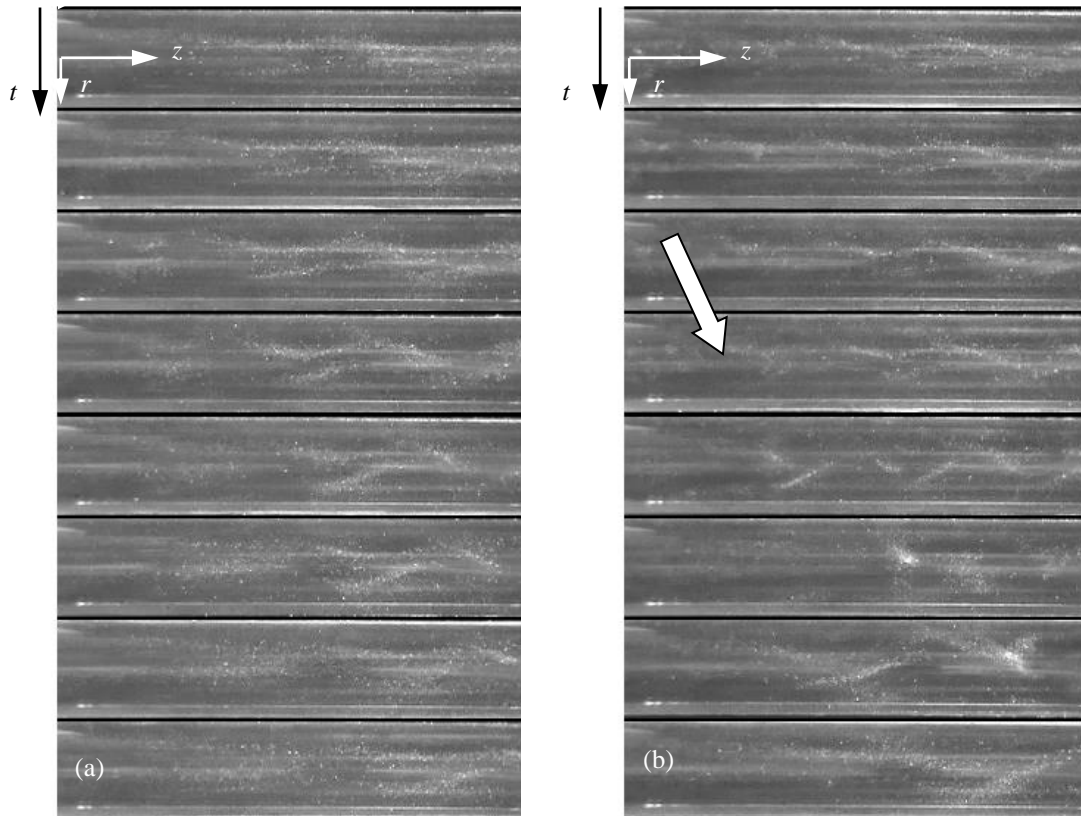


Figura 3.3. Imágenes instantáneas del flujo a la entrada del conducto en el plano  $(r, z)$  para  $Re = 250$ : convectivamente inestable con  $S_{inicial}=1$  y  $S_{final}=0,5$  (a); absolutamente inestable con  $S_{inicial}=2$  y  $S_{final}=1$  (b). El dominio espacial se corresponde con  $d \leq z \leq 10d$ . El incremento de tiempo es  $\Delta t=3$  s (a) y  $\Delta t=2$  s (b).

La ventaja del método experimental presentado aquí con respecto al dado en Shrestha et al. (2013) es que no será necesario acudir a un diagrama espacio-temporal. Simplemente se puede saber si el flujo es convectivamente o absolutamente inestable con la observación directa. No obstante, cuantificaremos las medidas experimentales realizadas para validar el éxito del procedimiento experimental aquí expuesto. Esto es lo que haremos en la siguiente sección.



La ventaja del método experimental presentado aquí con respecto al dado en Shrestha et al. (2013) es que no será necesario acudir a un diagrama espacio-temporal. Simplemente se puede saber si el flujo es convectivamente o absolutamente inestable con la observación directa. No obstante, cuantificaremos las medidas experimentales realizadas para validar el éxito del procedimiento experimental aquí expuesto. Esto es lo que haremos en la siguiente sección.

### 3.2.3. Cuantificación de las visualizaciones del flujo

A continuación se van a realizar los diagramas espacio-temporales que se derivan de las visualizaciones en un corte en el eje de simetría ( $r=0$ ). Los ejes espaciales y temporales están adimensionalizados con la longitud característica  $L_c=R_0=9,5$  mm y el tiempo característico  $t_c=L_c/W_0$ , siendo  $W_0$  la velocidad máxima en el eje que depende del número de Reynolds ensayado. Sirva como ejemplo los resultados que se muestran en la figura 3.4 para distintas reducciones del parámetro de giro para los casos convectivamente (a)-(d) y absolutamente inestables (e)-(f). Los diagramas de las figuras (a)-(d) se corresponden a un parámetro de giro inicial  $S=1$  y unas reducciones del 30% (a), 50% (b), 80% (c) y 100% (d), mientras que los casos de las figuras (e)-(f) son los diagramas espacio temporales de un parámetro de giro inicial  $S=2$ , y las mismas reducciones mencionadas anteriormente. El origen de tiempos corresponde con el inicio de la reducción parcial o total de la velocidad de giro. En todas las gráficas mostradas en la figura 3.4 se observa como en los casos iniciales absolutamente inestables (y antes de producirse el cambio en el parámetro de giro) existe un secuencia de bandas que se corresponden al criterio dado en Shrestha et al. (2013). No obstante, cuando uno está cerca de la transición con parámetros de giro cercanos al final de la inestabilidad convectiva, pueden apreciarse de forma sutil una secuencia bandas que pueden ser confundidas con casos de inestabilidad absoluta. Esto es debido a que la transición convectiva-absoluta es gradual para un RHPF.

Por este motivo, en este trabajo estudiamos la evolución temporal al variar el parámetro de giro, ya que es un método experimental más eficiente para la detención del comienzo de la inestabilidad absoluta. Este procedimiento se describe de la siguiente forma. Durante el proceso transitorio que tiene lugar en una parada parcial o total del parámetro de giro, en el caso de que el flujo sea inicialmente convectivamente inestable se observa una evolución temporal de las ondas con una velocidad de avance del frente de onda

transitorio positiva. Sin embargo, en el caso absolutamente inestable se distinguen velocidades de avance a contraflujo. Por consiguiente, podemos confirmar la presencia de ondas que viajan aguas arriba.

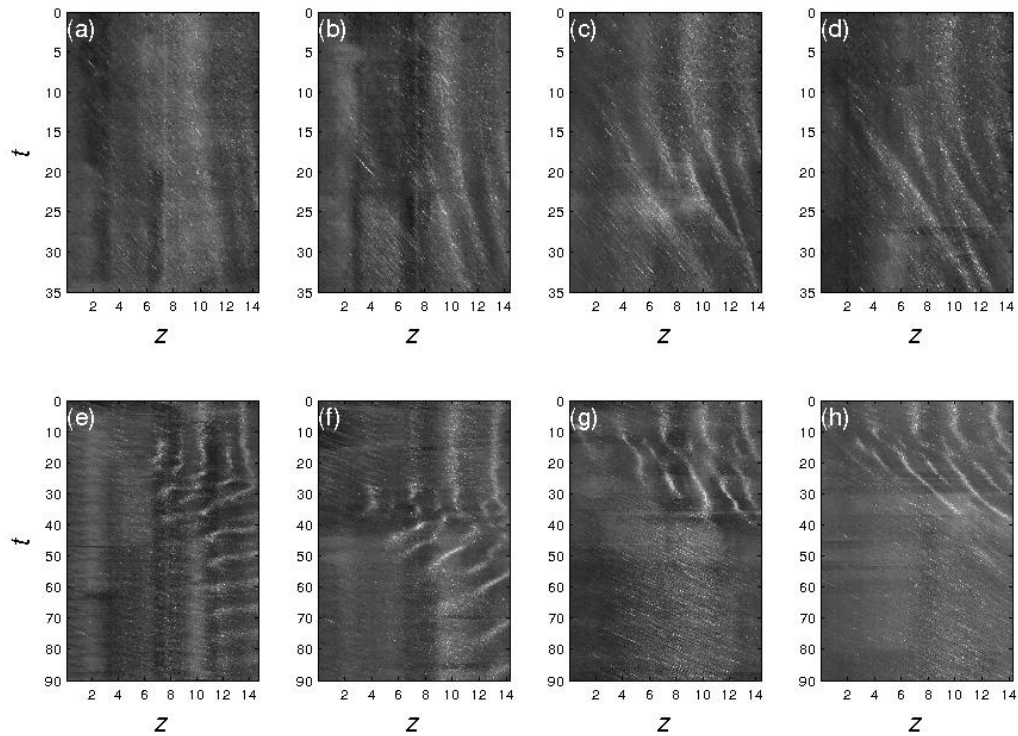


Figura 3.4. Diagramas espacio-temporales para un número de Reynolds  $Re=250$  y estados iniciales convectivamente,  $S=1$ , (a)-(d) y absolutamente inestables,  $S=2$  (e)-(f). Las reducciones son del 30% (a)-(e), 50% (b)-(f), 80% (c)-(g) y 100% (d)-(h).

La evidencia experimental descrita anteriormente en la figura 3.4 depende del grado de reducción de la velocidad angular. Así, la velocidad característica de avance del frente de onda ( $c^{+/-}$ ) se puede calcular con el cociente  $z^{+/-}/t$  (correspondientes a las bandas de color claro en la figura 3.4). Para cuantificar la velocidad  $c^{+/-}$ , se han tomado diversos puntos de referencia y se ha calculado su media y su desviación típica. En la figura 3.5 se representa la evolución de los valores de la velocidad  $c$  en función del grado de disminución del giro para un número de Reynolds constante para los mismos casos de reducción de la velocidad de giro mostradas en la figura 3.4, e incluyendo algunos más. Se observa como para casos iniciales convectivamente inestables, representados con rombos, las velocidades son siempre positivas ( $c^+$ ). Sin embargo, los casos iniciales

absolutamente inestables, que se corresponden con círculos, existe un valor crítico de reducción del giro a partir del cual las visualizaciones del flujo comienzan a dar valores negativos ( $c^-$ ). De hecho, para el caso de  $Re=250$ , la reducción crítica del parámetro de giro para la cual  $c=0$  se encuentra en torno al 65% que corresponde con  $S=1,3$ , y que corresponde al límite teórico de la curva de transición C.I-A.I. de la figura 3.1. Este hecho es muy importante y corrobora que el criterio experimental dado en este trabajo es muy fiable y puede ser considerado como una alternativa al criterio ya mencionado en Shrestha et al. (2013). Existen valores del eje  $z$  no representados en la figura 3.4, como por ejemplo aquellos casos con una reducción inferior al 20% en el caso convectivo o menor al 10% en el caso absoluto. Esto se debe a que no se ha observado ninguna característica  $c^+$  o  $c^-$  en el diagrama espacio-temporal mediante visualizaciones directas del flujo. En otras palabras, para estos casos de reducciones bajas, el flujo no presenta variaciones apreciables de forma visual.

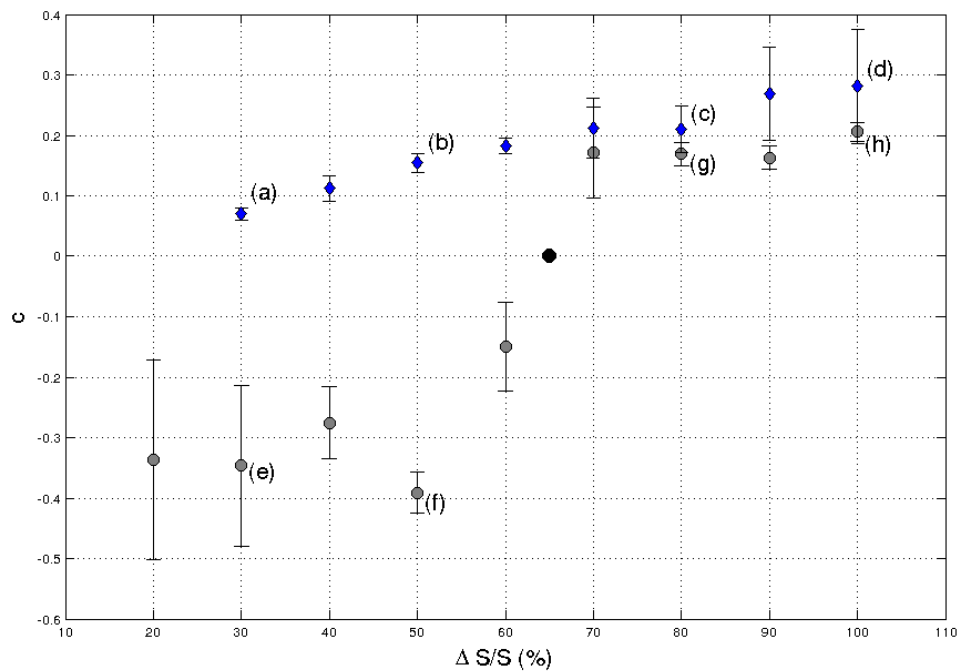


Figura 3.5. Evolución de la velocidad de avance del frente de onda en función del grado de parada de la velocidad de giro para casos iniciales convectivamente (diamantes) y absolutamente (círculos) inestables. Los casos representados entre paréntesis se corresponden a la figura 3.4. El punto negro (65%, 0) es el punto teórico en la curva de transición de la figura 3.1.

### 3.2.4. Discusión de los resultados

A continuación se realizará un análisis para justificar las discrepancias que aparecen a medida que se aumenta el número de Reynolds en la figura 3.1, en relación a la curva teórica dada en Fernández-Feria y del Pino (2002). Basándonos en la hipótesis de partida para la que se cumple el criterio de máxima longitud del conducto que se describe en el trabajo de Pedley (1969), junto con la corrección elaborada de forma numérica en del Pino et al. (2003), se han diferenciado dos zonas para los análisis de los estados del flujo en el conducto para valores de  $Re$  inferiores a 400-450, aproximadamente. Se ha realizado el estudio del flujo para valores bajos del número de Reynolds en cuya región se pueden distinguir con facilidad los estados convectivamente y absolutamente inestables. En este rango del número de Reynolds se podría afirmar que se tiene en el conducto un flujo RHPF totalmente desarrollado. Sin embargo, hay una zona ( $Re \approx 400-450$ ) en la que los resultados experimentales se desvían de los teóricos. Esta desviación se produce debido a que la curva teórica mostrada para la transición solo es válida para un flujo paralelo RHPF. Por tanto, se está confirmando el criterio de Pedley (1969), junto con la corrección dada en del Pino et al. (2003). En otras palabras, el flujo RHPF deja de ser válido aguas abajo y, al no desarrollarse completamente el flujo, se observa un cambio en la tendencia de la curva de transición. A medida que aumentamos el número de Reynolds, las observaciones solo son válidas para nuestro montaje experimental, pero no dejan de ser también importantes. Para  $500 \leq Re \leq 1.500$ , seguimos observando una nueva discrepancia entre los resultados experimentales y la curva teórica. Probablemente, estas discrepancias son debidas al cambio del perfil de velocidad axial desde un flujo uniforme a la entrada, hasta otro parabólico. Esta hipótesis está aún por confirmar y sería necesaria la medición del campo de velocidad. A partir de un valor del número de Reynolds de  $Re=1.750$ , aproximadamente, el flujo a la entrada es siempre uniforme debido a la presencia de la tobera convergente y, por tanto, llega a ser constante el parámetro de giro que necesitamos para alcanzar la inestabilidad absoluta.

### 3.3. Conclusiones

Se ha realizado una nueva caracterización experimental de la transición del flujo RHPF, a la entrada de un conducto circular de sección uniforme, entre los estados

convectivamente inestable y absolutamente inestable mediante una parada parcial o súbita del giro (*spin-down*). Si bien en Shrestha et al. (2013) el comienzo de la inestabilidad absoluta se caracterizaba mediante la aparición de ondas en la zona de la entrada o mediante un diagrama espacio temporal, se ha propuesto con éxito una metodología experimental para distinguir ambos estados inestables mediante una visualización directa del flujo. Ésta permite distinguir con facilidad el estado del flujo mediante la variación del parámetro de giro desde un valor determinado hasta la parada parcial o súbita, visualizando el efecto de propagación de las ondas en la zona de entrada. Se ha comprobado que en el caso inicial de un flujo convectivamente inestable, las ondas provocadas por las inestabilidades nunca llegan a desestabilizar el flujo a la entrada, mientras que en el umbral de la inestabilidad absoluta el frente de dichas ondas transitorias llegan a propagarse hasta la entrada del conducto, desestabilizándolo. Mediante el conocimiento de la transición de la estabilidad convectiva a la absoluta y su desviación con respecto a la curva teórica dada en Fernández-Feria y del Pino (2002) se ha podido conocer también una características más del RHPF: se ha sabido cuál es la limitación experimental en relación a la longitud del conducto para tener el flujo totalmente desarrollado, estableciendo este valor en torno a  $Re=400-450$ , que coincide con el criterio dado por Pedley (1969) y su correspondiente corrección ofrecida por del Pino et al. (2003).



## Capítulo 4

### Inestabilidades no lineales en la entrada de un conducto con rotación<sup>3</sup>

#### 4.1. Introducción

Existen numerosos trabajos que tratan sobre flujos en conductos de sección circular uniforme sometido a una rotación como sólido rígido. Estos tienen especial interés en numerosas aplicaciones ingenieriles que van desde la mezcla de componentes químicos hasta la disipación del flujo de calor a través del calor latente de cambio de fase de un fluido [Song et al. (2004) o Bertossi et al. (2012)]. Además, se ha de destacar que el cambio de estados que va a ser descrito experimentalmente en este trabajo se corresponde con un flujo en conducto sometido a una elevada velocidad angular, que tiene también un gran interés en estos procesos de transferencia de calor [Song et al. (2003)]. Por otro lado, y desde el punto de vista de la investigación fundamental, el estudio de los flujos en conductos con rotación aporta un mayor conocimiento al inicio de las inestabilidades hidrodinámicas convectivas y su transición a la región absolutamente inestable [Fernández-Feria y del Pino (2002), del Pino et al. (2003), Sanmiguel-Rojas et al. (2005) y Shrestha et al. (2013)]. En este sentido, se ha de destacar que tiene especial interés la región donde se desarrolla el flujo hasta alcanzar las condiciones de un flujo de Hagen-Poiseuille con rotación (RHPF). Así, en del Pino et al. (2003) ya se comprobó que la zona donde se desarrolla el flujo determina el tipo de inestabilidad que se desarrolla aguas

---

<sup>3</sup> Enviado a *Fluid Dynamics Research* bajo el título de *Non-linear instabilities in the inlet region of an axially rotating pipe flow*.

abajo, ya sea en la región convectiva o absoluta. Por consiguiente, este trabajo experimental se centra en la región absolutamente inestable con altos valores del parámetro de giro ( $S$ ) y bajos números de Reynolds ( $Re$ ) para comprobar qué le ocurre al flujo laminar durante su desarrollo en la zona de entrada del conducto circular. Esta inexplorada zona en el plano  $Re$ - $S$  no ha sido aún analizada en detalle y es la motivación de este capítulo.

Si bien las condiciones del flujo de este trabajo son laminares para el caso sin rotación ( $Re < 500$ ), existen numerosas investigaciones que recientemente han estudiado el inicio de la turbulencia para flujos incompresibles en tubos con un giro alto [Rummler y Zander (2013)]. Mediante un escalado conveniente, se presenta en este estudio la descomposición del flujo en uno laminar y otro que cumple las condiciones de tipo Dirichlet homogéneas en la capa límite y las periódicas requeridas en el eje. Mediante el uso del método de Galerkin y el de Dormand-Prince, se conocen las inestabilidades hidrodinámicas para el campo de velocidad y las presiones. Los interesantes resultados mostrados por Rummler y Zander (2013) representan soluciones numéricas de las ecuaciones tridimensionales de Navier-Stokes que son periódicas y 'extrañas'. Según estos autores, estas soluciones admiten el tratamiento de bifurcaciones y son válidas para estudios posteriores a la transición y directamente relacionados con los mecanismos de aparición de la turbulencia en este tipo de flujos. De hecho, y aunque está fuera del alcance de este estudio experimental, el desarrollo de flujos turbulentos con rotación han sido también ampliamente estudiados en la bibliografía de forma experimental [Imao et al. (1996) y Facciolo (2003)] y también han despertado el interés en el campo de las simulaciones numéricas [Grundestam et al. (2006)]. De especial interés ha sido también la comparación de modelos numéricos turbulentos y experimentos en la fase de laminarización del flujo en un conducto con rotación [Hirai et al. (1988)]. Por consiguiente, nuestro interés y motivación se centra más en la transición de estados justificados mediante inestabilidades que en la caracterización de la turbulencia completamente desarrollada. Finalmente, y en relación al proceso de transición de estados entre laminar y turbulento, el trabajo de Duguet et al. (2008) ofrece una descripción de un sistema dinámico para flujos de cortadura con inestabilidades no lineales mediante soluciones coherentes, distinguiendo entre ondas viajeras (*traveling waves*) y órbitas periódicas relativas (*relative periodic orbits*). Este trabajo numérico se basa en las soluciones para un conducto sin rotación, pero está íntimamente relacionado con las observaciones de



estructuras periódicas en el flujo presentadas en nuestro estudio experimental de un conducto con rotación.

Este capítulo se organiza como sigue. En primer lugar se describen las soluciones absolutamente inestables, junto con la caracterización del cambio de estado a una solución periódica en la zona de entrada del conducto, después se cuantifican los cambios en un plano  $Re-S$ . A continuación se caracterizan las frecuencias y las longitudes de onda del flujo aguas abajo del conducto y finalmente se muestran las principales conclusiones.

## 4.2. Resultados y discusión

En esta sección describiremos los diferentes estados que se encontraron experimentalmente en un RHPF a la entrada del conducto desde el depósito remansador. Para ello se realizaron visualizaciones en la zona de la entrada del conducto con giro denominada *aguas arriba*,  $d \leq z \leq 16d$  [véase (1) en figura 2.1(a)], siendo  $d=19 \pm 0,04$  mm el diámetro del conducto con giro y  $L_p=1.960$  mm de longitud. Los resultados que se describirán han sido analizados cualitativa y cuantitativamente para distintos valores del número de Reynolds ( $Re$ ), y del parámetro de giro ( $S$ ). Como continuación de los experimentos realizados en Shrestha et al. (2013) se detallarán los estados para un flujo, convectivamente inestable (C.I.), absolutamente inestable (A.I.) y el nuevo estado encontrado denominado *absolutamente inestable con dependencia temporal* (D.T.). En la figura 4.1 pueden observarse los distintos estados de inestabilidades (C.I., A.I. y D.T.) representados mediante cuadrados amarillos, rombos verdes y círculos negros, respectivamente) que se han caracterizado mediante una novedosa metodología, que será descrita posteriormente. El inicio del flujo A.I. ya fue descrito experimentalmente en Shrestha et al. (2013) y ha sido discutido en el capítulo anterior con la evolución temporal partiendo de los estados iniciales convectiva y absolutamente inestables cuando la rotación deja de aplicarse parcial o totalmente. Hay que destacar que el cambio de un flujo inestable convectivo a otro absoluto venía caracterizado experimentalmente por la aparición de una estructura estacionaria en forma de espiral (ver figura 4.2). Sirva también como recordatorio que, basándonos en la hipótesis de partida para la que se cumple el criterio de máxima longitud del conducto que se describe en el trabajo de Pedley (1969), junto con la corrección elaborada de forma numérica en del Pino (2003), se ha realizado

el estudio del flujo para valores bajos del número de Reynolds, es decir  $Re < 400$ . En este rango del número de Reynolds se podría afirmar que se tiene un flujo de Hagen-Poiseuille totalmente desarrollado. Volviendo a la figura 4.1 se puede distinguir un nuevo estado D.T. en el que las perturbaciones no lineales son de tal magnitud que el flujo a la entrada del conducto oscila con dependencia en el tiempo, es decir, la estructura del flujo caracterizada por una secuencia de espirales (ver figura 4.2) dejan de ser estacionarias pasando a un flujo oscilatorio. Así, en la figura 4.3, se representa una secuencia de imágenes para el estado D.T., para un valor de  $Re=200$  y  $S=6$ . Se ha observado que para valores del número de Reynolds inferiores a 400 [rango de estudio debido a la limitación en la longitud del conducto para desarrollar el RHPF, ver Shrestha et al. (2013)] se tiene una estructura típica de inestabilidad absoluta A.I. a la entrada del conducto, formándose en sus bordes una serie de puntas con oscilaciones dependientes en el tiempo. Además, se aprecian unas perturbaciones en el interior del cono fluctuante justo a la entrada del flujo. Para estos valores de  $Re$  es complicado distinguir la transición de A.I. a D.T., ya que solo se llega a ver una estructura cónica oscilante con el tiempo de forma muy sutil hasta que, aumentando  $S$ , empieza a oscilar de forma más abrupta. Esto dificulta el estudio mediante de visualización directa de la caracterización de la transición, teniendo que recurrir entonces a técnicas de análisis en frecuencia mediante Transformada Rápida de Fourier Bidimensional (*FFT-2D*) para detectar si hay oscilaciones en el cono a la entrada en el conducto. Por consiguiente, para obtener con este estudio experimental los resultados mostrados en la figura 4.1 se ha recurrido a un análisis exhaustivo de visualización y procesamiento de imágenes, aplicándolo sobre las visualizaciones del flujo en la región de entrada del conducto con rotación, tal y como se explicará más adelante. Se observa en la figura 4.1 que en la transición entre el flujo absolutamente inestable (A.I.) y absolutamente inestable con dependencia temporal (D.T.) se describe una curva en el plano  $Re-S$  con la misma tendencia que la transición entre el flujo convectivamente inestable y absolutamente inestable; de forma que, a medida que aumenta el número de Reynolds es necesario un menor parámetro de giro para alcanzar la transición de estados.

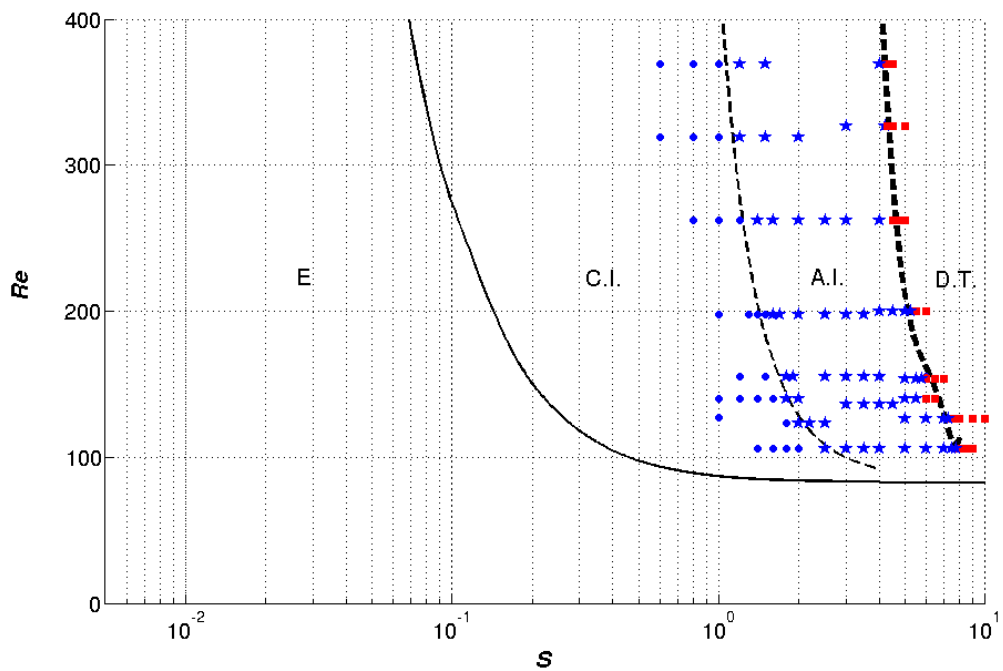


Figura 4.1. Estados y resultados experimentales en el plano  $Re$ - $S$ : convectivamente inestable (C.I.), absolutamente inestable (A.I.) y absolutamente inestable dependiente en el tiempo (D.T.) en la región de entrada. Los círculos representan el flujo convectivamente inestable, las estrellas el flujo absolutamente inestable y los cuadrados el flujo absolutamente inestable con dependencia en el tiempo. Asimismo, se representan las curvas teóricas, de transición del flujo estable a convectivamente inestable y la de transición de convectivamente inestable a absolutamente inestable (líneas continua y discontinua, respectivamente) obtenidas en los trabajos realizados por Fernández-Feria y del Pino (2002). Una vez realizado el análisis experimental se ha incorporado una curva de ajuste en la zona de transición entre el estado de flujo absolutamente inestable y el flujo inestable dependiente en el tiempo (línea discontinua gruesa).

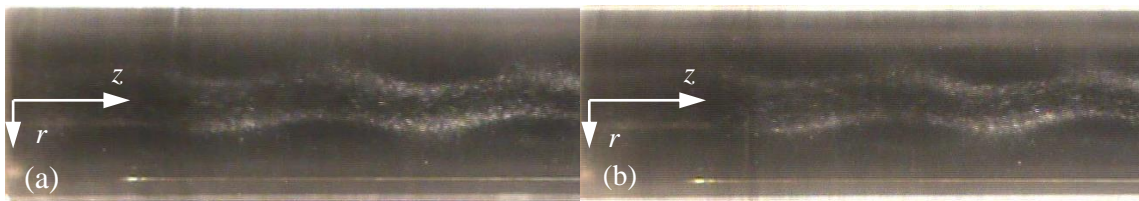


Figura 4.2. Imágenes de un flujo absolutamente inestable con un flujo caracterizado por una estructura formada por una secuencia de espirales estacionarias, para  $Re=200$  y  $S=5,25$ . Tanto en (a) como en (b) se puede observar que no oscila la estructura espiral, en el dominio espacial  $d \leq z \leq 3d$ .

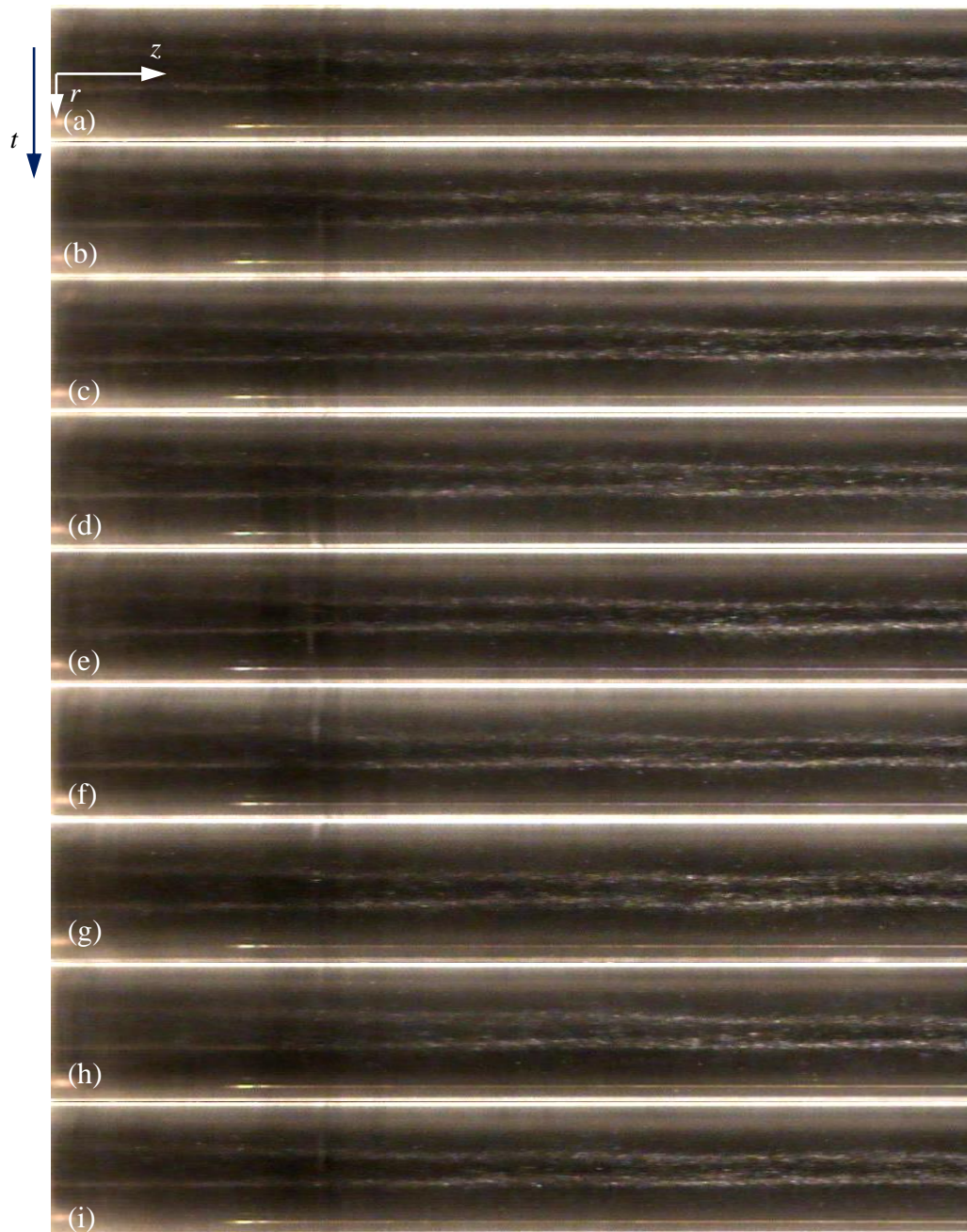


Figura 4.3. Imágenes instantáneas en diferentes espacios temporales para  $t=t_0$  (a),  $t=t_0+1s$  (b),  $t=t_0+2s$  (c),  $t=t_0+3s$  (d),  $t=t_0+4s$  (e),  $t=t_0+5s$  (f),  $t=t_0+6s$  (g),  $t=t_0+7s$  (h),  $t=t_0+8s$  (i), de un flujo absolutamente inestable dependiente en el tiempo (D.T.) a la entrada del conducto, en el rango  $d < z < 6,5d$ , para  $Re=200$  y  $S=6$ .

Tal y como se ha dicho anteriormente, para una correcta caracterización de las inestabilidades no lineales dentro de la región A.I. que se producen en el flujo en la zona de aguas arriba, se analizará el comportamiento del flujo, siguiendo la misma metodología utilizada para el estudio del flujo en la zona de aguas abajo facilitado en Shrestha et al. (2013) usando el *FFT-2D*. Para este análisis, se establecerá el flujo con unos valores  $Re$

y de  $S$  determinados. Una vez estabilizado el flujo se visualiza y se realiza una captura de vídeo en torno a una distancia  $d \leq z \leq 6,5d$ . Cabe destacar que se han realizado capturas de vídeo de 30 segundos a 25 fps (fotogramas por segundo), con lo que se consigue una buena resolución para el análisis de frecuencia de oscilación del flujo en la forma cónica a la entrada. A continuación, una vez realizada la grabación mediante una cámara digital, se realiza el montaje fraccionándolo en una serie de imágenes en función del tiempo con el fin de realizar un diagrama espacio-temporal, cuya coordenada espacial sería la longitudinal respecto al tubo, centrada arbitrariamente en una generatriz del cono, en cuyo caso se ha elegido un radio  $r=d/4$ ; y la coordenada temporal está definida por el número de imágenes adquiridas del video. Al montaje final del diagrama espacio-temporal se aplica un procesamiento  $FFT-2D$ , mediante el cual, se obtienen una serie de frecuencias y números de onda adimensionales. En la figura 4.4 se muestran dos diagramas espacio-temporales en los que se puede ver perfectamente la diferencia entre un flujo absolutamente inestable (A.I.) y un flujo absolutamente inestable dependiente en el tiempo (D.T.).

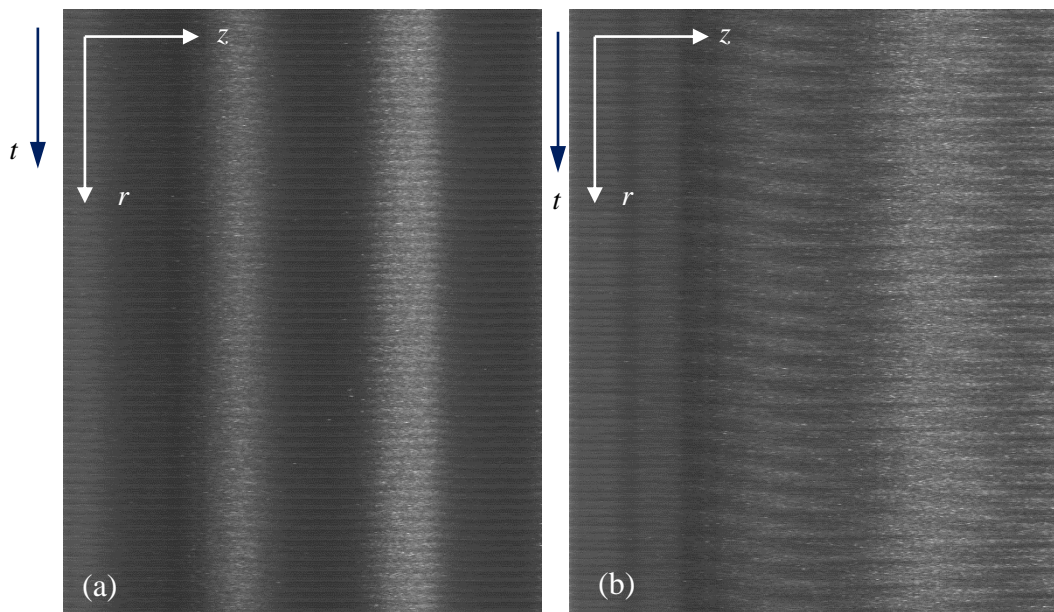


Figura 4.4. Diagramas espacio-temporales de la zona de entrada, centrada en  $r=d/4$ . (a)  $Re=200$  y  $S=5,25$  (flujo absolutamente inestable, A.I.) y (b)  $Re=200$  y  $S=6$  (flujo absolutamente inestable con dependencia temporal, D.T.).

Como se ha mencionado anteriormente, si se tiene un flujo absolutamente inestable con un parámetro de giro suficientemente alto, las perturbaciones que se propagan hacia aguas arriba serían tan intensas que el perfil cónico que se forma a la entrada tendrá una oscilación mantenida independiente del tiempo, tal y como se observa en la figura 4.4 (a), mediante unas bandas paralelas al eje temporal. Sin embargo, esas bandas dejan de existir en la figura 4.4 (b), ya que el flujo comienza a oscilar a una determinada frecuencia.

El criterio utilizado para detectar la transición entre un flujo absolutamente inestable independiente de otro dependiente en el tiempo (cambio de estado A.I. a D.T.), se basa en analizar las frecuencias adquiridas por el análisis mediante *FFT-2D*. A continuación se describe el caso para  $Re=200$  y parámetros de giro  $S=5,25$  (A.I.) y  $S=6$  (D.T.) cuyos resultados se muestran en las figuras 4.5 (a) y (b), respectivamente. Si se tiene un espectro plano y simétrico en torno a la frecuencia nula en el que simplemente se tiene ruido sin frecuencias características, se puede afirmar que se trata de un flujo absolutamente inestable (A.I.). Sin embargo si se distinguen una serie de picos de frecuencia en el espectro, se puede concluir que se trata de un flujo inestable dependiente del tiempo (D.T.), siendo su frecuencia de oscilación  $\hat{\omega}=1,443$ . Este es el procedimiento seguido para construir la gráfica presentada en la figura 4.1.

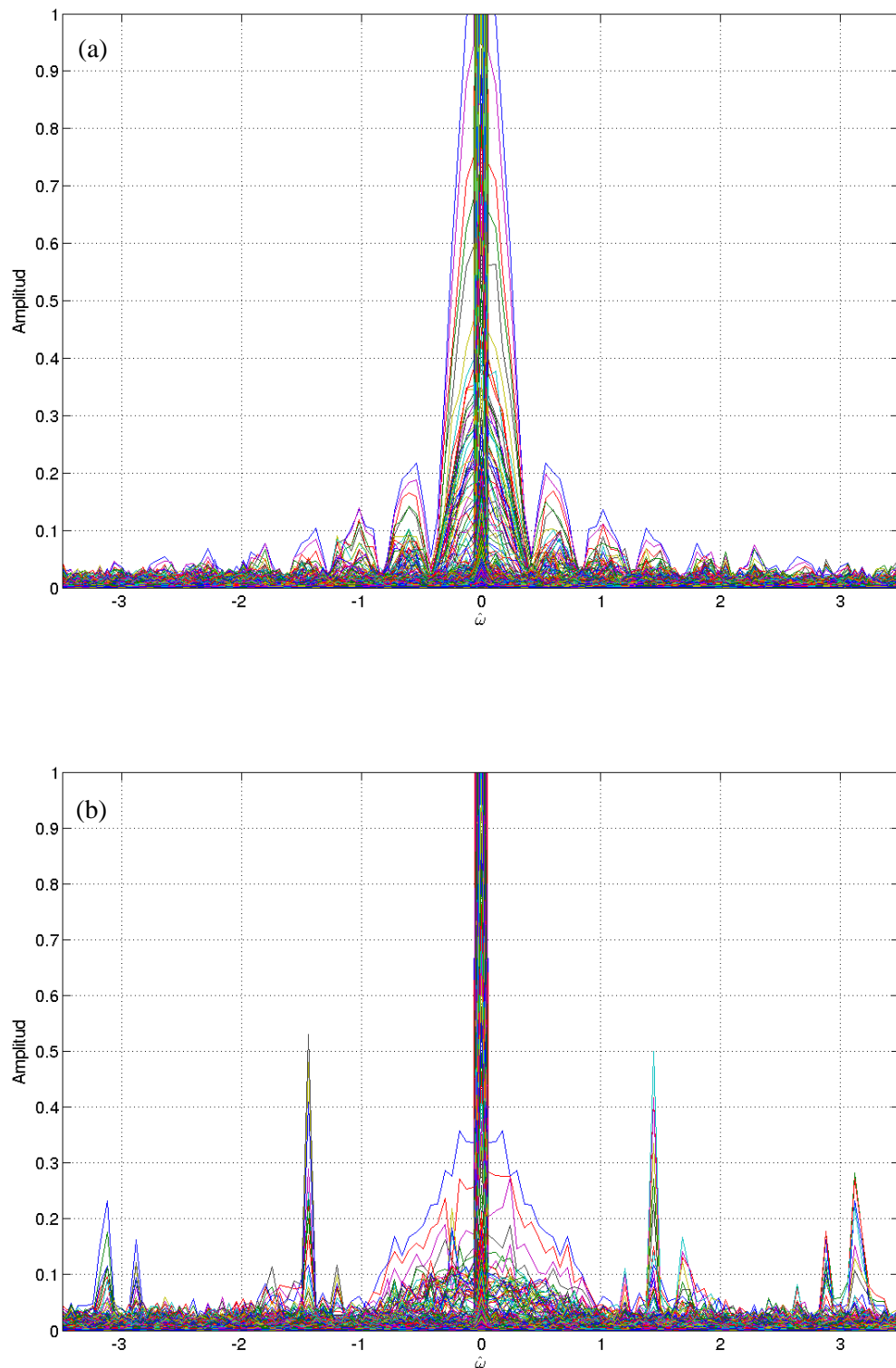


Figura 4.5. Espectro en frecuencia adimensional para la forma cónica a la entrada. (a)  $Re=200$  y  $S=5,25$  (flujo absolutamente inestable, A.I.) y (b)  $Re=200$  y  $S=6$  (flujo absolutamente inestable dependiente en el tiempo, D.T.).

Queda contemplar también la caracterización del flujo aguas abajo en la misma transición A.I.-D.T. Para ello se ha visualizado el flujo en el dominio  $82d \leq z \leq 87d$ . Las observaciones realizadas pasan por la secuencia de imágenes que se muestran en la figura 4.6 para un número de Reynolds  $Re=200$  y parámetro de giro  $S=6$  que se corresponde a un flujo D.T. En él sólo se puede apreciar un tren de ondas que se mueve a lo largo del conducto en rotación.

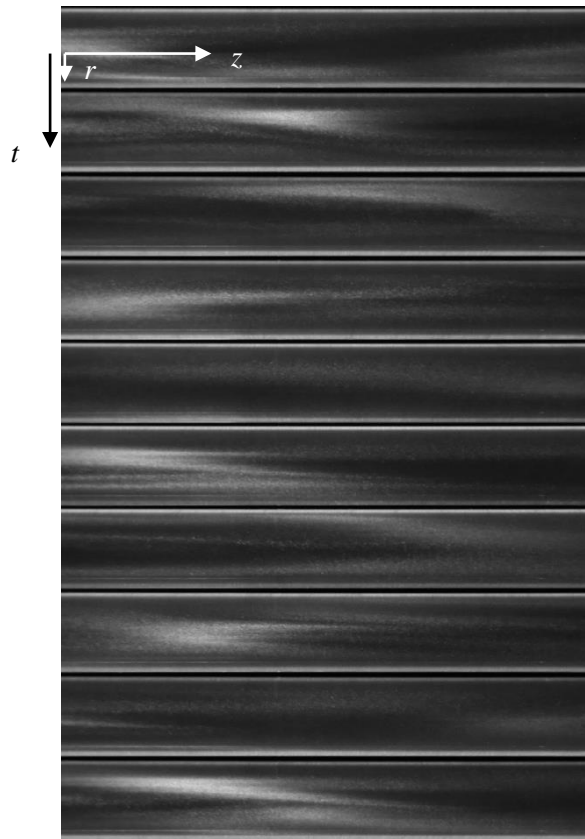


Figura 4.6. Imágenes de la propagación de ondas variando en el tiempo en la zona de aguas abajo para un flujo D.T. con  $Re=200$  y  $S=6$ , para un dominio espacial  $82d \leq z \leq 87d$ .

Analizando nuevamente los diagramas espacio temporales que derivan de la secuencia de imágenes del flujo aguas abajo mediante *FFT-2D*, obtenemos la información que se representa en las figura 4.7. En estas figuras se representan la frecuencia (a), (c), (e) y el número de onda (b), (d), (f) adimensionales en función del parámetro de giro  $S$  para números de Reynolds 200, 320 y 400. Los parámetros adimensionales de la frecuencia y el número de onda fueron definidos en el capítulo 1 (véase 1.3.2). Según se desprende de



los resultados, el cambio de A.I.-D.T. solo puede ser caracterizado en la entrada, ya que aguas abajo la tendencia seguida sigue siendo continua. En estos diagramas se ha representado con un punto rojo la frecuencia teórica de C.I.-A.I. dada en Fernández-Feria y del Pino (2002) y también se ha delimitado la región de la transición A.I.-D.T. descrita anteriormente.

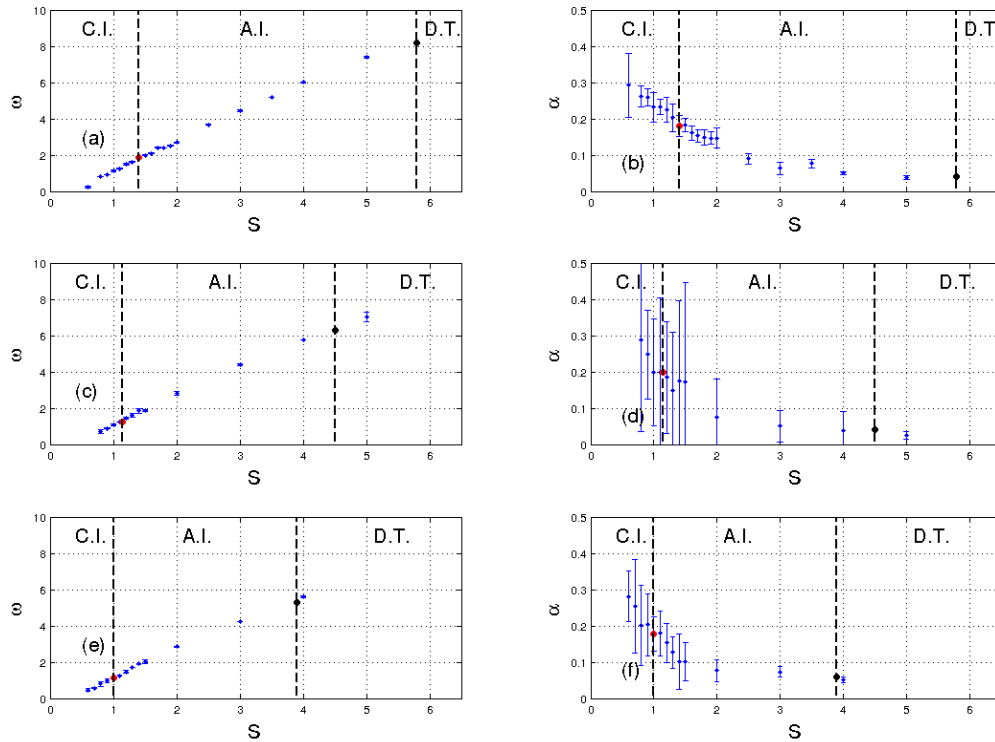


Figura 4.7. Representación gráfica para  $Re=200$ ,  $320$  y  $400$ , de la frecuencia adimensional frente al parámetro de giro (a), (c) y (e) respectivamente, y del número de onda adimensional frente al parámetro de giro (b), (d) y (f) respectivamente, representado las barras de incertidumbre en la medida, obtenidas mediante la dispersión de los datos obtenidos tras tres ensayos diferentes. El punto rojo indica la transición teórica del estado convectivamente inestable a absolutamente inestable [Fernández-Feria y del Pino (2002)], y de la transición del estado absolutamente inestable a absolutamente inestable con dependencia temporal, representado por un punto negro.

En último lugar, resulta también interesante comparar las frecuencias y números de onda adimensionales experimentales en función del número de Reynolds. Esto es lo que se representa en la figura 4.8.

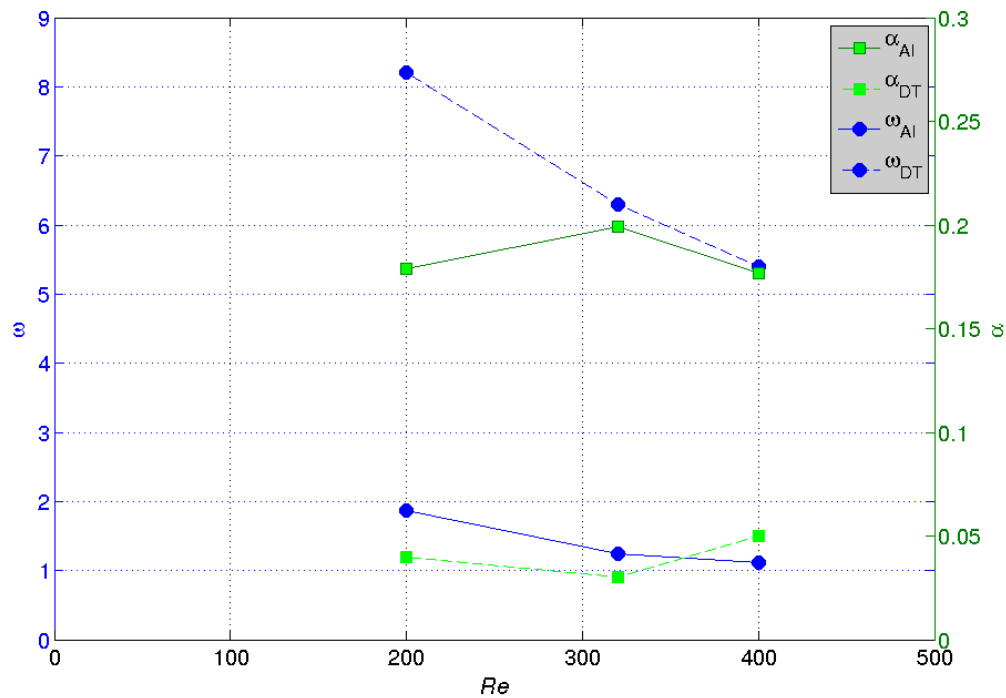


Figura 4.8. Representación gráfica en doble eje para  $Re=200, 320$  y  $400$ , de la frecuencia adimensional  $\omega$  (azul) frente al  $Re$  y del número de onda adimensional  $\alpha$  (verdes) frente al  $Re$ .

En la figura 4.8 se observa que la frecuencia adimensional  $\omega$  disminuye conforme aumenta  $Re$ . Por otro lado, se observa que el número de onda adimensional  $\alpha$  permanece prácticamente constante para todos los valores de  $Re$ .

### 4.3. Conclusiones

Se ha realizado una caracterización experimental de la transición del flujo, a la entrada de un conducto circular de sección uniforme, entre los estados absolutamente inestable (A.I.) que tiene un flujo caracterizado por una estructura formada por una secuencia de espirales en estado estacionario y un nuevo estado, dentro de la región de inestabilidad absoluta, denominada *inestable con dependencia temporal* (D.T.), la cual afecta directamente al flujo a la entrada del conducto circular de sección uniforme. Se ha visto que este nuevo estado se produce debido al crecimiento de la no linealidad en las inestabilidades absolutas. Esto provoca que se desestabilice la estructura cónica ondulada formada a la entrada, haciendo que oscile con dependencia temporal. Para comprobarlo se ha realizado un estudio conciso de la transición entre el estado A.I. y este nuevo estado D.T., realizando un análisis exhaustivo mediante *FFT-2D*, para caracterizar las posibles

oscilaciones de la forma cónica formada a la entrada. Se ha observado que esta transición tiene la misma tendencia que la transición desde un flujo convectivamente inestable (C.I.) a otro absolutamente inestable (A.I.), es decir, a medida que aumenta el número de Reynolds, se requiere un parámetro de giro más bajo para la transición. Finalmente, se ha caracterizado el flujo en la región del conducto aguas abajo en los estados C.I., A.I. y D.T. y se ha observado que tanto las frecuencias como las longitudes de onda adimensionales en la transición A.I.-D.T. siguen la misma tendencia teórica que la transición C.I.-A.I.



## Capítulo 5

### Flujo con giro descargando en una expansión brusca<sup>4</sup>

#### 5.1. Introducción

En el último cuarto del siglo XX el fenómeno de rotura de vórtices ha sido un reto para los investigadores de la dinámica de fluidos [Billant et al. (1998), Escudier (1998)]. En este sentido, la naturaleza del vórtice también se relacionó con el fenómeno del inicio de las inestabilidades absolutas [Hall (1972), Huerre y Monkewitz. (1990), Leibovich (1978), Wang y Rusack (1996a), Wang y Rusack (1996b)]. En realidad, una rotura de vórtice (o burbuja de recirculación) surge como resultado de un flujo a contracorriente causado por una deceleración en la velocidad axial cerca del eje, toda vez que la velocidad acimutal alcance un valor crítico dependiente de la geometría [Sarpkaya (1971a), Sarpkaya (1971b)]. El fenómeno de rotura de vórtice axilimétrico también estuvo directamente ligado a la transición subcrítica entre las soluciones de vórtice de columna y rotura de vórtice [Wang y Rusack (1997)]. Para un giro dado, las ecuaciones de Euler proporcionan dos soluciones y el flujo selecciona la que tiene menor energía. Además, la rotura de espiral aguas debajo de la rotura está relacionada con una transición supercrítica [Ruith et al. (2003)].

La burbuja de recirculación se emplea en diversos procesos de ingeniería tales como la mezcla de fluidos en los reactores químicos y cámaras de combustión, la reducción de contaminantes (en las capas de la atmósfera), estabilización de llamas en combustión, etc. [Ariyaratne y Jones (2007), Beer y Chigier (1972), Orlü y Alfredson (2008), Parras y Fernández-Feria (2007)]. El proceso de recirculación también es válido para comprender los flujos atmosféricos así como para explicar determinados fenómenos atmosféricos y

---

<sup>4</sup> En revisión: *Experimental study of a rotating Hagen-Poiseuille flow discharging into a 1:8 sudden expansion, Physics of Fluids*

diseñar aplicaciones tecnológicas relacionadas con las ellos (Michell y D'elery (2001)). Además, se han descrito los rasgos experimentales de un chorro turbulento con giro junto con las características de la rotura de vórtice del mismo utilizando mediciones con velocimetría de imagen de partículas (PIV) [Toh et al. (2010)]. También han sido descritos recientemente con metodología numérica los efectos de la compresibilidad en los gases ligeros a la hora de provocar rotura de vórtice con números elevados de Reynolds [Gallardo et al. (2010)]. Todos estos casos de flujos turbulentos y no-viscosos comparten la misma física que el régimen laminar que se presenta en este trabajo, para causar la rotura de vórtice: se necesita un giro crítico para poder caracterizar el comienzo de este fenómeno. Sin embargo, la turbulencia queda fuera de los límites de nuestro estudio porque nosotros sólo estudiamos el régimen laminar para comprender mejor, desde el punto de vista fundamental, los detalles de la estructura de rotura de vórtice, que será desarrollado en este capítulo.

Otros nuevos estudios empíricos sobre la formación de la rotura de vórtice y la evolución espacial aguas abajo se han presentado con la finalidad de dar respuesta a algunas cuestiones sin resolver o para proponer nuevas soluciones a antiguos problemas. A continuación, relacionamos algunas de estas contribuciones en orden cronológico. En primer lugar, Sanmiguel-Rojas et al. (2008) sólo describieron el inicio de las inestabilidades convectivas en la expansión brusca (rama inferior en la figura 5.2) que ya habían sido pronosticadas para un flujo de Hagen-Poiseuille con giro [Fernández-Feria y del Pino (2002)]. También proporcionaron el detalle numérico justo en el umbral de inestabilidades tridimensionales no lineales al inicio de la solución de rotura estable de vórtice en una expansión brusca 1:8 (véase figura 5.10).

En segundo lugar, se describió la formación satisfactoria de roturas de vórtice cuando un fluido de menor densidad se inyectaba en el agua que se hallaba en el interior de un cilindro provisto de una tapa con giro [Ismadi et al. (2011)]. Los autores observaron que una pequeña diferencia de densidad del 0,02% reducía a la mitad el número de Reynolds crítico para la aparición de rotura de vórtice, sin que la utilización de un fluido más ligero lo evitara. Para densidades superiores al 0,03% también hallaron que el fluido más ligero atravesaba la burbuja, lo que daba origen a una nueva estructura de rotura de vórtice. Los anillos del vórtice formados en el fondo del cilindro se comportaban en función de su

fuerza: los anillos con mayor cantidad de movimiento atravesaban la burbuja en tanto que los débiles eran desplazados alrededor de la burbuja.

En tercer lugar, Oberleithner et al. (2011), y Petz et al. (2011) llevaron a cabo estudios teóricos y empíricos de los modos globales y de la evolución espacio-temporal de un chorro turbulento con giro que sufría rotura de vórtice. Mediante un análisis de las ecuaciones de estabilidad parabólica (que tienen en cuenta las variaciones axiales del flujo base) a partir de los datos experimentales del flujo medio, predijeron de manera teórica el campo de velocidad tridimensional con periodicidad temporal para el modo más inestable, y describieron el flujo oscilatorio tridimensional a partir de tomas instantáneas no-correlativas de datos de PIV, y encontraron una buena correspondencia entre los modos de estabilidad (teóricos) y los derivados empíricamente.

En cuarto lugar, Oberleithner et al. (2012) también estudiaron la formación de rotura de vórtice y la relación con el inicio de la inestabilidad global en un chorro turbulento con giro. Su principal aportación fue que la rotura de vórtice tenía lugar de manera intermitente con una amplia gama de parámetros de giro antes de aparecer recirculaciones en el flujo medio, así como que las oscilaciones de rotura se descomponían, y aparecía una nueva región en el flujo. En otras palabras, al aumentar gradualmente el giro, el chorro evolucionó a un estado de rotura que permaneció globalmente estable hasta que se superó el número crítico de giro. Por encima de ese punto, aparecieron en el flujo pronunciadas oscilaciones armónicas a causa de una bifurcación de Hopf supercrítica.

En quinto lugar, Quadri et al. (2013) iniciaron el camino hacia estrategias de control pasivo para la rotura de vórtice espiral e investigaron este modo espiral numéricamente mediante análisis de estabilidad global alrededor de la burbuja uniforme y su estela. Para giros moderados, se halló que el modo acimutal  $n=-1$  era el más inestable, situándose alrededor de la burbuja las regiones productoras de las ondas (*wavemaker*). Sin embargo, en el caso de un giro intermedio, cuando la burbuja y la estela presentaban velocidades similares de crecimiento absoluto, las regiones alrededor de la burbuja eran más influyentes que la estela en la determinación del factor de amplificación y la frecuencia del modo lineal global. Finalmente, Shrestha et al. (2013) observaron y grabaron las inestabilidades en un flujo de Hagen-Poiseuille con giro. Su estudio experimental halló una correspondencia notable entre la evidencia experimental y las predicciones teóricas

para el comienzo de las inestabilidades hidrodinámicas convectivas y absolutas [Fernández-Feria y del Pino (2002)] apareciendo estas últimas con la formación de estructuras espirales a la entrada del tubo con giro donde se suponía que el flujo era estable. También se estimaron las longitudes de onda y las frecuencias particularmente en la zona de transición de inestabilidades convectivas a absolutas.

La presente contribución experimental debe tomarse como un paso adelante en la investigación de las inestabilidades ya caracterizadas dentro de un flujo de Hagen-Poiseuille con giro así como de los diferentes estados hallados cuando dicho flujo descarga en un conducto estático mediante una expansión brusca. Este es el principal objetivo de este trabajo que contiene una breve descripción del montaje experimental, la discusión de la geometría del flujo y las condiciones de contorno, los resultados experimentales de los cinco estados descritos y su discusión.

## 5.2. Modificaciones al montaje experimental y procedimiento

Tal y como se comentó en el capítulo 1, en este trabajo se pretenden caracterizar los diversos estados que tienen lugar cuando un flujo de Hagen-Poiseuille con giro pasa de un tubo a una expansión brusca con una relación de diámetros 1:8. La variedad de estados depende de la combinación de dos parámetros: el número de Reynolds,  $Re$ , y el parámetro de giro,  $S$ . A tal fin, el montaje experimental original, utilizado en Shrestha et al. (2013), ha sido modificado ligeramente para obtener visualizaciones del flujo en la unión entre el tubo con giro y la expansión brusca. También se instalaron dos válvulas manuales de seguridad: una para controlar el flujo del agua hacia el depósito de acumulación inferior y la otra para regular la velocidad del flujo de tinta a la salida del tubo con giro. Esta última región, que se corresponde con la entrada a la expansión brusca [véase (3) en figura 2.1(a)], es el área de interés de este capítulo.

El procedimiento exacto para conseguir un estado uniforme, para medir la velocidad del flujo,  $Q$ , y la velocidad de rotación,  $\Omega$ , se indicó en Shrestha et al. (2013). Sin embargo, nosotros introducimos aquí los aspectos novedosos en comparación con el montaje experimental original. Ambos tubos transparentes de metacrilato facilitaron la visualización adecuada del flujo y permitieron la grabación de imágenes utilizando una videocámara digital. También se usaron dos inyectores para hacer que la tinta



(*Rhodamine-6G*<sup>®</sup>) fluyera a la salida del tubo de circulación a partir de un depósito situado a mayor altura que el depósito principal. Sin embargo, la velocidad del flujo que se necesitaba para visualizarlo en la expansión brusca era inferior al 1% de la velocidad de flujo más baja estudiada en este trabajo. La tinta destacaba el flujo al ser iluminada por medio de un láser verde continuo (500 mW) porque tiene la misma longitud de onda de emisión que la longitud de onda de excitación de la tinta (532 nm). La mayoría de las visualizaciones del flujo se llevaron a cabo usando esta técnica, aunque también se usaron partículas *Kalliroscope*<sup>®</sup> para comparar los estados uniformes con los proporcionados usando tinta.

### 5.3. Descripción experimental y análisis

En esta sección describimos los cinco estados encontrados en el flujo cuando el parámetro de giro se incrementa para números de Reynolds comprendidos entre 35 y 425. Sólo se emplearon números de Reynolds inferiores a 425 porque el perfil de velocidad de un flujo de Hagen-Poiseuille con una rotación impuesta, no se conseguía en el montaje experimental debido a las restricciones impuestas por la longitud del tubo con giro [Shrestha et al. (2013)]. De hecho, se emplearon en la experimentación una muestra representativa de números de Reynolds y de parámetros de giro para entender mejor los cambios en la estructura del flujo, prestando atención especial al número de Reynolds crítico y a los parámetros de giro en los que el flujo modificaba su comportamiento.

Comoquiera que las fuerzas de flotación producidas por las pequeñas variaciones de temperatura entre la tinta y el agua (0,2-0,3°C) para valores de Reynolds inferiores a 100 eran suficientemente significativas como para distorsionar los resultados, se emplearon partículas *Kalliroscope*<sup>®</sup> que posibilitaran el empleo de una técnica experimental más exacta y a su vez menos intrusiva en términos de temperatura.

Todos los estados hallados se resumen en la figura 5.1 donde se representan los cinco sectores diferentes en el plano ( $Re-S$ ) y se proporcionan sus descripciones por valor creciente de número de Reynolds. En primer lugar, la línea continua azul delimita la solución teórica [Fernández-Feria y del Pino (2002)] para la transición entre el régimen estable (sector I, puntos rojos pequeños de la figura 5.1) y el régimen convectivamente

inestable (sector II, puntos blancos en la figura 5.1) en un flujo de Hagen-Poiseuille con giro caracterizado por ondas que se desplazan aguas abajo.

En segundo lugar, las líneas negras de trazo continuo indican los cambios en la estructura del flujo para una expansión brusca con una relación de diámetros 1:8 obtenida mediante simulación numérica. [Sanmiguel-Rojas et al. (2008)]. El punto de bifurcación próximo al par  $(Re, S) = (98, 1)$  separa dos ramas de la solución. En la parte inferior, existe una transición entre las inestabilidades convectivas procedentes del flujo de Hagen-Poiseuille con giro (sector II), y las inestabilidades no-lineales tridimensionales observadas numéricamente (sector III, puntos rojos y negros). En el interior del sector III se observan dos estados diferentes, como se ilustrará en apartados posteriores con fotos instantáneas: las inestabilidades de la capa de cortadura [sector IIIa, puntos negros en la figura 5.1 entre las curvas denominadas  $Re(S^*)$  y  $Re(S^{**})$ ] y la emanación de vórtices en la capa límite [sector IIIb, puntos rojos en la figura 5.1 entre las curvas denominadas  $Re(S^{**})$  y  $Re(S^{***})$ ]. En la parte inferior se observó una rotura de vórtice estable y axilsimétrica (sector IV, diamantes verdes en la figura 5.1). Finalmente, se halló otra transición teórica, en línea azul discontinua, que corresponde al inicio de las inestabilidades absolutas en un flujo de Hagen-Poiseuille con giro [Fernández-Feria y del Pino (2002)]. De hecho, otra región de interés en este trabajo está en la intersección entre la rama superior del sector III (puntos rojos) y el sector V (triángulos color azul turquesa) por el comportamiento novedoso observado en el flujo. El lector debe tener en cuenta de que no se observó ninguna rotura estable de vórtice más allá de un número crítico de Reynolds,  $Re_c^* = 280$ . Por último, el cálculo de los errores de medición para los puntos de la figura 5.1 se representa con líneas verticales y horizontales para todos los valores de  $Re$  y  $S$ , respectivamente.

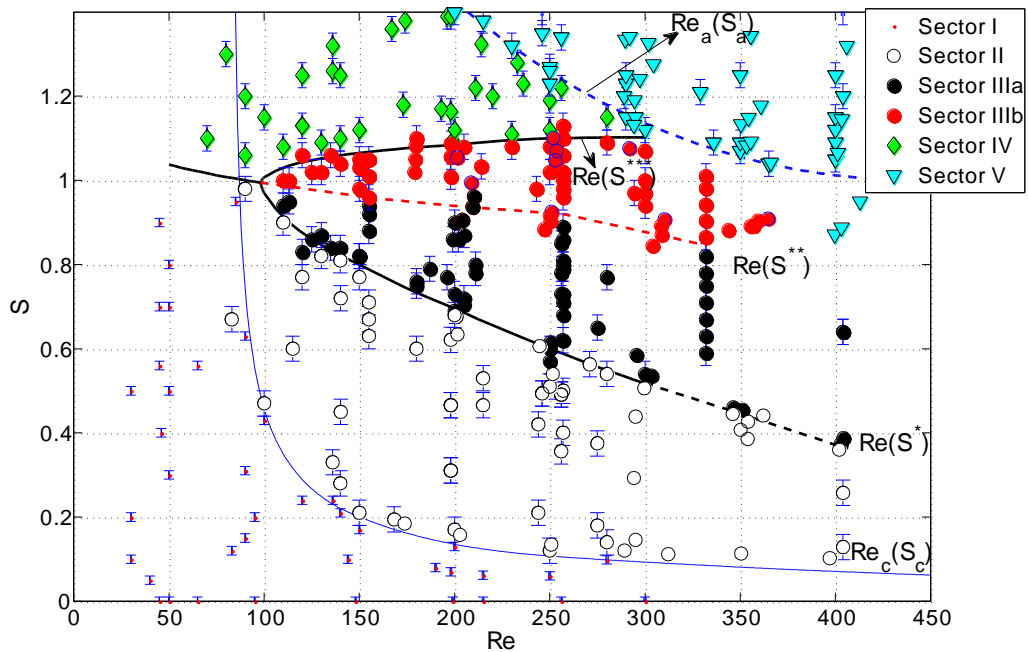


Figura 5.1. En el plano  $Re-S$  se representan los límites de régimen observados en el análisis teórico de estabilidad [Fernández-Feria y del Pino (2002)], las simulaciones numéricas [Sanmiguel-Rojas et al. (2008)] y los datos experimentales. Los datos experimentales corresponden a: sector I – Flujo estable (puntos rojos pequeños); sector II – Inestabilidades convectivas (puntos blancos); sector III – Inestabilidades en la expansión, que se corresponden con inestabilidades en la capa de cizalladura moviéndose aguas abajo (puntos negros) y Vórtices pulsantes en la capa límite (puntos rojos); sector IV – Rotura estable de vórtices (diamantes verdes); sector V – Rotura inestable de vórtices/Inestabilidades absolutas (triángulos azul turquesa). Predicciones teóricas [Fernández-Feria y del Pino (2002)] para la transición del régimen estable a convectivamente inestable [ $Re_c(S_c)$ ], y de estado convectivamente inestable a absolutamente inestable [ $Re_a(S_a)$ ] en un flujo de Hagen-Poiseuille con giro (líneas azul continuas y discontinuas, respectivamente). Predicción numérica [Sanmiguel-Rojas et al. (2008)] con línea negra continua desde las inestabilidades convectivas a las tridimensionales en la expansión [rama inferior,  $Re(S^*)$ ] y el inicio de la rotura estable de vórtice, rama superior,  $Re(S^{**})$ ). La línea gruesa discontinua es una transición experimental que extiende los resultados numéricos para números más altos de Reynolds [ $Re(S^*)$ ] y la línea roja discontinua [ $Re(S^{**})$ ] es la transición experimental entre el sector IIIa y el sector IIIb.

Por razones de uniformidad y claridad, a la hora de mostrar las visualizaciones, la información experimental de cada sector se presenta en las siguientes secciones de esta manera: primero, con un esquema horizontal donde se representan en el plano  $(r, z)$  el extremo del tubo con giro y la expansión brusca así como la dirección del flujo; segundo, con una (o varias) fotos instantáneas empleando *Rhodamine-6G*® donde la línea axilsimétrica corresponde a  $r=0$  y la dirección axial,  $z$ , incrementa su valor de izquierda a derecha (dirección del flujo, con flechas azules) ubicando  $z=0$  en la unión entre el tubo con giro y el conducto estático (expansión brusca); y, tercero, como doble comprobación,

siempre que sea necesario, con una, dos o tres fotografías que caracterizan el flujo con *Kalliroscope*<sup>®</sup> o con tinta para mostrar un régimen transitorio.

### 5.3.1. Flujo estable (sector I)

Se halló que este estado aparecía en el flujo de Hagen-Poiseuille con giro para cualquier número de Reynolds  $Re$  cuando el parámetro de giro  $S$  estaba por debajo del valor crítico en cuyo caso las perturbaciones infinitesimales crecían aguas abajo. La figura 5.2(a) es un esquema del campo de flujo visto por los autores. En esta figura, el chorro que fluye del tubo con giro a la expansión brusca 1:8 presenta la estructura estable típica que se muestra en la figura 5.2(b) con una foto instantánea de la sección horizontal central del flujo usando una iluminación mediante un plano láser. Se observó que la capa de cortadura era al principio totalmente estable, sin ningún tipo de oscilación, para después convertirse en dos líneas divergentes al tiempo que el flujo se movía aguas abajo. Sin embargo, se apreciaron dos líneas convergentes cerca de  $z=0$  como consecuencia del desarrollo del flujo en la capa de cortadura usando *Rhodamine-6G*<sup>®</sup>. Por este motivo se comprobó el comportamiento del flujo en este sector (puntos rojos pequeños en la figura 5.1) por medio de visualizaciones menos intrusivas con *Kalliroscope*<sup>®</sup> que nos permitieron observar una imagen de tiempo medio con una forma divergente [véase figura 5.2(c)].

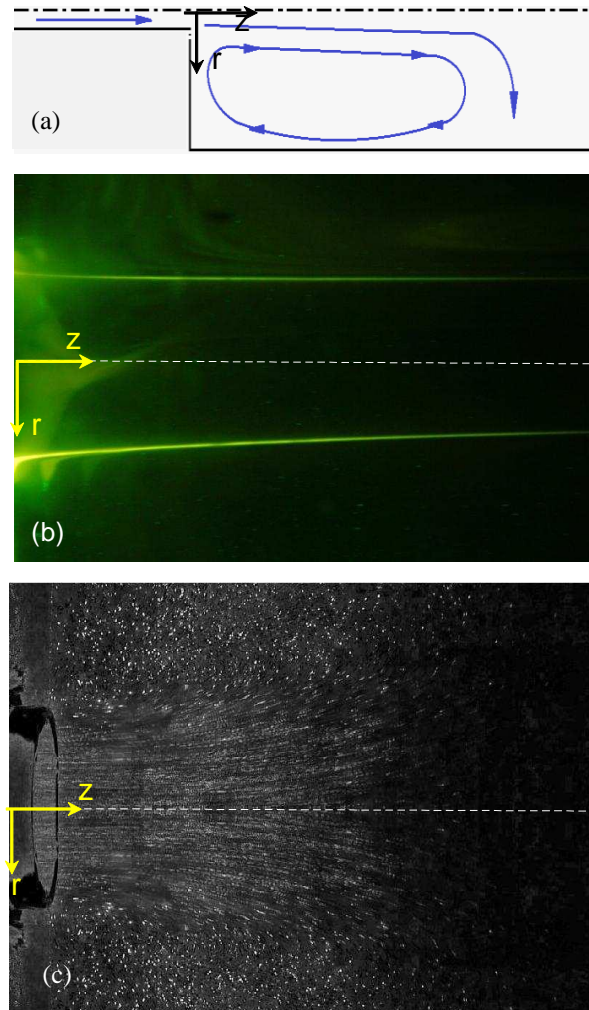


Figura. 5.2. Sector I (puntos rojos pequeños en la figura 5.1). Esquema del flujo estable (a), fotografía instantánea del flujo estable (b) e imagen promedio con partículas *Kalliroscope*<sup>®</sup> (c) para  $Re=150$  y  $S=0$ . Las fotografías instantáneas (b) y (c) se toman en el dominio espacial  $-d < r < d$  y  $0 < z < 3d$ , aproximadamente.

### 5.3.2. Flujo convectivamente inestable (sector II)

Se halló que este estado correspondía a  $90 < Re < 425$  y  $0,1 < S < 1$ . Las ondas proceden de inestabilidades convectivas generadas en el tubo con giro aparecían en la salida, hallándose que se hacían mayores en el tubo de expansión a causa del incremento del diámetro [Sanmiguel-Rojas et al. (2008)]. También se observó un fenómeno principal: el borde del chorro no era axilimétrico sino más bien ondulado [véase el esquema en la figura 5.3], donde el cono rojo deformado representa las visualizaciones del flujo para ciertos valores del parámetro de giro próximos al límite entre el sector I y el sector II]. Esto es consecuencia de la aparición de una estructura espiral tridimensional alineada con

el eje de expansión, como se muestra en la figura 5.3(b), que derivaba del incremento del parámetro de giro al valor crítico  $S_c$ . Este último fenómeno puede explicarse por el hecho de que las inestabilidades convectivas con número de onda acimutal  $n=-1$  son las más inestables en un flujo de Hagen-Poiseuille con giro [Fernández-Feria y del Pino (2002)] y, por consiguiente, las visualizaciones presentan la frecuencia de un movimiento oscilatorio muy leve aguas abajo. Los valores de las frecuencias de cada par  $(Re_c, S_c)$ , en la transición desde el régimen estable (sector I, puntos rojos pequeños en la figura 5.1) al caso convectivamente inestable (sector II, puntos blancos en la figura 5.1), concordaban con los hallados experimentalmente en el tubo con giro [Shrestha et al. (2013)], por lo que no proporcionan ninguna información nueva.

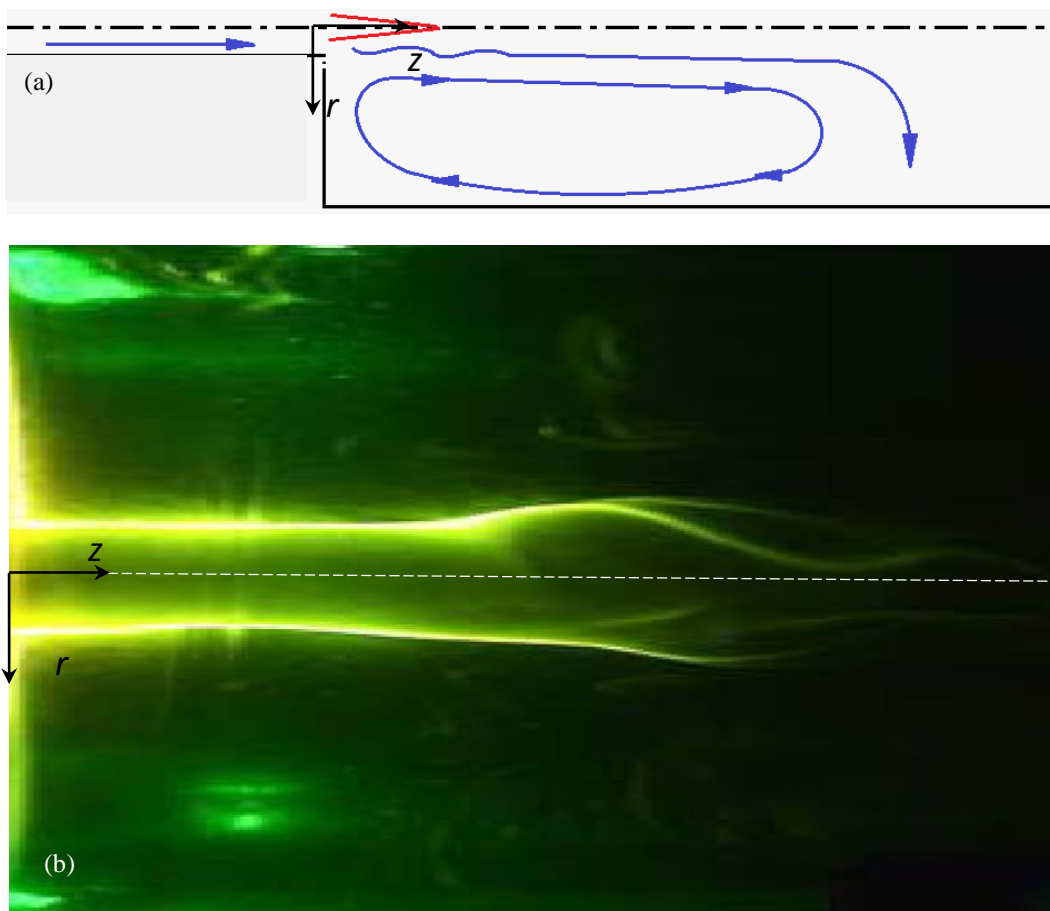


Figura. 5.3. Sector II (puntos blancos en la figura 5.1). Esquema del flujo convectivamente inestable (a). Fotografía instantánea del flujo convectivamente inestable para  $Re=140$  y  $S=0,45$ , en el dominio espacial  $-3d < r < 3d$  y  $0 < z < 10d$ , aproximadamente (b).

### 5.3.3. Inestabilidad en la expansión (sector III)

#### 5.3.3.1. Visualizaciones del flujo

Hallamos este estado para  $100 < Re < 400$  y  $0,4 < S < 1$ . Cuando se incrementaba el parámetro de giro hasta el valor crítico  $S^*$  para un valor constante de Reynolds, se observó que las inestabilidades aparecían en la expansión produciendo diversos efectos. Sanmiguel-Rojas et al. (2008) dieron cuenta sólo del inicio de estas inestabilidades [línea negra continua,  $Re(S^*)$ , rama inferior en la figura 5.1) y aportaron detalles numéricos de la solución en el umbral entre el sector III y IV [línea negra continua,  $Re(S^{**})$ , rama superior en la figura 5.1].

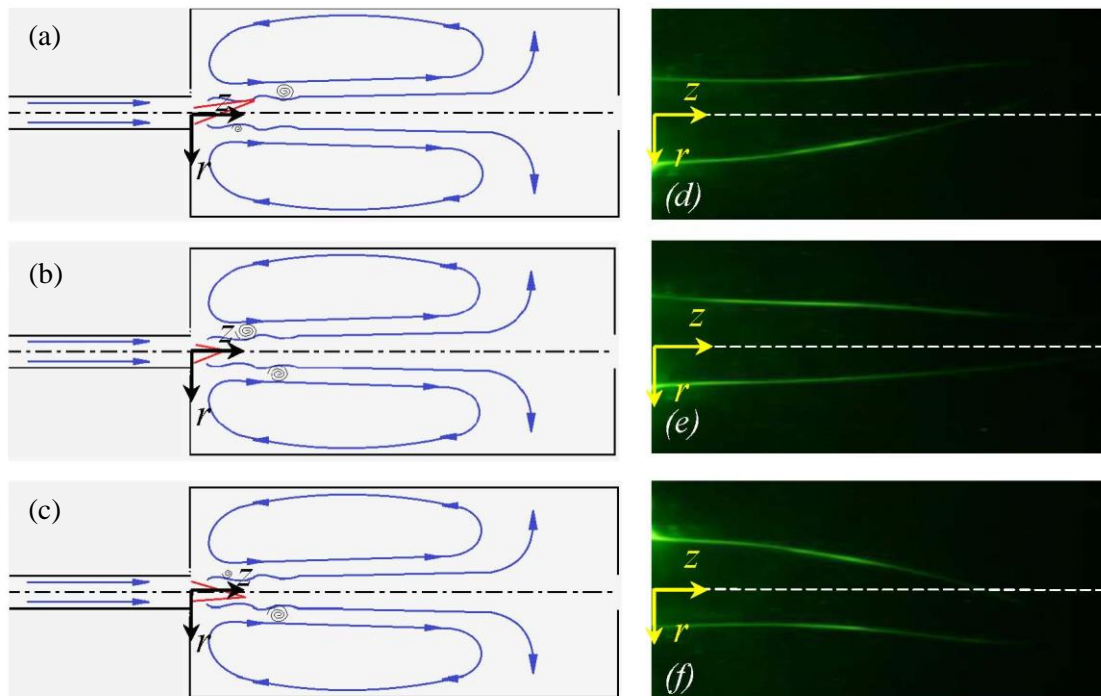


Figura 5.4. Sector IIIa (puntos negros en la figura 5.1). Inestabilidad en la expansión. Pulsaciones periódicas en un movimiento oscilante. Esquema del flujo convectivamente inestable en la expansión brusca (a), (b) y (c). Fotografías instantáneas para el flujo convectivamente inestable en la expansión brusca (d), (e) y (f) para  $Re=250$  y  $S=0,62$ , en el dominio espacial  $-1,2d < r < 1,2d$  y  $0 < z < 5,4d$ , aproximadamente. En el esquema se muestra todo el dominio, pero en las fotografías instantáneas sólo se muestra el inicio de la expansión brusca.

En este trabajo proporcionamos información complementaria obtenida experimentalmente, y damos cuenta de una transición en el interior del sector III, entre dos tipos de estados que comparten la misma naturaleza pero que presentan diferentes comportamientos dinámicos. Observamos que las inestabilidades no lineales

tridimensionales resultantes (sector III) empezaban a pulsar de manera periódica con un movimiento helicoidal [véanse las figuras 5.4(a)-(f)]. De hecho, la evidencia experimental que origina esta transición entre el sector II y el sector III es un movimiento helicoidal a gran escala [flapeado del núcleo del chorro en el plano  $(r, z)$ ], junto con la formación de vórtices pulsantes que se mueven aguas abajo en el interior del conducto estático (expansión brusca). Esta observación experimental concuerda con las simulaciones numéricas no estacionarias [Sanmiguel-Rojas et al. (2008)] y corresponden al sector IIIa [puntos negros en la figura 5.1,  $Re(S^*)$ ]. El lector debe advertir de que los torbellinos en el esquema [figuras 5.4(a), (b) y (c)] aparecen a mayor distancia del flujo que sale del tubo con giro que el dominio espacial presentado en las figuras 5.4(d), (e) y (f).

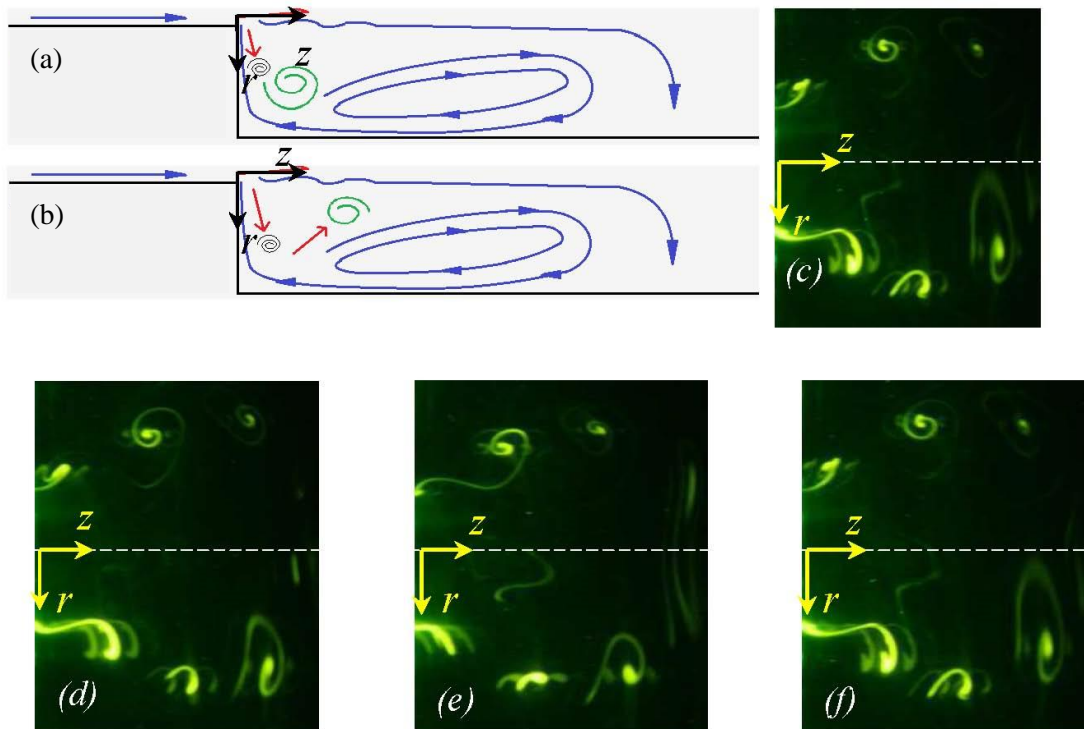


Figura 5.5. Sector IIIa (puntos negros en la figura 5.1). Esquemas de la inestabilidad en la expansión (a) y (b). Fotografías instantáneas de la inestabilidad en la expansión (c) e instantáneas en diferentes espacios temporales [ $t=t_0$  (c),  $t=t_0+4s$  (d);  $t=t_0+8s$  (e);  $t=t_0+12s$  (f)] en la que podemos observar los vórtices en sentido horario (c) y (d), y sentido antihorario (e) y (f), para  $Re=250$  y  $S=0,86$ , en el dominio espacial  $-d < r < d$  y  $0 < z < 1,8d$ , aproximadamente.

Cuando se incrementó gradualmente el parámetro de giro para un número de Reynolds constante, pudo observarse que la emisión de vórtices se movía aguas abajo en el conducto estático. De acuerdo con ello, las figuras 5.5(a) y 5.5(b) representan una



generación y crecimiento de vórtices en la capa de cortadura resaltado por el incremento en la velocidad de rotación del tubo aguas arriba en la expansión brusca, originando las bien conocidas inestabilidades de cortadura de Kelvin-Helmholtz [figura 5.5(c)].

En el plano experimental del sector IIIa, un par de vórtices aparecen y se alejan del eje al tiempo que se desplazan aguas abajo, algunos en sentido horario, los otros en sentido anti-horario. Este hecho provocaba un pequeño arrastre del flujo en el eje en sentido contrario a la del flujo medio. De esta manera, para valores superiores al del parámetro crítico de giro  $S^*$ , entre los sectores II y III, los vórtices aparecían más próximos al área de unión y la capa de cortadura y el chorro se hacía inestable justo aguas abajo en la salida del flujo del tubo con giro [como se muestra en las tomas instantáneas 5.5(d)-(f)]. Esta variación en la estructura del flujo se consiguió gradualmente.

Cuando el parámetro de giro se incrementaba mucho más, los vórtices de la capa de cortadura se encontraron en la unión de la expansión brusca ( $r=d/2$ ,  $z=0$ ), aunque interaccionando con la capa límite situada en la pared de la expansión brusca que es perpendicular con respecto a la dirección del flujo. En consecuencia, los vórtices se pegan cerca de esta superficie como se representa en las figuras 5.6(a)-(b) o como se muestra en las fotografías instantáneas 5.6(c)-(e). Este estado se dio para  $100 < Re < 400$  cuando  $0,8 < S^{**} < 1$ , [sector IIIb, puntos rojos en la figura 5.1, el inicio está marcado con la curva  $Re(S^{**})$ ]. Podría considerarse que los vórtices mostraban un segundo tipo de comportamiento con una frecuencia pulsante diferente, como se discutirá a continuación. Por otra parte, los estados en el interior del sector IIIb tendían gradualmente a un estructura axilsimétrica [véanse las figuras 5.6(c)-(e)], confirmando de este modo la descripción física aportada con una metodología numérica [Sanmiguel-Rojas et al. (2008) o en Oberleithner et al. (2012)], ésta última para chorros turbulentos con giro, en la que un incremento en la rotación hace que los modos axilsimétricos sean más significativos.

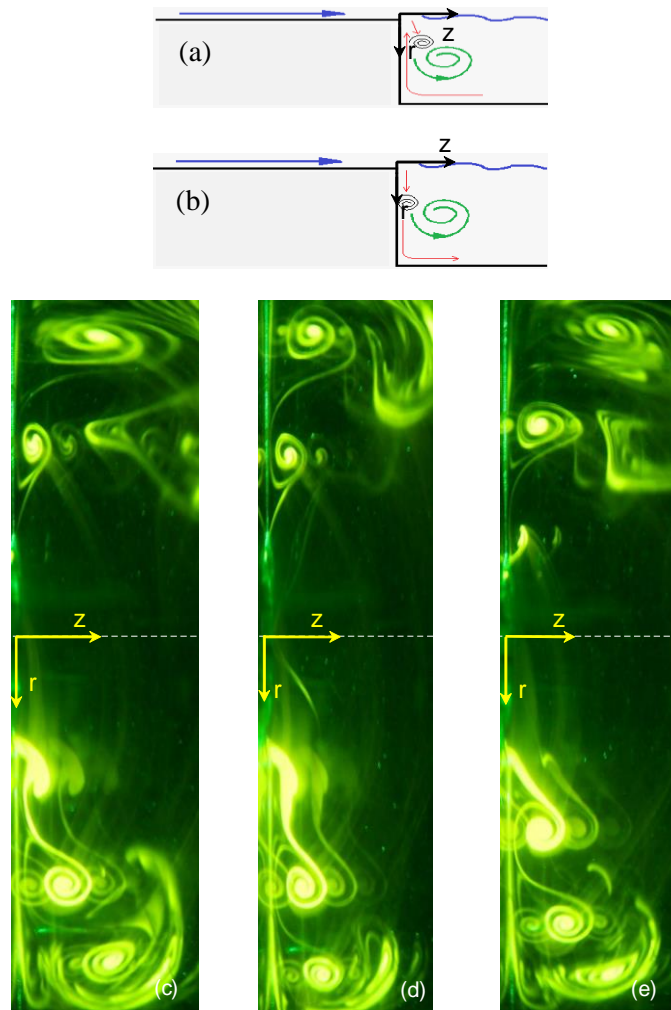


Figura 5.6. Sector IIIb (puntos rojos en la figura 5.1). Esquemas de la inestabilidad en la expansión (a) y (b). Fotografías instantáneas para la inestabilidad en la expansión (c), (d) y (e) para diferentes espacios temporales:  $t=t_0$  (c);  $t=t_0+3s$  (d);  $t=t_0+6s$  (e). Los vórtices salen pegados (perpendiculares a la dirección del flujo) a la pared de la expansión brusca, para  $Re=250$  y  $S=1,3$ , en el dominio espacial  $-2d < r < 2d$  y  $0 < z < 0,9d$ , aproximadamente.

Cuando el parámetro de giro  $S$  se incrementaba nuevamente hasta alcanzar el sector IV a partir del sector IIIb, se observaba que los vórtices describían el siguiente comportamiento. En primer lugar, los vórtices se desprendían precisamente cuando entraban en la expansión y empezaban a formar una burbuja de recirculación que giraba en sentido opuesto a la dirección de los vórtices. Esta burbuja de recirculación no era estable, siendo conveccionada aguas abajo por el flujo hasta que desaparecía. Sin embargo, algunos vórtices lograban romper la burbuja de recirculación en vez de colaborar en su formación. En segundo lugar, los vórtices que trataban de destruir la ya mencionada burbuja de recirculación aparecían más frecuentemente con parámetros de giro mayores y, por tanto, la burbuja no era conveccionada aguas abajo, ganando más en simetría. Resulta

obvio que este mecanismo, previo a la formación de la rotura de vórtice, era desencadenado por el efecto de la caída de presión estática en el eje del tubo a causa del giro. De este modo, los vórtices empezaban a desplazarse por la pared perpendicularmente a la dirección del flujo con alta frecuencia (véase figura 5.7), de modo que el flujo procedente del tubo con giro divergía y se aproximaba al eje del tubo con giro. Como consecuencia, el conjunto de vórtices permanecían cerca de la salida del tubo con giro y se hacían más axilsimétricos y también lo hacía la estructura del flujo aguas abajo. La burbuja de recirculación tiene una velocidad axial negativa, creando así un flujo inverso que se opone al que emerge de la salida del flujo del tubo con giro, lo que podría llevar a un punto de remanso. Se observó además que los pulsos se aproximaban a la pared produciendo una transición suave hacia la rotura de vórtice (sector IV).

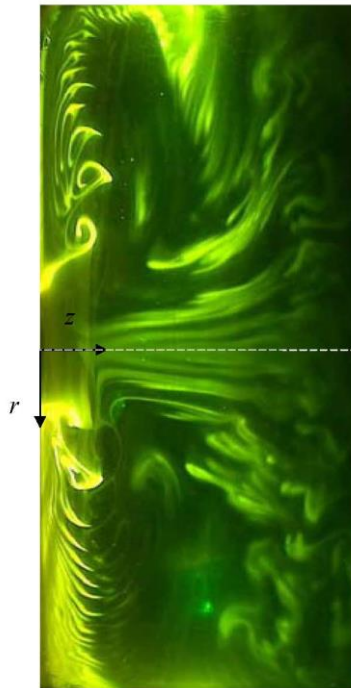


Figura 5.7. Sector IIIb (puntos rojos en la figura 5.1, cerca del sector IV). Fotografía instantánea de los vórtices rodando sobre la pared de la expansión brusca en el sector IIIb, cercano a la región de rotura de vórtices (sector IV), para  $Re=150$  y  $S=0,95$ , en el dominio espacial  $-3d < r < 3d$  y  $0 < z < 2,6d$ , aproximadamente.

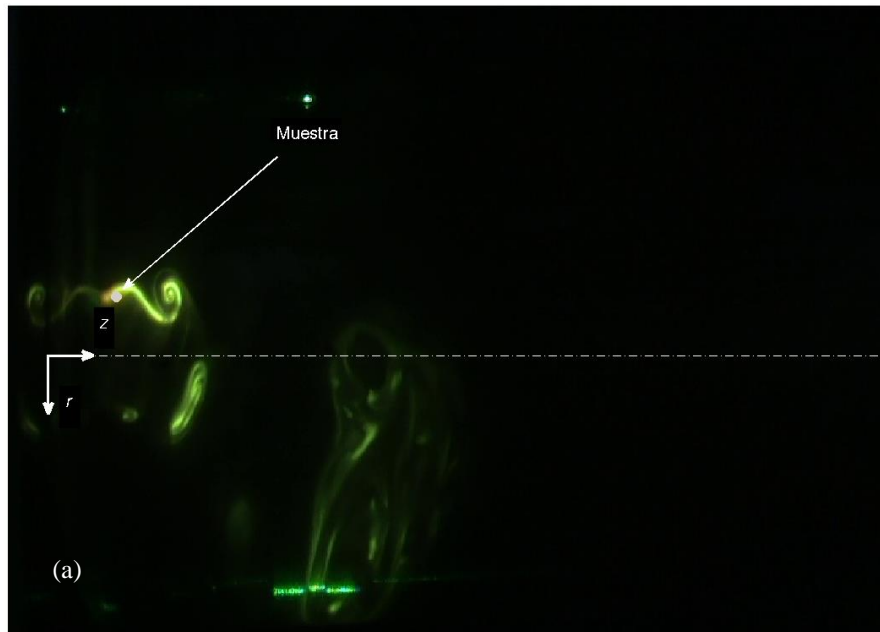
### 5.3.3.2. Cuantificación de las visualizaciones del flujo

Los estados observados en el sector III y reproducidos en las figuras 5.4-5.7 presentaban un comportamiento novedoso de la dinámica que gobierna el chorro con giro debido a cambios en la estructura: inestabilidades en la capa de cortadura desplazándose aguas

abajo en el interior de la expansión brusca o en las proximidades de la capa límite en la pared que es perpendicular a la dirección del flujo.

Aunque todas ellas formaban parte de la misma inestabilidad en la expansión brusca, el estado no estacionario sufría un cambio destacable en su estructura como se ha descrito anteriormente. Para analizar las transiciones de todas las estructuras pulsantes que aparecen en el flujo para los sectores III y V, en esta sección nosotros cuantificaremos la evolución temporal del flujo de tinta. Para cumplir este objetivo extrajimos datos cuantitativos de las visualizaciones del flujo para computar la frecuencia adimensional  $\bar{\omega}$ , definida como  $\bar{\omega} = \hat{\omega}d/(2W_0)$ , donde  $\hat{\omega} = 2\pi f$  es la frecuencia dimensional en rad/s, siendo  $f$  la frecuencia dimensional en Hz. Nuestro interés investigador reside en la computación de los valores de  $\bar{\omega}$  en las transiciones en el interior de los sectores IIIa y IIIb, donde se visualizaron las oscilaciones del flujo.

El procedimiento para obtener la variación temporal del flujo en la expansión brusca y, de acuerdo con ello, los valores de  $\bar{\omega}$  tal y como se definieron arriba, incluían los análisis de las imágenes que se originaron a partir de las grabaciones de vídeo digitales.



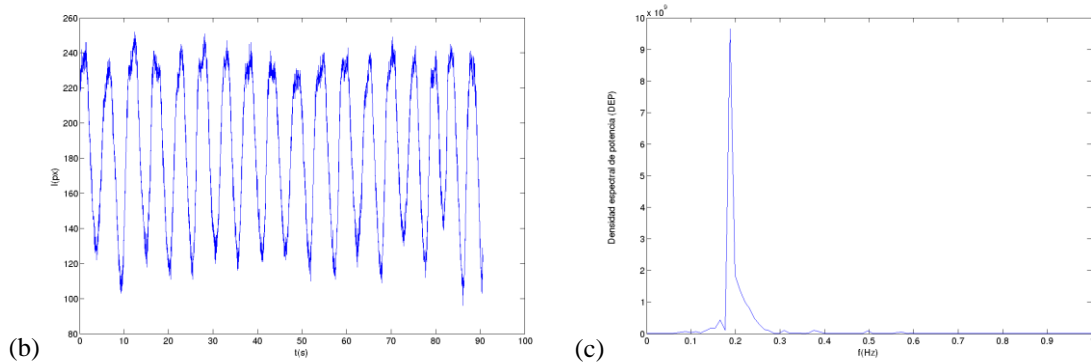


Figura 5.8. Sector IIIa (puntos negros en la figura 5.1). Fotografía instantánea para  $Re=257$  y  $S=0,736$  (a). Onda sinusoidal que corresponde a la pulsación en el punto de muestra (b). El máximo valor energético se obtiene para  $f=0,1875$  Hz según el análisis FFT (c).

A continuación, los pasos principales en el procedimiento se explican con el ejemplo de la foto instantánea que se muestra en la figura 5.8(a), donde la posición de la muestra puede localizarse por medio de un punto gris en  $(r, z) = (d/2, d)$ . Mediante un post-procesado utilizando Matlab<sup>®</sup>, pueden obtenerse las series temporales de la intensidad digital de luz [Shrestha et al. (2013)]. Estas series se representan en la figura 5.8(b) donde puede observarse una onda sinusoidal casi perfecta que corresponde a las emanaciones de pulsos en el área de unión existente entre los dos tubos (el dotado de rotación impuesta o de giro y el conducto estático o expansión brusca) para  $Re=257$  y  $S=0,736$ . Las series temporales en la figura 5.8(b) son analizadas mediante FFT para calcular el pico de frecuencia hasta el que emanaron las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz. Este paso se muestra en la figura 5.8(c) donde se observa el valor energético máximo en  $\hat{\omega} = 2\pi f = 1,18$  rad/s para que produzca un valor de  $\bar{\omega} = 0,42$ . Esta metodología se repite para diferentes pares del parámetro de giro y números de Reynolds de modo que se calcule con exactitud la tendencia de  $\bar{\omega}$  en función de la actuación de estas dos variables. Fueron necesarias diversas localizaciones de los puntos de las muestras dependiendo de la evaluación del sector (IIIa o IIIb). Nosotros mostraremos más abajo las características del sector V siguiendo también este procedimiento. Por consiguiente, se calcula el valor de  $\bar{\omega}$  en cada uno de los estados mencionados (sectores IIIa y IIIb), con la frecuencia de emanación de vórtices. Al menos tres muestras son necesarias para un  $\bar{\omega}$  promedio (máxima desviación típica de  $\pm 0,01$ ). En la figura 5.9 se representan las frecuencias adimensionales medias para los números de Reynolds 155, 198, 257, y 332.

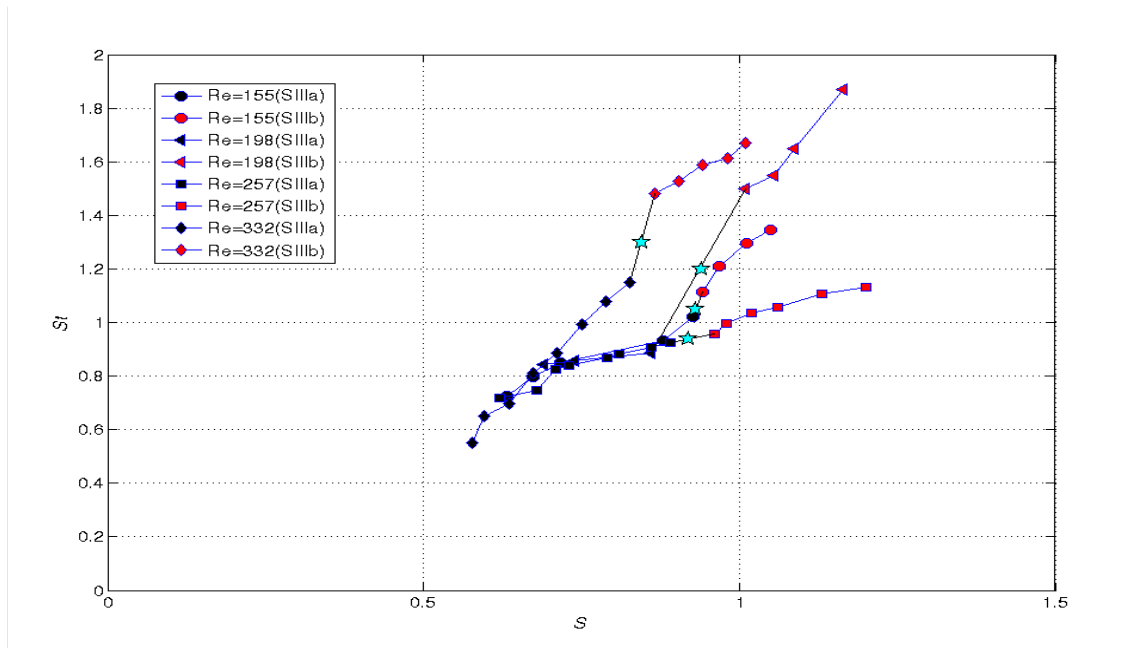


Figura 5.9. Los valores de las frecuencias adimensionales  $\bar{\omega}$  son representadas frente al parámetro de giro  $S$ , en el sector III, correspondientes a inestabilidades tridimensionales en la expansión brusca para  $Re=155, 198, 257$  y  $332$ . Las estrellas representan la transición experimental entre el sector IIIa y el sector IIIb de la figura 5.1.

En el sector III, que corresponde a las inestabilidades tridimensionales en la expansión, pueden encontrarse dos tipos de inestabilidades en función de  $S$ , para un valor dado de  $Re$ , como se ha descrito anteriormente. Al incrementar el parámetro de giro distinguimos la emisión de vórtices (IIIa) y una interacción entre este último (la emisión de vórtices) y la capa límite más próxima a la pared del conducto estático (expansión brusca) que estaba perpendicular al flujo medio (IIIb), dando lugar a un salto brusco o a una variación en la pendiente  $\bar{\omega}(S)$ . Además, puede observarse que existe un cambio en la pendiente cerca del punto  $S=S^{**}$  (por ejemplo,  $S^{**}=[0,84-0,94]$ ), marcado con estrellas para  $Re=155-332$ . Estas estrellas se obtienen de la transición experimental del sector IIIa al sector IIIb representado con línea gruesa roja en la figura 5.1. Este hecho confirma un cambio en la dinámica de los vórtices pulsantes, e indica que hay dos respuestas diferentes que comparten la misma naturaleza (inestabilidades tridimensionales no-lineales en la expansión brusca) [Sanmiguel-Rojas et al. (2008)]. Para ver estas diferencias habría que comparar las fotografías instantáneas de la figura 5.6 con las de la figura 5.5. Finalmente, vale la pena mencionar que los mismos datos experimentales se representarán en la figura 5.12, para discutir y así comprender mejor el comportamiento del número de Reynolds más alto, dado que la aparición del sector V, es el punto clave para explicar por qué las

frecuencias adimensionales para  $Re=332$  no colapsan en el sector IIIa con el resto de los números de Reynolds experimentados.

### 5.3.4. Rotura de vórtice estable (sector IV)

Se observó este estado para  $70 < Re < 280$  y  $1,05 < S < 1,3$ , originando una rotura de vórtice uniforme y axilsimétrica [véase el esquema de la dirección del flujo en la figura 5.10(a)]. El centro de rotación de la burbuja de recirculación nunca se destruye, permaneciendo en la misma posición por tiempo indefinido, aunque la burbuja de recirculación empezó a deformarse ligeramente cerca de la pared paralela al flujo en el conducto estático. Cuanto más alto era el número de Reynolds, mayor se hacía la burbuja de recirculación en la dirección radial [compárense las escalas en las figuras 5.10(b) y 5.10(c)], como consecuencia de que las fuerzas centrífugas eran mayores que las fuerzas de inercia requeridas para conseguir el sector IV (diamantes verdes en la figura 5.1).

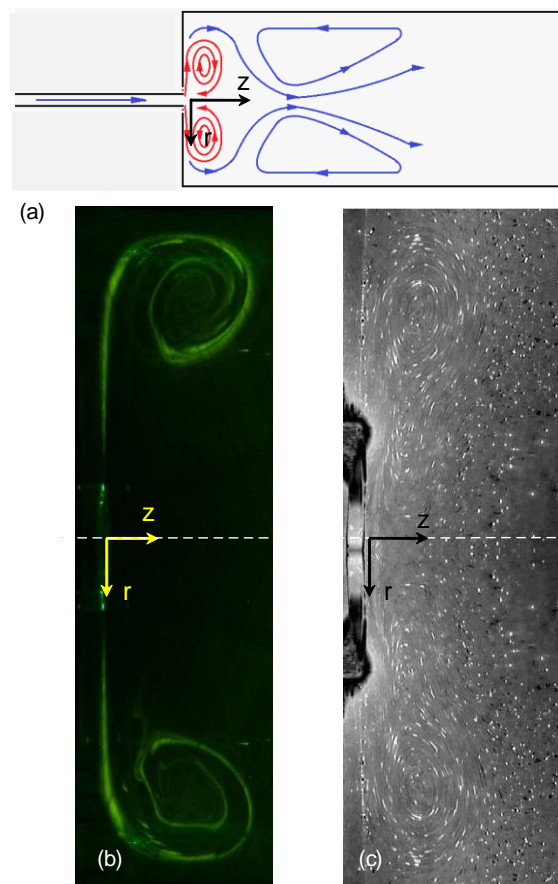


Figura 5.10. Sector IV (diamantes verdes en la figura 5.1). Esquema de un flujo con rotura de vórtice estable (a). Fotografía instantánea de un flujo con rotura de vórtice estable para  $Re=250$  y  $S=1,1$ , en el dominio espacial  $-3d < r < 3d$  y  $0 < z < 1,5d$ , aproximadamente (b). Imagen promediada con *Kalliroscope*® para  $Re=200$  y  $S=1,3$  en el dominio espacial  $-1,5d < r < 1,5d$  y  $0 < z < 0,8d$ , aproximadamente (c).

### **5.3.5. Rotura de vórtice inestable (sector V)**

Cuando el parámetro de giro  $S$  era mayor que el mínimo necesario para formar rotura de vórtice, los vórtices que inicialmente aparecían próximos a la capa límite, se separaban de la pared para seguir la dirección del flujo axial, hasta que aparecían nuevamente junto a la pared. Este proceso se repetía cíclicamente. Las inestabilidades absolutas procedentes del flujo de Hagen-Poiseuille con giro fueron observadas en la expansión como estructuras espirales pulsantes que forzaban intensos vórtices en la capa de cortadura [véase esquema en las figuras 5.11(a), (b) y (c)]. Los modos más inestables que corresponden al flujo de Hagen-Poiseuille con giro tienen un número de onda axial  $n=-1$  [Fernández-Feria y del Pino (2002)] de modo que rompen la simetría del fenómeno de rotura de vórtice. Las citadas estructuras destruían la burbuja de recirculación totalmente aunque ésta se formaba de nuevo, después de un cierto período de tiempo (véase el final de este apartado). Estas perturbaciones absolutas eran de tamaño pequeño y se localizaban cerca de la salida del tubo con giro [véanse las figuras 5.11(d), (e) y (f) para diferentes intervalos de tiempo]. Estas espirales se enrollaban en sentido anti-horario al lóbulo primario de la rotura de vórtice a la que se acercaban cuando se movían aguas abajo.



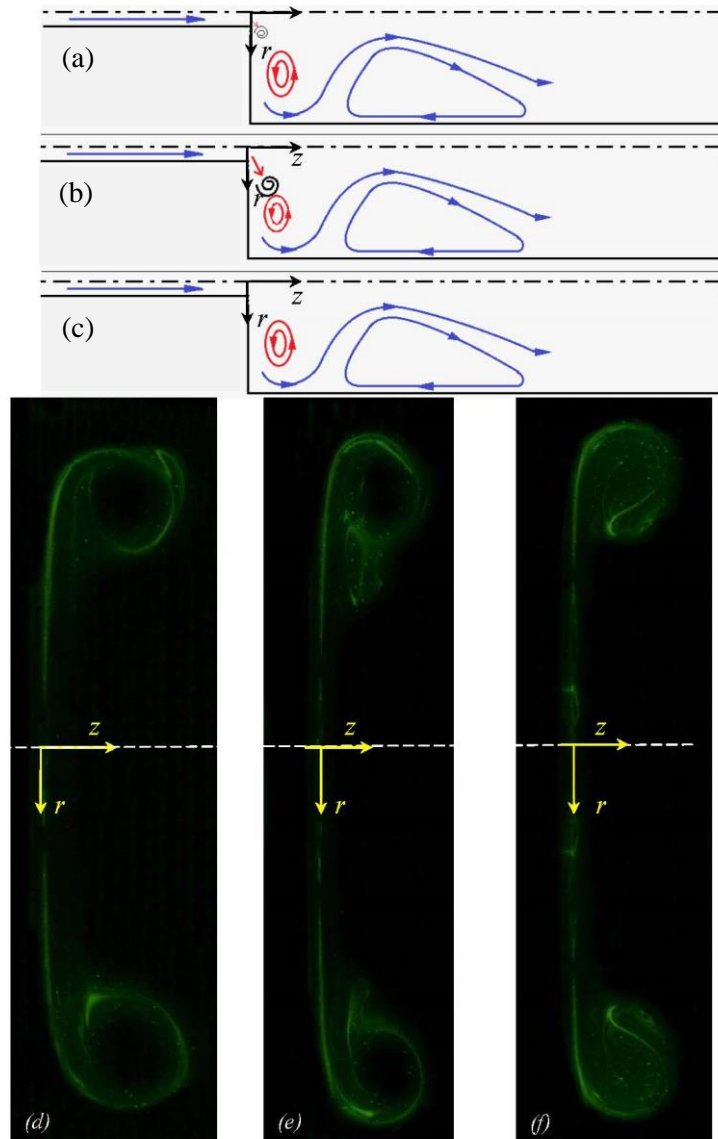


Figura 5.11. Sector V (triángulos color azul turquesa en la figura 5.1). Esquemas de la rotura inestable de vórtice/inestabilidad absoluta (a), (b) y (c). Fotografías instantáneas de la inestabilidad absoluta para  $Re=328$  y  $S=1,21$  (d), (e) y (f), en el dominio espacial  $-2,5d < r < 2,5d$  y  $0 < z < 0,8d$ , aproximadamente.

Este estado corresponde al sector V (triángulos color azul turquesa en la figura 5.1). Finalmente, debe destacarse que para un número crítico de Reynolds experimental superior a  $Re^*_c=280$  (solución numérica del  $Re^*_c$  cercano a 315), no se obtuvo ninguna rotura de vórtice estable porque las inestabilidades absolutas, procedentes del flujo de Hagen-Poiseuille con giro, aparecían aguas abajo en la expansión brusca 1:8, sector IIIb, pasando directamente al sector V. Para  $Re > 400$ , aproximadamente, y debido a una limitación impuesta por la longitud del tubo [Shrestha et al. (2013)] no pudo conseguirse un flujo de Hagen-Poiseuille en nuestro montaje experimental. Por consiguiente,

hallamos soluciones del sector V en la región donde podrían haber estado presente los estados correspondientes al sector IIIb (véase figura 5.1 en el rango cercano a  $Re=400$ ). Además, se necesitarán más investigaciones tanto experimentales como numéricas para obtener la relación entre el valor crítico del número de Reynolds ( $Re_c^*=280$ , experimentalmente o  $Re_c^*=315$ , numéricamente) y el valor de la proporción de diámetros en la expansión (sólo 1:8 en nuestro caso). Asimismo, las simulaciones numéricas deberían dar una idea de las características del flujo en la proximidad de la región de intersección entre las ramas  $Re(S^{***})$  y  $Re(S_a)$ . Por último, la relación de la frecuencia adimensional frente a  $Re \times S$ , se representa en la figura 5.12 para los casos que pertenecen al sector V.  $Re \times S$  representa un número de Reynolds basado en la velocidad angular [ $Re \times S = \Omega d^2 / 4\nu$ ], que resulta un parámetro muy útil en el análisis teórico de estabilidad [Fernández-Feria y del Pino (2002)]. La frecuencia adimensional,  $\bar{\omega}$  se proporciona siguiendo el mismo procedimiento descrito para obtener la figura 5.9 para los sectores IIIa y IIIb, junto con el inicio del sector V. Obsérvese que los puntos negros (sector IIIa), los puntos rojos (sector IIIb) y los triángulos color azul turquesa (sector V) corresponden, respectivamente, a los estados de los vórtices pulsantes que viajan aguas abajo, los vórtices pulsantes junto a la capa límite en la pared perpendicular a la dirección del flujo y la rotura inestable de vórtice. Esta representación nos permite destacar dos aspectos diferentes. Por una parte, los valores adimensionales de frecuencia para las inestabilidades teóricas absolutas vienen a coincidir con los puntos correspondientes a la formación/destrucción de rotura de vórtice (triángulo azul turquesa), lo que confirma que estas oscilaciones inestables que interaccionan con la rotura de vórtice concuerdan y están directamente unidos a la aparición de inestabilidades absolutas en el interior del tubo con giro aguas arriba. Por otra parte, hallamos que con números de Reynolds más bajos que  $Re_c^*=280$  (por ejemplo,  $Re=155$ ,  $198$ , y  $257$ ), hay una tendencia general de un cambio brusco en la frecuencia adimensional como función de  $Re \times S$  para separar los sectores IIIa y IIIb. Además, este paso, entre los sectores IIIa y IIIb, era menos evidente cuando se incrementaba el número de Reynolds. Para el número de Reynolds más alto de los analizados,  $Re=332$ , las frecuencias adimensionales desde el sector IIIb están próximas a la región que corresponde a la inestabilidad absoluta. Este hecho puede explicarse porque el número de Reynolds es superior al Reynolds crítico, por ello hay un complejo flujo inestable como resultado de la interacción entre las ramas  $Re_a(S_a)$  y  $Re(S^{***})$  en la figura 5.1. Nosotros no encontramos ninguna rotura de vórtice estable por encima de  $Re_c^*=280$ .

Más allá de este punto, hallamos un amplio escalón donde aparecen dos flujos de naturaleza inestable. Creemos que la curva teórica para el inicio de la inestabilidad absoluta en un flujo de Hagen-Poiseuille con giro será válida de aquí en adelante en la expansión brusca, ya que debería aparecer una dinámica compleja debido a la combinación de inestabilidades absolutas de un flujo de Hagen-Poiseuille con giro y las inestabilidades no-lineales presentes en la expansión brusca.

#### 5.4. Conclusiones

Se han ofrecido observaciones experimentales de los estados que aparecen en un flujo de Hagen Poiseuille con giro al entrar en una expansión brusca 1:8 al tiempo que se varían los números de Reynolds,  $Re$ , y el parámetro de giro,  $S$ .

Los resultados experimentales recogen satisfactoriamente todas las transiciones dadas a conocer desde un punto de vista numérico por Sanmiguel-Rojas et al. (2008) y también encuentran una relación entre el inicio de las inestabilidades absolutas predichas teóricamente [Fernández-Feria y del Pino (2002)] y la rotura transitoria de vórtice. De ese modo, las dos conclusiones principales son: en primer lugar, hemos indicado cuándo las inestabilidades tridimensionales están presentes en la expansión brusca, dado que observamos dos tipos diferentes de estructuras pulsantes para el parámetro crítico de giro  $S^{**}$ , todas ellas compartiendo la misma naturaleza de perturbación, y además, damos cuenta de la tendencia  $Re(S^{**})$  en la que esta transición fue hallada experimentalmente; en segundo lugar, hemos detectado un nuevo estado de transición que evoluciona desde flujos convectivamente inestables a inestabilidades absolutas con forma de rotura de vórtice inestable.

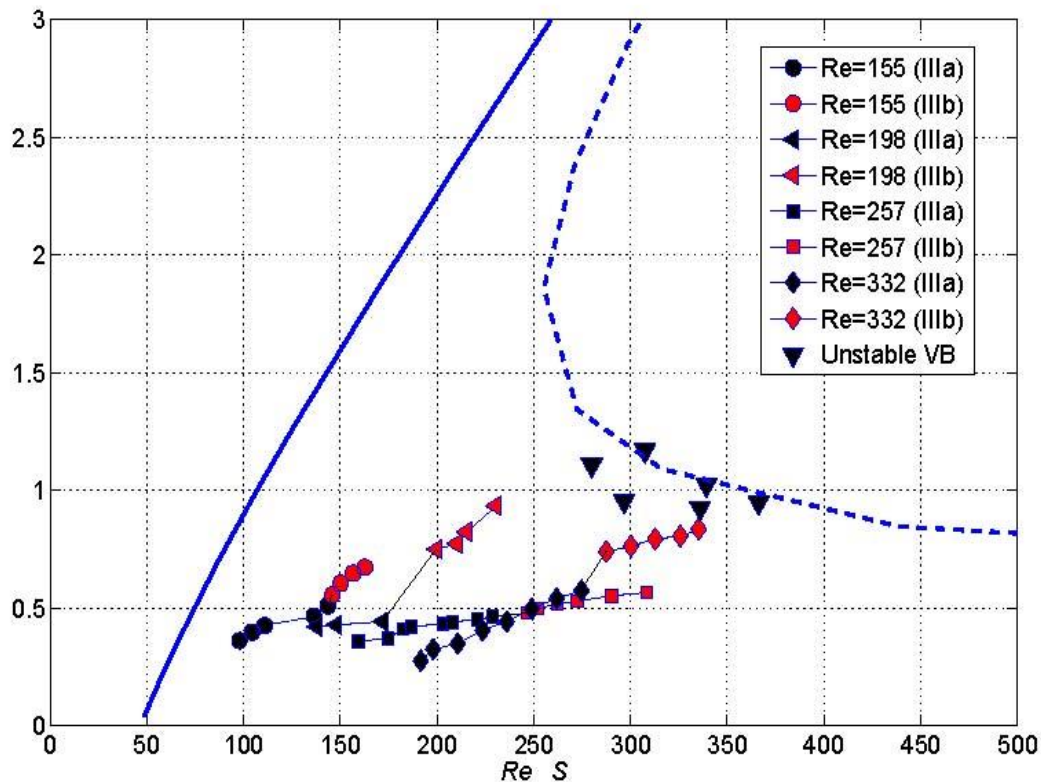


Figura 5.12. Representación de las frecuencias adimensionales  $\bar{\omega}$  frente a  $ReS$  para los sectores IIIa (puntos negros en la figura 5.1), IIIb (puntos rojos en la figura 5.1) y la aparición de la formación/destrucción de rotura de vórtices en el sector V (triángulos color azul turquesa en la figura 5.1), junto con la predicción teórica de las inestabilidades convectivas (línea continua) e inestabilidades absolutas (línea discontinua) en un flujo de Hagen-Poiseuille con giro [Fernández-Feria y del Pino (2002)]. La rama superior de la línea discontinua azul corresponde a valores de  $Re < 200$  y  $S > 1,5$ , en la figura 5.1.

También damos cuenta de un valor de Reynolds crítico  $Re_c^* = 280$ , ya que no hay probabilidad alguna de que aparezca una rotura de vórtice estable en la expansión brusca a partir de ese valor. Se ha encontrado un excelente acuerdo entre los resultados experimentales y los obtenidos de manera teórica para la transición de flujos convectivamente inestables a flujos absolutamente inestables, de tal forma que la naturaleza absoluta de las inestabilidades no sólo forma estructuras espirales en la región de entrada en el tubo de giro [Shrestha et al. (2013)], sino que también rompe la simetría y el estado estacionario del fenómeno de la rotura de vórtice formada en la expansión brusca aguas abajo. Este hecho viene a corroborar la naturaleza global de la inestabilidad absoluta en un flujo confinado, que afecta a todo el dominio espacial.

## Capítulo 6

### Conclusiones finales

#### 6.1. Contribuciones de la Tesis

La presente tesis ha contribuido al estudio experimental de varios aspectos relacionados con la estructura y estabilidad de flujos con giro en un conducto de sección circular constante cuando en él se desarrolla un perfil de Hagen-Poiseuille con una rotación impuesta como sólido rígido. Este estudio experimental complementa el estudio de estabilidad lineal que caracteriza el inicio de inestabilidades absolutas [realizado en Fernández-Feria y del Pino (2002) y del Pino et al. (2003)] y las simulaciones numéricas [descritas en Sanmiguel-Rojas y Fernández-Feria (2005) y Sanmiguel-Rojas et al. (2008)]. Para este fin, se ha modificado un experimento existente para generar un flujo con giro en conductos que permite realizar visualizaciones mediante dos tipos de técnicas experimentales. Además, se ha dotado al montaje experimental de un control exhaustivo del número de Reynolds y del parámetro de giro mediante una interfaz desarrollada en Matlab<sup>®</sup> para así obtener y caracterizar las diferentes estructuras del flujo en un conducto con giro. Las principales conclusiones se describen a continuación.

En primer lugar, se ha realizado una nueva caracterización experimental de la transición de un flujo de Hagen-Poiseuille sometido a un giro como sólido rígido a la entrada de un conducto circular de sección uniforme partiendo de los estados convectivo y absolutamente inestables. Para un valor del número de Reynolds fijo y mediante una parada parcial o súbita del giro (*spin-down*), se ha propuesto con éxito una metodología experimental para conocer la evolución temporal con unos estados iniciales inestables. Para ello, se ha cambiado el valor del parámetro de giro desde un estado inicial hasta otro estado final constituido por la parada parcial o total del giro. Así, se ha visualizado con éxito el efecto de propagación de las ondas en la zona de entrada mediante un diagrama

espacio-temporal correspondiente al eje del conducto. La respuesta ha sido diferente en función del grado de disminución del giro. Cuando la bajada de velocidad angular se realiza a partir de un flujo convectivamente inestable no se aprecia diferencia alguna con respecto a la intensidad de la disminución de la velocidad de giro. Sin embargo, si el estado inicial se corresponde con un flujo inestable absolutamente se ha logrado diferenciar claramente dos estructuras distintas: una primera en la que siempre se observan ondas que viajan con velocidad de propagación positiva y; por otro lado, se ha encontrado una evolución temporal con velocidades de propagación positivas y negativas. Gracias a la distinción de esta dos estructuras, se ha establecido la curva de transición entre la estabilidad convectiva a absoluta. También se ha comprobado una desviación con respecto a la curva teórica a partir de un valor crítico del número de Reynolds en torno a 450. Este valor se justifica por la limitación experimental debida a la longitud del conducto para tener el flujo de Hagen-Poiseuille con una rotación como sólido rígido totalmente desarrollado.

Por otro lado, en este estudio experimental se ha proporcionado una técnica para la caracterización de la aparición de un nuevo estado en la zona de la entrada del conducto cuando el flujo es absolutamente inestable al que hemos denominado inestabilidad absoluta con 'dependencia temporal'. En lugar de tener la típica estructura caracterizada por una secuencia estacionaria de espirales [y descrita en Shrestha et al. (2013)], ésta comienza a oscilar temporalmente, debido a que se produce un crecimiento de la no linealidad en las inestabilidades absolutas al aumentar gradualmente el parámetro de giro. Gracias a la distinción de estas dos estructuras se ha establecido la curva de transición entre la estabilidad absoluta y la absoluta dependiente con el tiempo en la zona de entrada del conducto. Se ha observado que esta transición, en un plano  $(Re, S)$ , tiene la misma tendencia que la transición entre las inestabilidades convectiva y absolutas para un flujo de Hagen-Poiseuille con una rotación como sólido rígido: a medida que el número de Reynolds aumenta, menor es el parámetro de giro necesario para alcanzar la transición entre una estructura del flujo estacionaria a otra oscilante.

Por último, se han descrito las observaciones experimentales de los estados que aparecen en un flujo de Hagen-Poiseuille con giro al entrar en una expansión brusca con relación de diámetros 1:8 al tiempo que varían el número de Reynolds y el parámetro de giro mediante dos técnicas de visualización distintas. Estos resultados experimentales recogen

todas las transiciones ya conocidas desde un punto de vista numérico [Sanmiguel-Rojas et al. (2008)]. Se ha indicado cuándo las inestabilidades tridimensionales están presentes en la expansión brusca en el plano ( $Re$ ,  $S$ ), encontrando un excelente acuerdo con las simulaciones numéricas. Sin embargo, se ha aportado más información experimental distinguiendo dos tipos diferentes de estructuras pulsantes inestables que comparten la misma naturaleza de perturbación en un flujo de cortadura: una de ellas viaja aguas abajo de la expansión y otra interacciona con la capa límite que se encuentra en la unión de los dos conductos. También se ha encontrado, de forma novedosa, una relación entre el inicio de las inestabilidades absolutas y la rotura transitoria del vórtice. Así, se ha explorado la región donde se cortan las curvas de transición de rotura de vórtice estable y la de un flujo absolutamente inestable en un conducto con rotación estableciendo experimentalmente la transición de este nuevo estado denominado rotura de vórtice pulsante.

## 6.2. Trabajos futuros relacionados directamente con la tesis

Tras la realización de esta tesis siguen abiertas muchas incógnitas que tengan como fin una mejor comprensión del comportamiento tan complejo que poseen los flujos con giro en conductos, así como su unión con expansiones o contracciones bruscas.

Comoquiera que el montaje experimental diseñado se caracteriza por una gran versatilidad, que hace posible añadir nuevos elementos para el control del giro del conducto, así como la introducción de caudalímetros nuevos que permitan alcanzar un mayor rango de números de Reynolds. A su vez puede incluirse al montaje experimental inicial cualquier dispositivo o mecanismo perturbador, como bombas de impulsión para graduar tanto la amplitud como la frecuencia de los pulsos para producir inestabilidades forzadas en un flujo con o sin giro. Otras modificaciones del montaje experimental posibilitarían nuevas líneas de investigación, tales como el estudio en un conducto de mayor longitud sometido a giro. Sería deseable también comprobar si el flujo de Hagen-Poiseuille está totalmente desarrollado gracias a la realización de mediciones de los perfiles de velocidad tridimensionales mediante las técnicas de anemometría láser (*LDA*) o velocimetría por imágenes de partículas (*PIV*).

En relación a los capítulos de este trabajo, y empezando por el tercer y cuarto capítulo, sería interesante saber qué datos proporciona el estudio del *spin-up* (paso del estado sin

giro a girar con una velocidad angular de forma brusca) o el *spin-over* (cambio brusco del sentido de la velocidad de giro del conducto). Es obvio también que el tratamiento numérico de este problema aportaría mucha información en relación a las estructuras del flujo para el paso de un flujo inestable absolutamente a otro con dependencia temporal en la región de entrada.

Si bien se ha estudiado de forma exhaustiva la expansión 1:8 en el quinto capítulo, se puede realizar un estudio comparativo en la expansión brusca para otra relación de diámetros (1:2, 1:4, 1:16) para ver equivalencias con el presente estudio, y para determinar si hay efectos amplificadores/reductores con la variación de la relación de diámetros. Del mismo modo, se podría invertir el flujo en la expansión brusca para estudiar y caracterizar el flujo para el caso de una contracción brusca.



# ANEXO I

## Análisis de errores

### A.I.1. Tipos de errores

Una vez realizadas las medidas de los parámetros que gobiernan el flujo en el experimento ( $T$ ,  $Q$ ,  $Re$ ,  $S$ ), se debe cuantificar la incertidumbre de los valores tomados ya que éstos se ven afectados por un error que puede ser debido a varios factores. Se analizará la dispersión de los errores que se cometen respecto a los valores medidos, con el fin de verificar que ésta sea mínima y así comprobar que los datos medidos son aceptables para su posterior evaluación. Los errores cometidos en las medidas se pueden clasificar en dos grupos:

1. Errores sistemáticos: Son aquellos producidos por un defecto del instrumento de medida, aparato mal calibrado o una tendencia errónea del observador. Estos errores se registran siempre en el mismo sentido y sólo pueden ser detectados cambiando el aparato de medida o de observador. En el caso de aparatos de medida, se tomará como error la sensibilidad del aparato.
2. Errores estadísticos y aleatorios: Son el resultado de las perturbaciones no controladas que desplazan aleatoriamente el valor de la medida respecto a su valor real. Pueden estar causados por variaciones de presión, temperatura, fluctuaciones de corriente, etc., durante la realización del experimento. Estos errores no se pueden evitar, por lo que se recurrirá a la repetición de las medidas varias veces.

Cuando se va a realizar una medición, ésta se puede obtener de dos formas:

1. Medidas directas: Se obtienen de la evaluación directa con un aparato de medida. Se tendrá en cuenta la sensibilidad y la resolución del mismo.

2. Medidas indirectas: Se obtienen por la relación de otros parámetros. Mediante la teoría de propagación de errores es posible obtener la dependencia del error de una cantidad en función de las magnitudes y errores de las medidas fundamentales.

Por norma general el número de cifras decimales que debe darse de una cierta magnitud no puede ser mayor que el error experimental. En esto se basa la regla del redondeo. Supongamos que una determinada magnitud  $x$  se mide de forma directa  $n$  veces:  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . El valor más probable se identificaría como el valor promedio definido de la siguiente manera:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}.$$

Para medidas directas, una medida del error cometido viene dada por el error estándar identificado como la desviación estándar de una serie de medidas definida de la siguiente manera:

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}.$$

Los resultados de una medida directa se expresarán de la siguiente manera:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x,$$

siendo  $\Delta x$  el máximo valor entre el error estándar y el error del aparato de medida.

Cuando se tienen medidas indirectas se debe utilizar la teoría de propagación de errores. Para ello, si se tiene una magnitud dependiente de otras  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , se puede obtener el valor diferencial de la función  $y$  a partir de los diferenciales  $x_i$  y de sus derivadas parciales, de la forma:

$$\Delta y = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial y}{\partial x_i} \right| \Delta x_i.$$

Se han despreciado los términos de segundo orden por ser prácticamente despreciables y se han tomado valores absolutos de las derivadas parciales para obtener el máximo de los

errores posible. Para poder tener una visión más clara sobre si el error es grande o pequeño en relación a la magnitud medida, se define el error relativo como:

$$\epsilon = \left| \frac{\Delta x}{x} \right| \cdot 100\%.$$

### A.I.2. Descripción de errores

Aplicando los conceptos definidos anteriormente, se procede a la obtención del error en las medidas de los parámetros adimensionales de  $Re$  y  $S$ .

Teniendo en cuenta la definición del número de Reynolds, su error vendría dado por la siguiente expresión:

$$\Delta Re = \left| \frac{\partial Re}{\partial Q} \right| \Delta Q + \left| \frac{\partial Re}{\partial \nu} \right| \Delta \nu,$$

donde se tiene que el error de la viscosidad depende de la temperatura del fluido mediante la siguiente expresión:

$$\Delta \nu = \left| \frac{d\nu}{dT} \right| \Delta T.$$

Desarrollando los términos, la expresión del error del número de Reynolds ( $Re$ ) quedaría del modo siguiente:

$$\Delta Re = \left| \frac{4}{\pi d \nu} \right| \Delta Q + \left| -\frac{4Q}{\pi d \nu^2} \right| \left| \frac{d\nu}{dT} \right| \Delta T$$

En cuanto a la derivada de la viscosidad cinemática respecto a la temperatura  $\left(\frac{d\nu}{dT}\right)$ , se ha utilizado una aproximación numérica de la viscosidad cinemática, mediante polinomios de Taylor de grado 20 para minimizar su error, realizando posteriormente una derivación numérica con diferencias hacia adelante imponiendo un mallado lo suficientemente fino para que no induzca error. Esto se ha realizado con el programa Matlab<sup>®</sup> debido a la dificultad que conlleva realizar la derivada a las funciones, tanto de viscosidad dinámica como densidad del fluido, dependientes de la temperatura.

En cuanto al error del parámetro de giro ( $S$ ), teniendo en cuenta su definición, éste viene dado por la siguiente expresión:

$$\Delta S = \left| \frac{\partial S}{\partial \Omega} \right| \Delta \Omega + \left| \frac{\partial S}{\partial Q} \right| \Delta Q.$$

Si desarrollamos sus términos, obtendríamos la expresión siguiente:

$$\Delta S = \left| \frac{\pi d^3}{16Q} \right| \Delta \Omega + \left| -\frac{\pi \Omega d^3}{16Q^2} \right| \Delta Q.$$

Finalmente para calcular los errores en el análisis de la zona de aguas abajo, es decir las frecuencias adimensionales ( $\hat{\omega}$ ) y números de onda adimensionales ( $\hat{\alpha}$ ), se ha recurrido a la realización de varias medidas con el fin de poder tener una idea de la dispersión de datos para cada estado analizado. Como se ha comentado anteriormente, estos errores de medida son bastante grandes, sobre todo para el número de onda adimensional, debido a falta de resolución en la longitud horizontal en el procesamiento de imágenes mediante adquisición de vídeos.

### **A.I.3. Errores en las medidas**

En este apartado se estudiarán los errores en las medidas que se han obtenido. Cuantificando la magnitud de todos estos valores se podrá evaluar la bondad de las medidas tomadas, donde se fijará finalmente como criterio de validación de una medida o cálculo que el error relativo sea inferior del 3%.

Los errores relativos en el cálculo de las magnitudes adimensionales de los capítulos 3 y 4 se mostrarán en las figuras A1.1 y A1.2, donde se representan los errores para  $Re$  y  $S$ , respectivamente. Las figuras A1.3 y A1.4 se corresponden con los errores del capítulo 5.

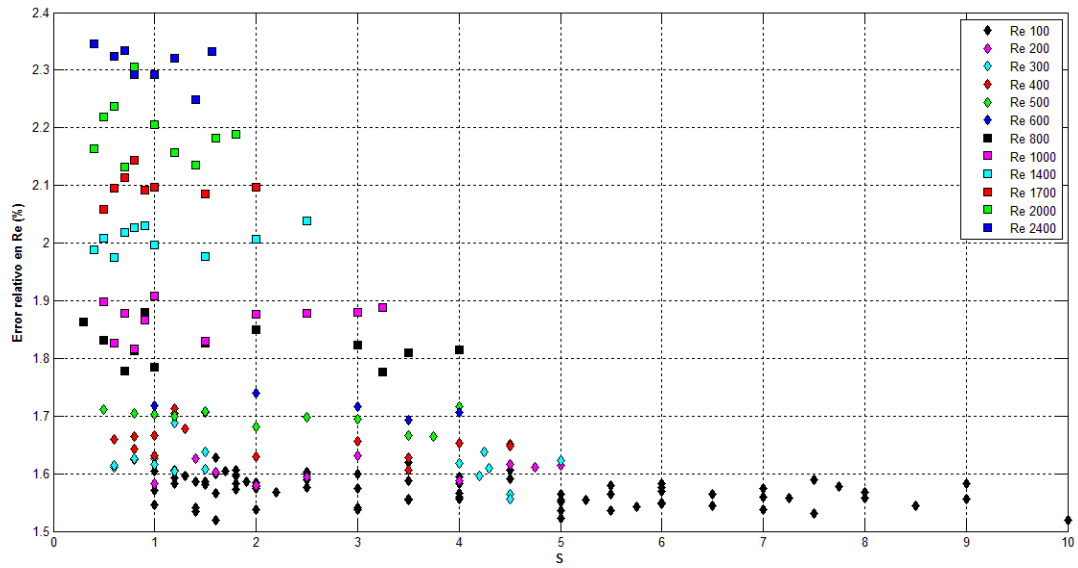


Figura A1.1. Errores cometidos en cálculos del número de Reynolds ( $Re$ ), capítulos 3 y 4.

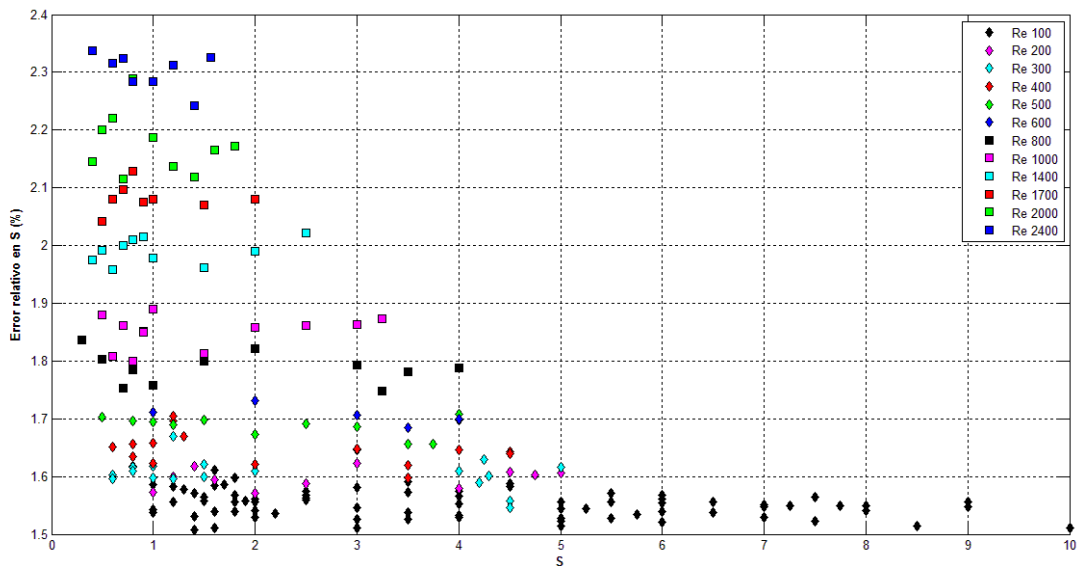
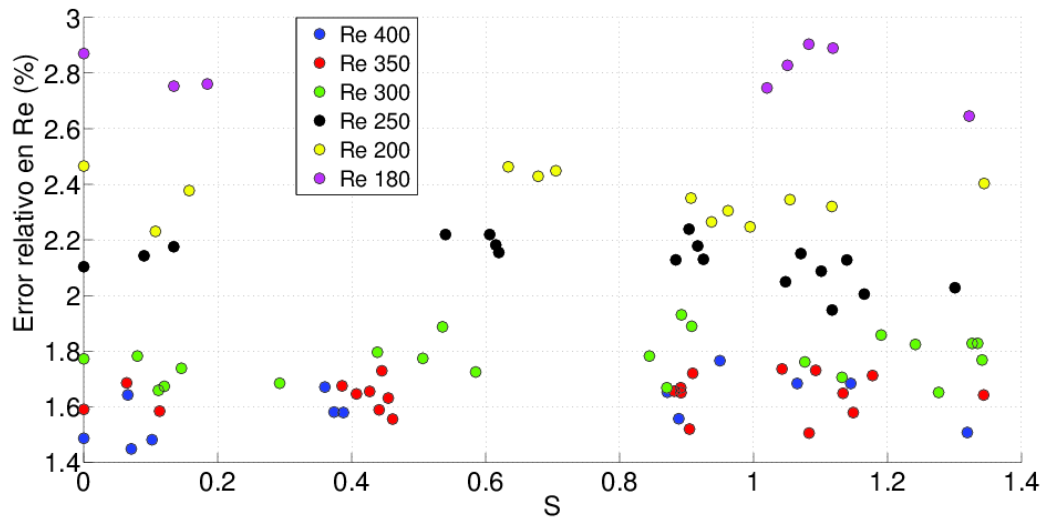
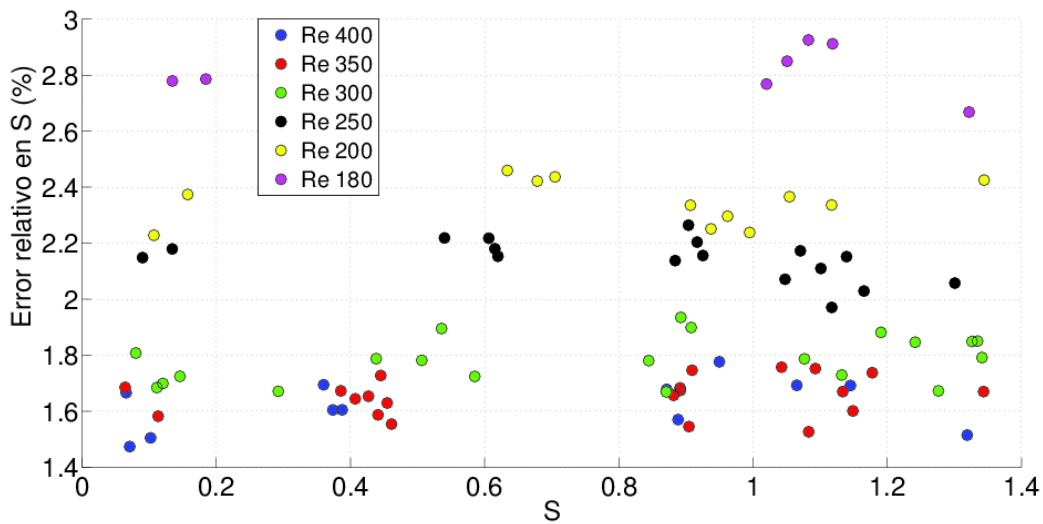


Figura A1.2. Errores cometidos en cálculos del parámetro de giro ( $S$ ), capítulos 3 y 4.

Figura A1.3. Errores cometidos en cálculos del número de Reynolds ( $Re$ ), capítulo 5.Figura A1.4. Errores cometidos en cálculos del parámetro de giro ( $S$ ), capítulo 5.

Como se ha comentado, en todos los casos el error máximo relativo sería inferior al 3% para el número de Reynolds y para el parámetro de giro, con lo que los cálculos se establecen como válidos.

## Bibliografía

ABCHA, N., LATRACHE, N., DUMOUCHEL, F., & MUTABAZI, I. 2008. Qualitative relation between reflected light intensity by Kalliroscope flakes and velocity field in the Couette–Taylor flow system. *Exp. Fluids* **45** (1), 85-94.

ARIYARATNE, C. & JONES, T.F. 2007. Design and optimization of swirl pipe geometry for particle-laden liquids. *AIChE Journal* **53** (4), 757-768.

BANDYOPADHYAY, P.R.1985. Aspects of the equilibrium puff in transitional pipe flow. *J. Fluid Mech.*, **163**, 439-458.

BARNES, D. R. & KERSWELL, R. R. 2000. New results in Rotating Hagen-Poiseuille flow *J. Fluid Mechanics* **417**, 103-126.

BEER, J.M. & CHIGIER, N. A. 1972. *Combustion Aerodynamics*. London: Applied Science Publications.

BERTOSSI, R., GUILHEM, N., AYEL, V., ROMESTANT, C. & BERTIN, Y. 2012. Modeling of heat and mass transfer in the liquid film of rotating heat pipes. *International Journal of Thermal Sciences* **52**, 40-49.

BIEN, F. & PENNER, S. S. 1971. Spin-up and spin-down of rotating flows in finite cylindrical containers. *Phys. Fluids*, **14**, 1305–1308.

BILLANT, P., CHOMAZ, J.M. AND HUERRE, P. 1998. Experimental study of vortex breakdown in swirling jets. *J. Fluid Mech.* **376**, 183-219.

CLARK, A., CLARK, PATRICIA A., THOMAS, J. H. AND LEE NIEN-HON. 1971. Spin-up of a strongly stratified fluid in a sphere. *J. Fluid Mech.* **45** (1), 131-149.

CHRISTIANSEN, E. B. & LEMMON, H.E. 1965. Entrance region flow. *AIChE*, **11** (6), 995-999.

CUI, X. 2003. A numerical study of the recirculation zones during spin-up and spin-down for confined rotating flows. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics* **17** (1), 31-49.

DARBYSHIRE, A.G. & MULLIN, T. 1995. Transition to turbulence in constant-mass-flux pipe flow. *J. Fluid Mech.*, **289**, 83-114.

DEL PINO, C., HEWITT, R. E., CLARKE, R. J., MULLIN, T. & DENIER, J. P. 2008. Unsteady fronts in the spin-down of a fluid-filled torus. *Phys. Fluids* **20**, 124104.

DEL PINO, C., ORTEGA-CASANOVA, J. & FERNANDEZ-FERIA, R. 2003. Non-parallel stability of the flow in an axially rotating pipe. *Fluid Dynamics Research* **32**, 261-281.

DELERY, J.M. 1994. Aspects of vortex breakdown, *Prog. Aerosp. Sci.* **30** (1), 1-59.

DOLZHANSKII, F. V. KRYMOV, V. A. & MANIN, D. YU. 1992. Self-similar spin-up and spin-down in a cylinder of small ratio of height to diameter. *J. Fluid Mech.*, **234**, 473-486.

DRAAD, A. A., KUIKEN, G. D. C. NIEWSTADT, F. T. M. 1998. Laminar-turbulent transition in pipe flow for Newtonian and non-Newtonian fluids. *J. Fluid Mech.*, **377**, 267-312.

DUCK P. W. & FOSTER, M. R. 2001. Spin-up of homogeneous and stratified fluids. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **33**, 231-263.

DUGUET, Y, PRINGLE, C.C.T. & KERSWELL, R. R. 2008. Relative periodic orbits in transitional pipe flow. *Phys. Fluids* **20** (11), 114102.

ESCUDIER, M. P. 1998. Vortex breakdown: observations and explanations. *Prog. Aerosp. Sci.*, **25** (2), 189-229.

FACCILOLO, L. 2003. *Experimental study of rotating pipe and jet flows*. Licentiate thesis, KTH, Stockholm, Sweden.

FACCILOLO, L., TILLMARK, N., TALAMELLI, A. & HENRIK, P. A. 2007. A study of swirling turbulent pipe and jet flows. *Phys. Fluids*, **19**, 035105.

FERNANDEZ-FERIA, R. & DEL PINO, C. 2002. The onset of absolute instability of rotating Hagen-Poiseuille flow: A spatial stability analysis. *Phys. Fluids* **14** (9), 3087-3097.



- FOX, J.A. & LESSEN, M. & BHAT, W.V. 1968. Experimental investigation of the stability of Hagen-Poiseuille flow. *Phys. Fluids* **11**, 1-14.
- GALLARDO-RUIZ, J.M., DEL PINO, C. & FERNANDEZ-FERIA, R. 2010. Quasi cylindrical description of a swirling light gas jet discharging into a heavier ambient gas. *Phys. Fluids* **22**, 113601.
- GREENSPAN H. P. & HOWARD, N. 1963. On a time-dependent motion of a rotating fluid. *J. Fluid Mech.* **17**, 385-404.
- GRUNDESTAM, O., WALLIN S. & JOHANSSONA, A. V. 2006. Observations on the predictions of fully developed rotating pipe flow using differential and explicit algebraic Reynolds stress models. *European Journal of Mechanics - B/Fluids* **25** (1), 95–112.
- HALL, M.G. 1972. Vortex breakdown. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **4**, 195-218.
- HEWITT, R. E., HAZEL, A. L., CLARKE R. J. & DENIER, J. P. 2011. Unsteady flow in a rotating torus after a sudden change in rotation rate. *J. Fluid Mech.*, **688**, 88-119.
- HIRAI, S., TAKAGI, T. & MATSUMOTO, M. 1988. Predictions of the laminarization phenomena in an axially rotating pipe flow. *J. Fluids Eng.* **110** (4), 424-430.
- HOPF, B., JUEL, A. & MULLIN T. 2003. Scaling of the turbulence transition threshold in a pipe. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 244502.
- HUERRE, P. & MONKEWITZ, P. A. 1990. Local and global instabilities in spatially developing flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **22**, 473-537.
- IMAO, S., ITOH, M. & HARADA, T. 1996. Turbulent characteristics of the flow in an axially rotating pipe. *Int. J. Heat Fluid Flow* **17**, 444–451.
- ISMADI, M. Z., MEUNIER, P., FOURAS, A. & HOURIGAN, K. 2011. Experimental control of vortex breakdown by density effects. *Phys. Fluids* **23**, 034104.
- KRYMOV, V. A. & MANIN, D. YU. 1985. Spin-down of a fluid in a low cylinder at large Reynolds numbers. *Fluid Dynamics*, **21** (3), 369-376.
- KRYMOV, V. A. 1990. Spin-up in a shallow cylinder. *Fluid Dynamics*, **25** (6), 845-850.
- LEIBOVICH, S. 1978. The structure of vortex breakdown. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **10**, 221-246.

- LEITE, R.J. 1958. An experimental investigation of the stability of Hagen-Poiseuille flow. *J. Fluid Mech.*, **5**, 81-97.
- LOPEZ, J. M. & WEIDMAN, P. D. 1996. Stability of stationary endwall boundary layers during spin-down. *Journal of Fluid Mech.*, **326**, 373-398.
- MADDEN F. N. & MULLIN T. 1994. The spin-up from rest of a fluid-filled torus. *J. Fluid Mech.*, **265**, 217-244.
- MAXWORTHY, T & BROWAND, F. K. 1975. Experiments in Rotating and Stratified Flows: Oceanographic Application. *Annual Review of Fluid Mech.*, **7**, 273-305.
- MICHELL, A.M. & D'ELERY, J. 2001. Research into vortex breakdown control. *Progress in Aerospace Sciences* **37** (4), 385-418.
- NEITZEL, G. P. & DAVIS, S. H. 1981. Centrifugal instabilities during spin-down to rest in finite cylinders. Numerical experiments. *Journal of Fluid Mechanics*, **102**, 329-352.
- NISHI, M., ÜNSAL, B., DURST, F. & BISWAS, G. 2008. Laminar-to-turbulent transition of pipe flows through puffs and slugs. *J. Fluid Mech.*, **614**, 425-446.
- OBERLEITHNER, K., SIEBER, M., NAYERI, C. N., PASCHEREIT, C. O., PETZ, C., HEGE, H. C., NOACK, B. R. & WYGNANSKI, I. 2011. Three-dimensional coherent structures in a swirling jet undergoing vortex breakdown: stability analysis and empirical mode construction. *J. Fluid Mech.*, **679**, 383-414.
- OBERLEITHNER, K., PASCHEREIT, C.O., SEELE, R. & WYGNANSKI, I. 2012. Formation of turbulent vortex breakdown: intermittency, critically and global instability. *AIAA Journal*. **50** (7), 1437-1452.
- OGAWA, A. & MURAKAMI, H. 2004. Spin-up and spin-down times of rotational air flow depended on mean air velocity and surface roughness on inner surface in cylindrical vortex chamber. *Journal of Thermal Science*, **13** (1), 46-55.
- ÖRLÜ, R. & ALFREDSON H. 2008. An experimental study of the near-field mixing characteristics of a swirling jet flow, *Turbulence and Combustion*, **80** (3), 323-350, 2008.
- PARK, J. S. & HYUN J. M. Review on open-problems of spin-up flow of an incompressible fluid. *Journal of Mechanical Science and Technology*, **22** (4), 780-787.
- PARRAS, L. & FERNANDEZ-FERIA, R. 2007. Interaction of an unconfined vortex with a solid surface. *Phys. Fluids*, **19**, 067104.

PATERSON, R.W. & ABERNATHY, F.H. 1972. Transition to turbulence in pipe flow for water and different solutions of polyethylene oxide. *J. Fluid Mech.*, **51**, 177-85.

PEDLEY, T. J. 1969. On the instability of viscous flow in a rapidly rotating pipe. *J. Fluid Mech.* **35** (1), 97-115.

PETZ, C., HEGE, H. C., OBERLEITHNER, K., SIEBER, M., NAYERI, C. N., PASCHEREIT, C. O., WYGNANSKI, I. & NOACK, B. R. 2011. Global modes in a swirling jet undergoing vortex breakdown. *Phys. Fluids* **23**, 091102.

QUADRI, U. A., MISTRY, D. & JUNIPER, M. P. 2013. Structural sensitivity of spiral vortex breakdown. *J. Fluid Mech.* **720**, 558-581.

REYNOLDS, O. 1883. An Experimental Investigation on the Circumstances which Determine whether the Motion of Water shall be Direct or Sinuous, and the Law of Resistance in Parallel Channels. *Proceeding of the Royal Society London Ser. A* **35**, 84-99.

ROTT, N., Note on the History of the Reynolds number. 1990. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **22**, 1-12.

RUTH, M. R., CHEN, P. MEIBURG, E. & MAXWORTHY, T. 2003. Three-dimensional vortex breakdown in swirling jets and wakes: direct numerical simulation. *J. Fluid Mech.* **486**, 331-378.

RUMMLER, B. & ZANDER, A. 2013. Investigation on onset of turbulence for incompressible flows in rotating pipes. *Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics* **30** (SUPPL.1), 35-40.

SAKURAI, T. 1969. Spin Down problem of rotating stratified fluid in thermally insulated circular cylinders. *J. Fluid Mech.*, **37** (4), 689-699.

SAKURAI, T. 1970. Spin down of Boussinesq fluid in the circular cylinder, as a simulation of the solar spin-down procedure. In A. Slettebak (ed.) *Stellar rotation, Proceedings of the IAU Colloquium held at the Ohio State University, Columbus, O, USA*, 329-339. Springer.

SÁNCHEZ ESCUDERO, I. 2010. Diseño y montaje de un quemador con un sistema de giro y coflujo para proceso de combustión. Proyecto Fin de Carrera. E.T.S. Ingeniería Industrial. Universidad de Málaga

SANMIGUEL-ROJAS, E. & FERNÁNDEZ-FERIA, R. 2005. Nonlinear waves in the pressure driven flow in a finite rotating pipe. *Phys. Fluids* **17**, 014104.

- SANMIGUEL-ROJAS, E., BURGOS, M. A., DEL PINO, C., & FERNANDEZ-FERIA, R. 2008. Three-dimensional structure of confined swirling jets at moderately large Reynolds numbers. *Phys. Fluids* **20**, 044104.
- SAVAS, O. 1985. On flow visualization using reflective flakes. *J. Fluid Mech.*, **152**, 235-248.
- SARPKAYA, T. 1971a. On stationary and travelling vortex breakdowns. *J. Fluid Mech.* **45** (3), 545-559.
- SARPKAYA, T. 1971b. Vortex breakdown in swirling conical flows. *AIAA Journal* **9**, 1792-1799.
- SHRESTHA, K., PARRAS, L., DEL PINO C., SANMIGUEL-ROJAS, E., & FERNANDEZ-FERIA, R. 2013. Experimental evidence of convective and absolute instabilities in rotating Hagen-Poiseuille flow. *J. Fluid Mech.*, **716**, R12-1-12.
- SONG, F., EWING, D. & CHING, C.Y. 2003. Fluid flow and heat transfer model for high-speed rotating heat pipes. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **46** (23), 4393-4401.
- SONG, F., EWING, D. & CHING, C.Y. 2004. Experimental investigation on the heat transfer characteristics of axial rotating heat pipes. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **47** (22), 4721-4731.
- SUSLOV, S. A. 2006. Numerical aspects of searching convective/absolute instability transition. *Journal of Computational Physics* **212** (1), 188-217.
- TOH, I. K., HONNERY, D. & SORIA, J. 2010. Axial plus tangential entry swirling jet. *Exp. in Fluids* **48**, 309-325.
- WANG, S. AND RUSACK, Z. 1996a. On the stability of an axisymmetric rotating flow. *Phys. Fluids* **8**, 1007-1016.
- WANG, S. & RUSACK, Z. 1996b. On the stability of non-columnar swirling flows. *Phys. Fluids* **8**, 1017-1023.
- WANG, S. & RUSACK, Z. 1997. The dynamics of a swirling flow in a pipe and transition to axisymmetric vortex breakdown. *J. Fluid Mech.*, **340**, 177-223.
- WEDEMEYER, H. 1964. The unsteady flow within a spinning cylinder. *J. Fluid Mech.*, **20**, 383-399.

---

WEIDMAN, P. D. 1976. On the spin-up and spin-down of a rotating fluid. I - Extending the Wedemeyer model. II - Measurements and stability. *J. Fluid Mech.*, **77** (22), 685-735.

WYGNANSKI, I.J. & CHAMPAGNE, F. H. 1973. On transition in a pipe. Part 1. The origin of puffs and slugs and the flow in a turbulent slug. *J. Fluid Mech.*, **59** (2), 281-335.